

4.2. Στη σανίδα και στο άλλο άκρο της Γ τοποθετούμε σώμα (σ), βάρους $W_{\sigma} = 200N$. Αν θεωρήσουμε ότι η σανίδα συνεχίζει να ισορροπεί, να υπολογίσετε το μέτρο της αντίδρασης που δέχεται η σανίδα από το υποστήριγμα (δ). Το νήμα θα κοπεί ή όχι; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

Δίνεται το όριο θραύσης του νήματος $T_{\theta\rho} = 500N$.

Μονάδες 7

4.3. Μεταφέρουμε το σώμα (σ) από τη θέση Γ στο μέσο της σανίδας. Να υπολογίσετε την τάση του νήματος, λαμβάνοντας υπόψη ότι η σανίδα ισορροπεί.

Μονάδες 5

4.4. Επαναφέρουμε το σώμα (σ) στο άκρο Γ της σανίδας και τη χρονική στιγμή $t = 0$ ασκούμε σ' αυτό μία κατακόρυφη δύναμη $\vec{F}$ με φορά προς τα κάτω. Το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$ μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση: $F = 20 + 5t$ (S.I.). Αν θεωρήσουμε ότι η σανίδα ισορροπεί, να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή όπου το νήμα θα κοπεί.

Μονάδες 7

ΚΕΦΑΛΑΙΟ: 4
ΣΤΕΡΕΟ

ΑΣΚΗΣΗ: 2

ΘΕΜΑ 4

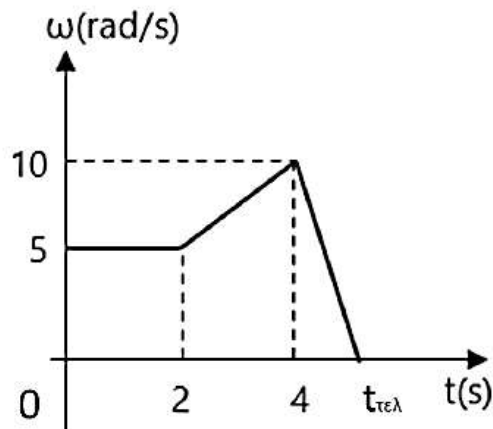
Απ: 1) 1m, 2) 900N, όχι, 3) 100N, 4) 6s

ΘΕΜΑ 4

Ένας τροχός στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα, που είναι κάθετος στο επίπεδό του και διέρχεται από το κέντρο του. Για τον τροχό αυτό η γωνιακή του ταχύτητα μεταβάλλεται με τον χρόνο όπως φαίνεται στο διάγραμμα.

4.1. Αν η γωνιακή μετατόπιση του τροχού από τη χρονική στιγμή $t_2 = 4s$ έως τη χρονική στιγμή $t_{τελ}$, που ο τροχός ακινητοποιείται, είναι ίση με $\Delta\theta_3 = 5rad$, να προσδιορίσετε τη γωνιακή επιτάχυνση του τροχού, για το χρονικό διάστημα αυτό, καθώς και τη χρονική στιγμή $t_{τελ}$.

Μονάδες 7



4.2. Για τις επιμέρους κινήσεις που εκτελεί ο τροχός από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, μέχρι τη στιγμή $t_{τελ}$, να δώσετε τις τιμές της γωνιακής του επιτάχυνσης και στη συνέχεια να αποδώσετε σε διάγραμμα βαθμολογημένων αξόνων τη γωνιακή επιτάχυνση του τροχού σε συνάρτηση με τον χρόνο, για το παραπάνω χρονικό διάστημα της κίνησης

Μονάδες 6

4.3. Να προσδιορίσετε τη γωνιακή μετατόπιση του τροχού, κατά τη διάρκεια του 3^{ου} δευτερολέπτου.

Μονάδες 6

4.4. Να προσδιορίσετε τον αριθμό των περιστροφών του τροχού από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0s$ έως τη στιγμή $t_{τελ}$.

Απ: 1) $-10rad/s^2$, 2) $2,5rad/s^2$, $-10rad/s^2$, 3) $8,75rad$, 4) $15/\pi$ περιστροφές

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

Ένας τροχός στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα, που είναι κάθετος στο επίπεδό του και διέρχεται από το κέντρο του. Ο τροχός έχει ακτίνα $R = 0,6 \text{ m}$ και αρχικά κινείται με γωνιακή ταχύτητα $\omega_0 = 4 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ο τροχός αρχίζει να επιταχύνεται με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση $\alpha_{\gamma\omega\nu,1} = 2 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$. Τη χρονική στιγμή $t_1 = 3 \text{ s}$ σταματά να επιταχύνεται και μέχρι τη χρονική στιγμή $t_2 = 5 \text{ s}$ στρέφεται ομαλά. Να προσδιορίσετε:

4.1. το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας ενός σημείου Λ του τροχού που απέχει από το κέντρο του απόσταση $\frac{R}{2}$, τη χρονική στιγμή $t = 1 \text{ s}$,

Μονάδες 6

4.2. τις εξισώσεις της γωνιακής ταχύτητας συναρτήσει του χρόνου για τα επιμέρους χρονικά διαστήματα, από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, μέχρι τη στιγμή $t = 5 \text{ s}$,

Μονάδες 6

4.3. τη γωνιακή μετατόπιση από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0 \text{ s}$ έως $t = 5 \text{ s}$,

Μονάδες 7

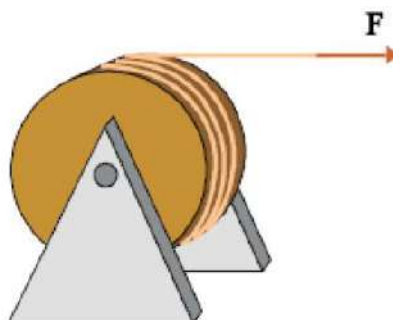
4.4. τον αριθμό των περιστροφών του τροχού, για το χρονικό διάστημα από τη στιγμή 3 s μέχρι τη στιγμή 5 s .

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

Απ: 1) $1,8 \text{ m/s}$, 2) 10 rad/s , 3) 41 rad , 4) $10/\pi$ περιστροφές

Στην περιφέρεια μιας ακίνητης τροχαλίας, ακτίνας $R = 30 \text{ cm}$ είναι τυλιγμένο σκοινί μεγάλου μήκους. Ασκώντας στο σκοινί την χρονική στιγμή $t = 0$ οριζόντια δύναμη $F = 20 \text{ N}$ περιστρέφουμε την τροχαλία. Βρέθηκε ότι όταν η τροχαλία έχει κάνει $\frac{4}{\pi}$ περιστροφές, έχει αποκτήσει γωνιακή ταχύτητα $\omega = 8 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$. Με βάση αυτά τα δεδομένα, να βρείτε:



4.1. Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της τροχαλίας.

Μονάδες 6

4.2. Τη γραμμική ταχύτητα του ανώτερου σημείου της τροχαλίας την χρονική στιγμή $t_1 = 3s$.

Μονάδες 6

4.3. Την συνολική ροπή των δυνάμεων που δέχεται η τροχαλία ως προς τον άξονα περιστροφής της.

Μονάδες 6

4.4. Το μήκος του νήματος που ξετυλίγεται από την τροχαλία στην διάρκεια του τέταρτου δευτερολέπτου της κίνησής της.

Μονάδες 7

ΚΕΦΑΛΑΙΟ: 4
ΣΤΕΡΕΟ

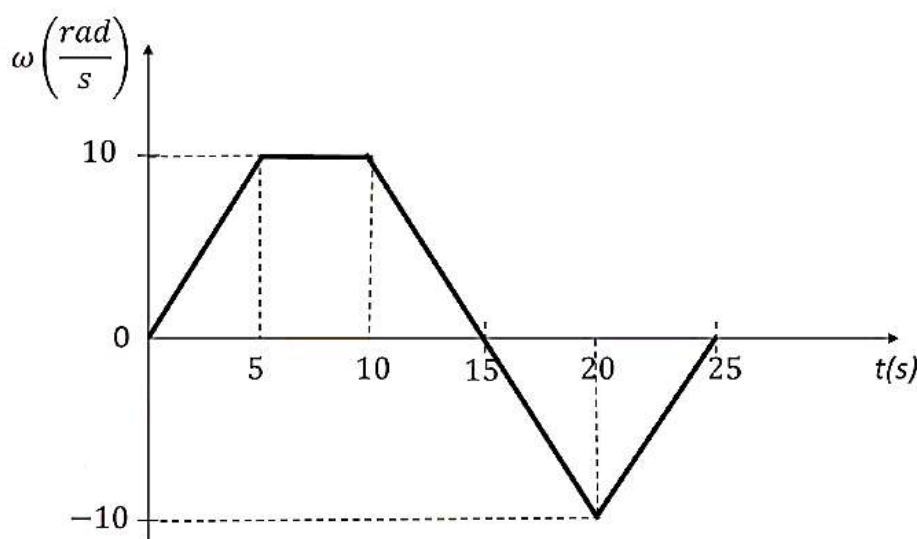
ΑΣΚΗΣΗ: 5

ΘΕΜΑ 4

Απ: 1) 4rad/s^2 , 2) $3,6\text{m/s}$, 3) $6\text{N}\cdot\text{m}$, 4) $4,2\text{m}$

ΘΕΜΑ 4

Λεπτός ισοπαχής δακτύλιος κέντρου O και ακτίνας $R = 1\text{m}$ περιστρέφεται γύρω από άξονα $Z'Z$ που περνά από το O και είναι κάθετος στο επίπεδό του. Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του δακτυλίου συναρτήσει του χρόνου παριστάνεται γραφικά στο παρακάτω διάγραμμα. Θετική είναι η φορά περιστροφής αντίθετα από τους δείκτες του ρολογιού (αριστερόστροφη).



4.1. Να υπολογίσετε τη γωνιακή επιτάχυνση σε κάθε μια από τις πέντε επιμέρους κινήσεις του δακτυλίου και να εξηγήσετε το είδος κάθε επιμέρους κίνησης.

Μονάδες 10

4.2. Να υπολογίσετε τη συνολική γωνία στροφής του δακτυλίου από $t = 0$ έως $t = 25s$.

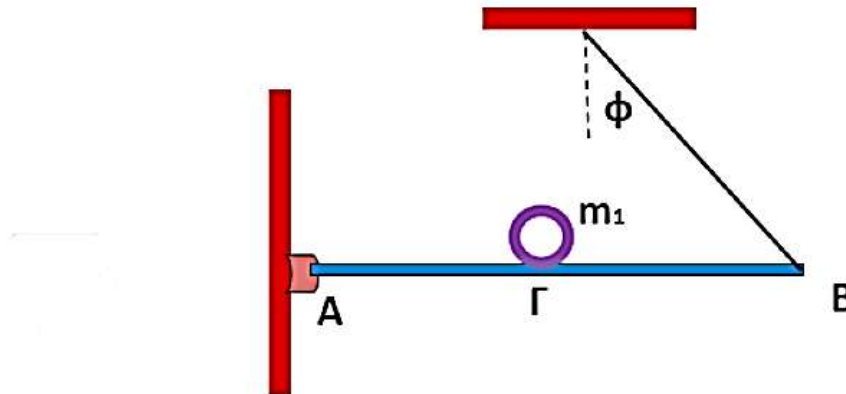
Μονάδες 5

4.3. Να παραστήσετε γραφικά, σε σύστημα ορθογώνιων βαθμολογημένων αξόνων, την αλγεβρική τιμή της ροπής που δέχεται στοιχειώδης μάζα $m = 0,1\text{Kg}$ του δακτυλίου από $t = 0$ έως $t = 25s$.

Απ: 1) $+2,0, -2, -2, +2\text{rad/s}^2$, 2) 50rad

ΘΕΜΑ 4

Ομογενής ράβδος AB έχει μήκος $L = 1 \text{ m}$, μάζα $m = 900 \text{ g}$ και ισορροπεί σε οριζόντια θέση με την βοήθεια αβαρούς μη εκτατού νήματος που δένεται σε οροφή και σχηματίζει με τη κατακόρυφο γωνία ϕ τέτοια ώστε $\eta\mu\phi = 0,87$ και $\sigma\upsilon\nu\phi = 0,5$, όπως φαίνεται στο σχήμα:



Η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται κατακόρυφα, με τη βοήθεια άρθρωσης, γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο της A και είναι κάθετος σ' αυτή. Στο μέσο της ράβδου, έστω σημείο Γ, τοποθετούμε κυκλική στεφάνη μάζας $m_1 = 100 \text{ g}$ και ακτίνας $R = 10 \text{ cm}$. Το όριο θραύσης του νήματος δίνεται $T_{\theta\rho} = 10,5 \text{ N}$.

4.1. Να υπολογίσετε την τάση του νήματος, όταν τοποθετήσαμε την στεφάνη στην θέση Γ.

Μονάδες 6

4.2. Να βρείτε πόσο κοντά στο B μπορούμε να τοποθετήσουμε την στεφάνη χωρίς να σπάσει το νήμα.

Μονάδες 6

4.3. Να κάνετε την γραφική παράσταση της τάσης του νήματος σε συνάρτηση με την απόσταση x της στεφάνης από το σημείο Γ καθώς μετακινείται προς το σημείο όπου σπάει το νήμα.

Μονάδες 7

Εκτοξεύουμε την στεφάνη από το σημείο Γ προς το άκρο B, με αρχική ταχύτητα v_0 . Συγχρόνως, ασκούνται σε αυτή κατάλληλες δυνάμεις ώστε να κυλίζει χωρίς να ολισθαίνει, εκτελώντας ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με επιβράδυνση $a_{cm} = 0,25 \text{ m/s}^2$ και σταματά μετά από χρόνο $\Delta t = 1 \text{ s}$.

4.4. Να υπολογίσετε τον αριθμό των περιστροφών που εκτέλεσε έως τότε.

Μονάδες 6

Δίνεται: $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Απ: 1) 10N, 2) 0,25m, 3) $T=10+2x$ (S.I.), 4) 0,625 περιστροφές

ΘΕΜΑ 4

Το άκρο Β ομογενούς ράβδου ΑΒ μήκους $L = 4 \text{ m}$ και μάζας $m = 1,5 \text{ kg}$ φέρει σώμα αμελητέων διαστάσεων και μάζας $2m = 3 \text{ kg}$, ενώ το άκρο Α αρθρώνεται σε κατακόρυφο τοίχο. Η ράβδος κρατείται οριζόντια με τη βοήθεια αβαρούς νήματος μήκους $L = 4 \text{ m}$. Το ένα άκρο του νήματος δένεται στο μέσο Γ της ράβδου και το άλλο σε ένα σημείο Δ του τοίχου, ψηλότερα από το Α. Να υπολογίσετε:

4.1. τη γωνία φ που περιέχεται μεταξύ των τμημάτων ΓΔ και ΓΑ.

Μονάδες 4

4.2. το μέτρο της τάσης T του νήματος.

Μονάδες 7

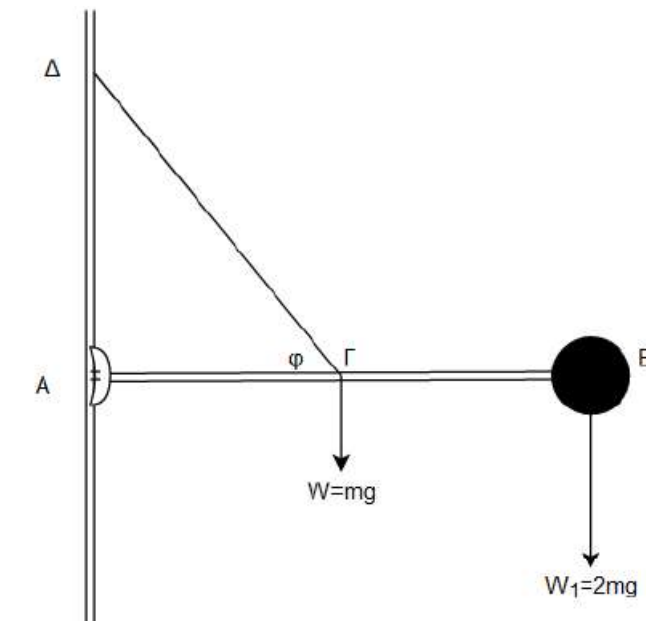
4.3. τα μέτρα των συνιστωσών δυνάμεων F_x, F_y που δέχεται η ράβδος από τον τοίχο,

Μονάδες 8

4.4. το μέτρο και τη διεύθυνση της συνολικής δύναμης F που δέχεται από τον τοίχο η ράβδος.

Μονάδες 6

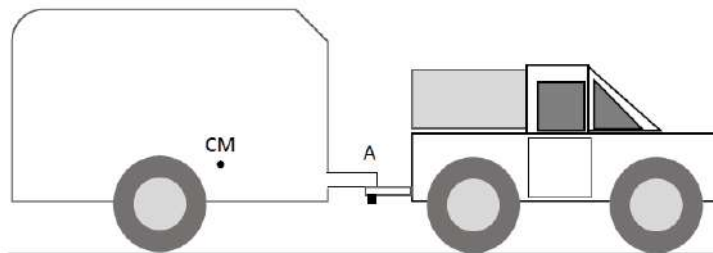
Δίνονται: $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$, $\eta\mu \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ και $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$



Απ: 1) $\pi/3 \text{ rad}$, 2) $50\sqrt{3} \text{ N}$, 3) $25\sqrt{3} \text{ N}$, 30N, 4) $15\sqrt{37/3} \text{ N}$, $2\sqrt{3}/5$

ΘΕΜΑ 4

Αυτοκίνητο μεταφέρει ένα ρυμουλκούμενο τροχόσπιτο, κινούμενο σε οριζόντιο δρόμο με σταθερή ταχύτητα. Το αυτοκίνητο και το τροχόσπιτο συνδέονται στο σημείο A, όπου η ρυμούλκα (το κομμάτι που εξέρχεται από το τροχόσπιτο προς τα εμπρός) συνδέεται με τον κοτσαδόρο (το κομμάτι που εξέρχεται από το αυτοκίνητο προς τα πίσω). Το κέντρο μάζας του τροχόσπιτου (μαζί με το φορτίο του) είναι σημειωμένο στο σχήμα. Το σχήμα είναι σχεδιασμένο υπό κλίμακα. Με βάση τις προδιαγραφές, η κατακόρυφη δύναμη στο σημείο A πρέπει να είναι μεταξύ 1500 N και 12000 N . Η μάζα του τροχόσπιτου (μαζί με το φορτίο του) είναι 3.500 kg .



4.1. Στο φύλλο απαντήσεων να σχεδιάσετε ένα απλό αντίγραφο του σχήματος και να σχεδιάσετε τις κατακόρυφες δυνάμεις που ασκούνται στο τροχόσπιτο.

Μονάδες 5

4.2. Να γράψετε τις εξισώσεις που πρέπει να ικανοποιούν οι κατακόρυφες δυνάμεις του ερωτήματος 4.1 κατά την ευθύγραμμη, οριζόντια κίνηση του συστήματος αυτοκινήτου-τροχόσπιτου.

Μονάδες 6

4.3. Να εξηγήσετε τι κίνδυνος υπάρχει αν το μέτρο της κατακόρυφης δύναμης στο σημείο A ξεπερνάει το άνω όριο των προδιαγραφών, και να εξετάσετε αν η δύναμη που ασκείται στο σημείο A είναι ανάμεσα στα όρια που ορίζουν οι προδιαγραφές.

Μονάδες 7

4.4. Θέλουμε το τροχόσπιτο να κουβαλήσει επιπλέον φορτίο 700 kg . Εξηγήστε τι θα συμβεί στην κατακόρυφη δύναμη στο σημείο A αν το τοποθετήσουμε στο μπροστινό μέρος του τροχόσπιτου.

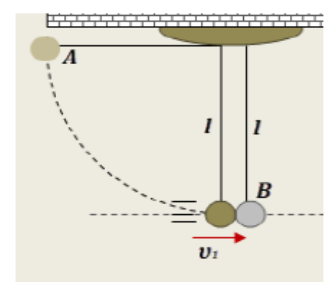
Μονάδες 7

Για τις τιμές των φυσικών σταθερών που θα χρειαστείτε, να συμβουλευτείτε το τυπολόγιο που θα σας δοθεί.

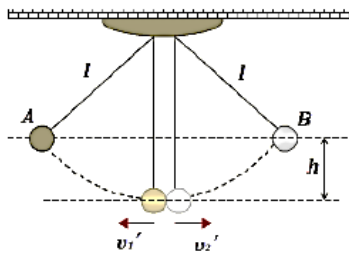
Απ: 3) $\approx 10.500\text{ N}$, είναι

ΘΕΜΑ 4

Δύο μικρές σφαίρες A και B, με ίσες ακτίνες και μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα, έχουν δεθεί στα κάτω άκρα μη ελαστικών νημάτων ίσου μήκους l , τα πάνω άκρα των οποίων είναι δεμένα στην ίδια οροφή (σχήμα). Όταν οι δύο σφαίρες ισορροπούν ακίνητες, τα νήματα που τις κρατούν είναι κατακόρυφα, οι σφαίρες εφάπτονται και τα κέντρα τους είναι στην ίδια οριζόντια ευθεία. Εκτρέπουμε τη



σφαίρα A από την αρχική θέση ισορροπίας της και την φέρνουμε σε θέση, όπου το κέντρο της ανήκει στο αρχικό κατακόρυφο επίπεδο και το νήμα της είναι τεντωμένο και οριζόντιο. Από τη θέση αυτή την αφήνουμε ελεύθερη να κινηθεί, οπότε συγκρούεται με τη B κεντρικά και ελαστικά. Οι αντιστάσεις αέρα αγνοούνται και διαπιστώσαμε ότι μετά την κρούση οι δύο σφαίρες κινούνται αντίθετα και φτάνουν ταυτόχρονα στο ίδιο ύψος ως προς το αρχικό οριζόντιο επίπεδο ηρεμίας τους (σχήμα).



Δίνεται ότι η μάζα της σφαίρας A είναι $m_1 = 300 \text{ g}$, το μήκος των νημάτων

$l = 0,8 \text{ m}$ και ότι το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας μπορεί να θεωρηθεί $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Για διευκόλυνση πράξεων, δίνεται κατά προσέγγιση ότι ισχύει $\sqrt{7} \cong \frac{8}{3}$.

Να υπολογίσετε:

4.1. Τη μάζα m_2 της σφαίρας B .

Μονάδες 6

4.2. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής της σφαίρας A ακριβώς πριν την σύγκρουσή της με την ακίνητη B , ενώ το νήμα της έχει γίνει κατακόρυφο.

Μονάδες 6

4.3. Το μέτρο του μέγιστου ρυθμού μεταβολής της στροφορμής της σφαίρας A , ως προς άξονα στο σημείο O γύρω από το οποίο περιστρέφεται, κατά την κίνησή της από το σημείο που την αφήσαμε ελεύθερη να κινηθεί, μέχρι την σύγκρουσή της με τη σφαίρα B .

Μονάδες 6

4.4 Το μέτρο του μέγιστου ρυθμού μεταβολής της στροφορμής της σφαίρας B , ως προς άξονα στο σημείο O' γύρω από το οποίο περιστρέφεται, κατά την κίνησή της μετά την κρούση των δύο σφαιρών.

Μονάδες 7

ΚΕΦΑΛΑΙΟ: 1
ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ: 1

ΘΕΜΑ 4

Απ: 1) 900g, 2) $6\text{kg}\cdot\text{m/s}$, 3) $2,4\text{N}\cdot\text{m}$, B) $4,8\text{N}\cdot\text{m}$

ΘΕΜΑ 4

Η εξίσωση της ταχύτητας ενός απλού αρμονικού ταλαντωτή δίνεται από την σχέση

$$v = 4\pi \sin(10\pi t) \text{ στο S.I.}$$

4.1. Να υπολογίσετε το πλάτος ταλάντωσης και την περίοδο ταλάντωσης του ταλαντωτή.

Μονάδες 6

4.2. Να γράψετε την εξίσωση επιτάχυνσης για τον απλό αρμονικό ταλαντωτή.

Μονάδες 6

4.3. Αν ο ταλαντωτής έχει μάζα $m = 200\text{g}$, να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της δύναμης επαναφοράς σε συνάρτηση με την απομάκρυνση από την θέση ισορροπίας.

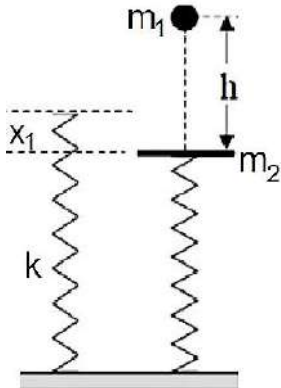
Μονάδες 7

4.4. Μετά από αρκετό χρόνο επεμβαίνει στο σύστημα ένα εξωτερικό αίτιο, το οποίο ασκεί δύναμη της μορφής $F = F_0 \sin(20\pi t)$ στο S.I. Να βρείτε την περίοδο ταλάντωσης του συστήματος και να εξετάσετε αν το σύστημα θα βρεθεί σε συντονισμό. Δίνεται $\pi^2 \approx 10$.

Απ: 1) 0,4m, 0,2s, 2) $a_{\max} = 400\text{m/s}^2$, 4) 0,1s, όχι

ΘΕΜΑ 4

Σώμα μάζας $m_1 = 1\text{ kg}$ αφήνεται να πέσει ελεύθερα από ύψος $h = 5\text{ m}$ πάνω σε δίσκο μάζας $m_2 = 4\text{ kg}$, ο οποίος ισορροπεί σε κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο σταθεράς $k = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$. Η κρούση θεωρείται μετωπική και ελαστική και η διάταξη απεικονίζεται στο παρακάτω σχήμα. Αν είναι γνωστό ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ και η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα, να βρείτε:



4.1. το μέτρο της ταχύτητας v_1 με την οποία το σώμα προσκρούει στον δίσκο.

Μονάδες 5

4.2. τις ταχύτητες του σώματος και του δίσκου αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 6

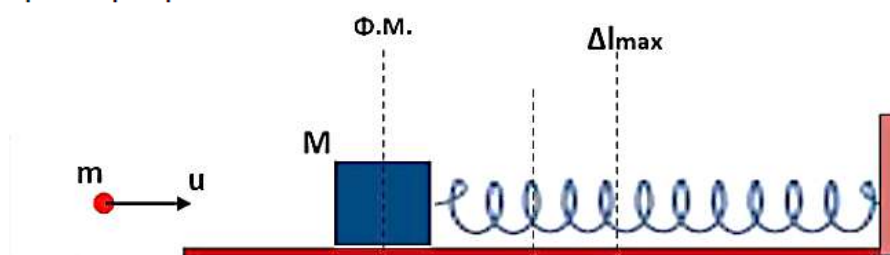
4.3. την μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου.

Μονάδες 8

4.4. την εξίσωση απομάκρυνσης για την απλή αρμονική ταλάντωση του δίσκου και να την αποδώσετε γραφικά στο χρονικό διάστημα $0 \leq t \leq T$, όπου T είναι η περίοδος ταλάντωσης του δίσκου. (Να θεωρήσετε θετική φορά προς τα κάτω και ότι αμέσως μετά την κρούση το σώμα απομακρύνεται και δεν συγκρούεται ξανά με τον δίσκο).

ΘΕΜΑ 4

Ένα βλήμα μάζας $m = 50\text{ g}$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα $v = 200 \cdot \sqrt{15} \frac{\text{m}}{\text{s}}$ και σφηνώνεται στο κέντρο μάζας ενός ξύλου μάζας $M = 4950\text{ g}$, το οποίο είναι ακίνητο πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Το ξύλο εφάπτεται στο ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου που έχει το φυσικό του μήκος, σταθεράς $k = 10 \frac{\text{N}}{\text{m}}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο.



Απ: 1) 10 m/s , 2) -6 m/s , 4 m/s , 3) 72 J , 4) $x=0,8\mu(5t)$ (S.I.)

Στο συσσωμάτωμα ασκείται, επίσης, δύναμη αντίστασης στην κίνησή του της μορφής $F_{αν} = -0,1m_{\text{συσ}}g$.

Να υπολογίσετε:

4.1. Την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 7

4.2. Την μέγιστη συσπίρωση του ελατηρίου.

Μονάδες 9

Μόλις το συσσωμάτωμα βρεθεί στη θέση μέγιστης συσπίρωσης του ελατηρίου, καταργείται η δύναμη αντίστασης και το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, με θετική φορά προς τα δεξιά.

4.3. Να γράψετε τις εξισώσεις:

- της μετατόπισης ως προς τον χρόνο.
- της δύναμης επαναφοράς ως προς την μετατόπιση.

Μονάδες 9

ΚΕΦΑΛΑΙΟ: 1
ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

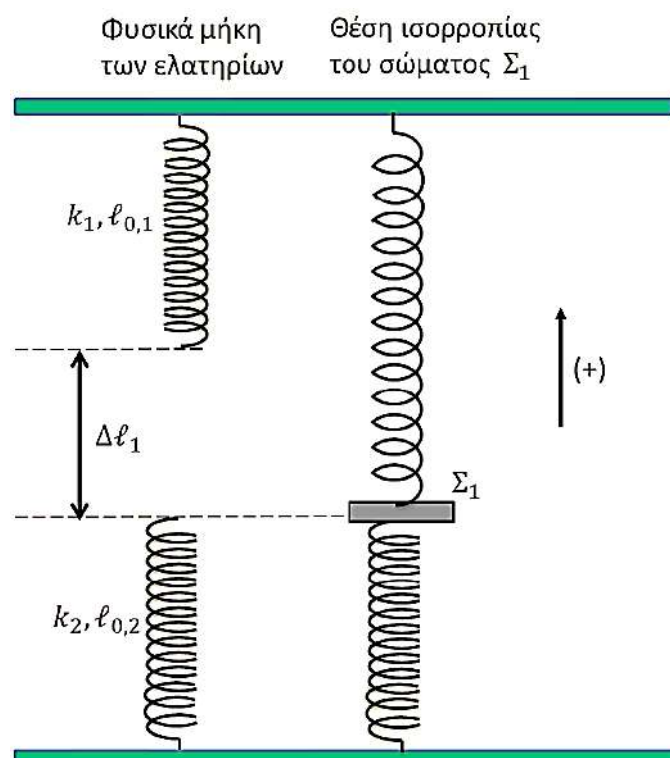
ΑΣΚΗΣΗ: 4

ΘΕΜΑ 4

Απ: 1) $2\sqrt{15}$ m/s, 2) 5m, 3) $x=5\eta\mu(\sqrt{2}t+\pi/2)$ (S.I.), 4) $\Sigma F=-10x$ (S.I.)

ΘΕΜΑ 4

Το πάνω άκρο του κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου $k_1 = 40 \frac{N}{m}$ είναι στερεωμένο σε σταθερό σημείο ενώ το άλλο άκρο του είναι δεμένο στο σώμα Σ_1 , μάζας $m_1 = 1Kg$. Το κάτω άκρο του κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου $k_2 = 60 \frac{N}{m}$ είναι στερεωμένο σε σταθερό σημείο ενώ το άλλο άκρο του είναι δεμένο στο σώμα Σ_1 . Τα σημεία στερέωσης των δύο ελατηρίων ανήκουν στην ίδια κατακόρυφο. Στη θέση ισορροπίας του σώματος Σ_1 το ελατήριο k_1 έχει επιμήκυνση $\Delta\ell_1$ ενώ το k_2 βρίσκεται στο φυσικό του μήκος. Απομακρύνουμε το σώμα Σ_1 προς τα πάνω κατά $\Delta\ell_1$ και τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το αφήνουμε ελεύθερο. Δίνεται $g = 10 \frac{m}{s^2}$.



4.1. Να αποδείξετε ότι μετά τη χρονική στιγμή t_0 το σώμα Σ_1 θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε την περίοδο της.

Μονάδες 8

4.2. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης του Σ_1 συναρτήσει του χρόνου και να την παραστήσετε γραφικά μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{6\pi}{20} \text{ s}$.

Μονάδες 8

Ένα σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 3\text{Kg}$ βρίσκεται σε ύψος $h = 0,3 \text{ m}$, πάνω από τη θέση που αφήσαμε το σώμα Σ_1 τη χρονική στιγμή t_0 . Την κατάλληλη χρονική στιγμή αφήνουμε ελεύθερο το σώμα Σ_2 να κινηθεί κατακόρυφα οπότε τη χρονική στιγμή t_1 συγκρούεται πλαστικά με το Σ_1 .

4.3. Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος. Δίνεται ότι: $\sqrt{0,3625} = 0,602$

Μονάδες 9

ΚΕΦΑΛΑΙΟ: 1
ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ: 5

ΘΕΜΑ 4

Απ: 1) $\pi/5\text{s}$, 2) $x=1/4\eta\mu(10t+\pi/2)$ (S.I.), 3) 0,602m

ΘΕΜΑ 4

Ένα σώμα Σ μάζας $m = 2\text{kg}$ κρέμεται από το κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k . Το πάνω άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο ακλόνητα σε οροφή. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ εκτοξεύουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας του με ταχύτητα $\vec{v}_0$ κατακόρυφα προς τα πάνω. Το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος $A = 0,2 \text{ m}$. Την προς τα πάνω κατεύθυνση λαμβάνουμε ως θετική. Τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{\pi}{10} \text{ s}$ το σώμα περνά για πρώτη φορά μετά την εκτόξευση από τη θέση ισορροπίας του.

Δίνεται η επιτάχυνση βαρύτητας $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

4.1. Να υπολογίσετε την περίοδο της ταλάντωσης και να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης του σώματος.

Μονάδες 8

4.2. Να υπολογίσετε τη σταθερά επαναφοράς D και το μέτρο της αρχικής ταχύτητας $\vec{v}_0$.

Μονάδες 7

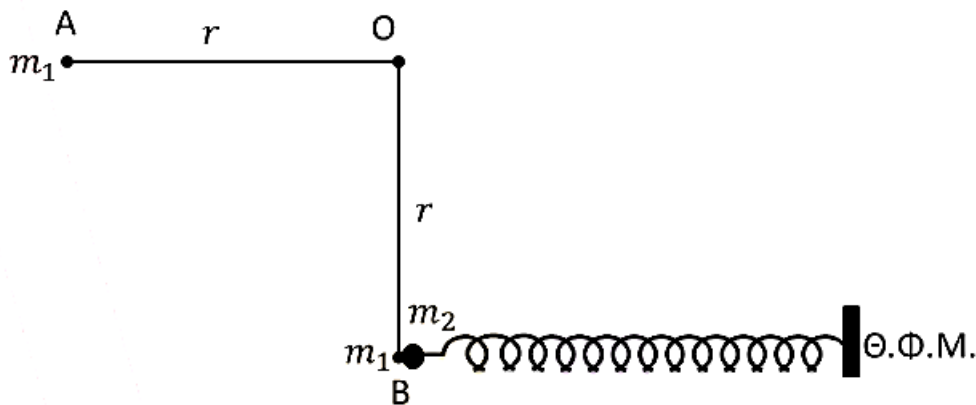
4.3. Να γράψετε τη συνάρτηση που περιγράφει τη δύναμη που ασκεί το ελατήριο στο σώμα Σ σε σχέση με την απομάκρυνση και τη συνάρτηση που περιγράφει τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου σε σχέση με την απομάκρυνση. Να παραστήσετε γραφικά κάθε σχέση σε αριθμημένους άξονες.

Μονάδες 10

Απ: 1) $\pi/5\text{s}$, $x=0,2\eta\mu 10t$ (S.I.), 2) 200N/m, 2m/s, 3) $F_{\text{ελ}}=200(x-1)$ (S.I.) $-0,2\leq x\leq 0,2$, $U_{\text{ελ}}=100(0,1-x)^2$ (S.I.)

ΘΕΜΑ 4

Ένα υλικό σημείο Σ_1 μάζας $m_1 = 100g$ κρέμεται από το κάτω άκρο ιδανικού νήματος μήκους $r = 0,8\text{ m}$. Το άλλο άκρο του νήματος είναι δεμένο σε σταθερό σημείο O. Φέρνουμε το Σ_1 στη θέση A όπου το νήμα είναι τεντωμένο και οριζόντιο και το αφήνουμε να κινηθεί. Τη στιγμή που το νήμα γίνεται κατακόρυφο το υλικό σημείο Σ_1 συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με υλικό σημείο Σ_2 μάζας $m_2 = 700g$ που ηρεμούσε σε λείο οριζόντιο επίπεδο δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 70 \frac{N}{m}$. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι δεμένο σε σταθερό σημείο. Δίνεται η επιτάχυνση βαρύτητας $g = 10 \frac{m}{s^2}$.



4.1. Να υπολογίσετε την στροφορμή του Σ_1 ακριβώς πριν την κρούση, ως προς τον άξονα που περνά από το σημείο O και είναι κάθετος στο επίπεδο της κυκλικής τροχιάς του Σ_1 .

Μονάδες 8

4.2. Να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων των Σ_1 και Σ_2 ακριβώς μετά την κρούση.

Μονάδες 8

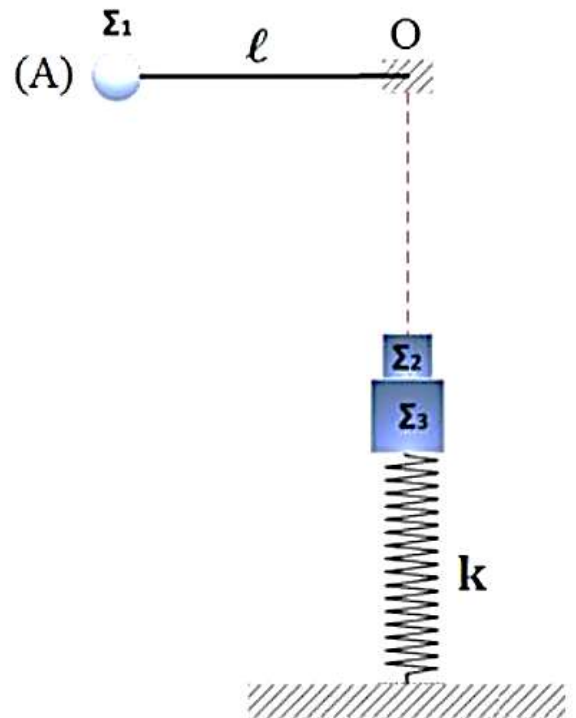
4.3. Το Σ_2 μετά την κρούση εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Να υπολογίσετε τη μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου και το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να μηδενιστεί η ταχύτητα του Σ_2 για πρώτη φορά μετά την κρούση. Να υποθέσετε ότι δεν γίνεται άλλη κρούση μεταξύ των δύο σωμάτων.

Μονάδες 9

Απ: 1) $0,32\text{ kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$, 2) -3 m/s , 1 m/s , 1) $\pi/20\text{ s}$

ΘΕΜΑ 4

Στο ελεύθερο άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100 \text{ N/m}$ είναι δεμένο σώμα Σ_3 , μάζας $m_3 = 1 \text{ Kg}$. Πάνω στο σώμα Σ_3 και σε επαφή με αυτό βρίσκεται σώμα Σ_2 , μάζας $m_2 = 3 \text{ Kg}$ και το σύστημα ισορροπεί. Σε ένα σημείο O πάνω στην κατακόρυφο που διέρχεται από τον άξονα του ελατηρίου είναι δεμένο αβαρές μη εκτατό νήμα μήκους $\ell = 0,8 \text{ m}$, στο ελεύθερο άκρο του οποίου έχουμε στερεώσει σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 2 \text{ Kg}$. Φέρνουμε το νήμα με το σώμα Σ_1 στην οριζόντια θέση (Α) και το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί. Όταν το νήμα γίνει κατακόρυφο, το σώμα Σ_1 συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το σώμα Σ_2 και ταυτόχρονα κόβεται το νήμα.



4.1. Να υπολογίσετε τις ταχύτητες των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 μετά την κρούση.

Μονάδες 6

4.2. Το σώμα Σ_3 μετά την κρούση εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Να υπολογίσετε το πλάτος και την περίοδο της ταλάντωσης.

Μονάδες 8

4.3. Θεωρώντας ως χρονική στιγμή $t_0 = 0$, τη στιγμή της κρούσης, αμελητέα τη διάρκεια της και θετική την φορά προς τα κάτω, να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή $t = \frac{\pi}{4} \text{ s}$, την κινητική ενέργεια του σώματος Σ_3 .

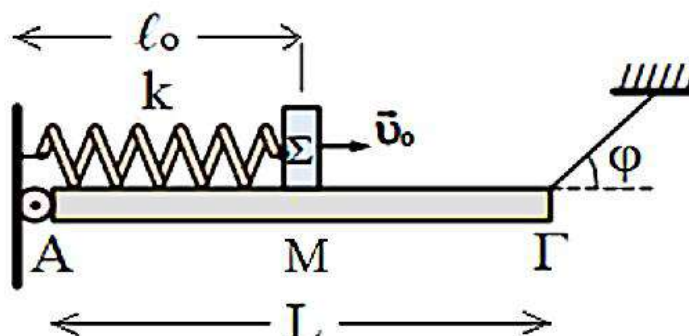
Μονάδες 6

4.4. Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή $t = \frac{\pi}{10} \text{ s}$, το μέτρο της δύναμης του ελατηρίου.

Μονάδες 5

Να ληφθεί υπόψη ότι η επιτάχυνση βαρύτητας έχει τιμή $g = 10 \text{ m/s}^2$.

ΘΕΜΑ 4



Στη διάταξη του σχήματος η ομογενής ράβδος ΑΓ έχει μάζα $m = 4Kg$, μήκος $L = 4m$ και ισορροπεί. Η ράβδος είναι αρθρωμένη στο άκρο Α και δεμένη με νήμα στο άκρο Γ. Το νήμα σχηματίζει γωνία $\varphi = 30^\circ$ με τον άξονα της ράβδου, έτσι ώστε η ράβδος να παραμένει οριζόντια (όπως φαίνεται στο σχήμα). Πάνω στη ράβδο τοποθετείται σύστημα που αποτελείται από ιδανικό ελατήριο, σταθεράς $k = 100N/m$, και σώμα Σ, μάζας $m_\Sigma = 1Kg$, στερεωμένο στη δεξιά άκρη του ελατηρίου (η αριστερή άκρη του ελατηρίου είναι στερεωμένη στον κατακόρυφο τοίχο πάνω από την άρθρωση). Το σώμα Σ αρχικά βρίσκεται στο μέσο Μ της ράβδου ΑΓ και το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος ℓ_0 . Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ εκτοξεύουμε το σώμα Σ με ταχύτητα μέτρου $v_0 = 10m/s$ προς τα δεξιά. Αν θεωρήσουμε ότι το όριο θραύσης του νήματος έχει την κατάλληλη τιμή ώστε η απλή αρμονική ταλάντωση που θα εκτελέσει το σώμα Σ να γίνεται χωρίς τον κίνδυνο να κοπεί το νήμα να υπολογίσετε:

4.1. το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σώμα Σ.

Μονάδες 6

4.2. τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή του μέτρου της τάσης του νήματος εξαιτίας της ταλάντωσης του σώματος Σ.

Μονάδες 7

4.3. το μέτρο της δύναμης που ασκείται στη ράβδο από την άρθρωση τη χρονική στιγμή $t = \frac{3\pi}{10}s$.

Μονάδες 7

4.4. Αν θεωρήσουμε ότι το όριο θραύσης του νήματος είναι $T_{\theta\rho} = 52,5N$, να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ, τη στιγμή που κόβεται το νήμα.

Μονάδες 5

Να ληφθεί υπόψη ότι η επιτάχυνση βαρύτητας έχει τιμή $g = 10m/s^2$.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ: 1
ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

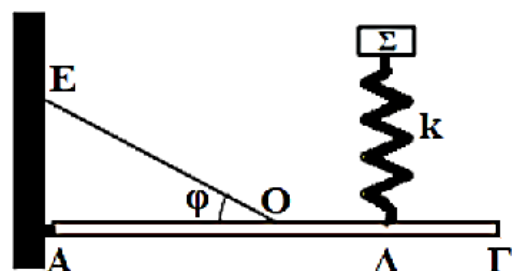
ΑΣΚΗΣΗ: 9

ΘΕΜΑ 4

Απ: 1) 1m, 2) 55N, 45m, 3) 50N 4) 0,5m, $5\sqrt{3}m/s$

ΘΕΜΑ 4

Στη διάταξη του σχήματος η ομογενής ράβδος ΑΓ έχει μάζα $m = 6Kg$, μήκος L και ισορροπεί στηριζόμενη σε άρθρωση στη μία άκρη Α και σε νήμα ΟΕ το οποίο είναι δεμένο στο μέσο της Ο και σχηματίζει γωνία $\varphi = 30^\circ$ με τον άξονα της ράβδου, έτσι ώστε η ράβδος να παραμένει οριζόντια (όπως φαίνεται στο σχήμα). Πάνω στη ράβδο και στο σημείο Δ, του οποίου η απόσταση από το άκρο Γ της ράβδου είναι $L/4$, είναι στερεωμένο ένα κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο, σταθεράς $k = 100N/m$, στο πάνω μέρος του οποίου ισορροπεί σώμα Σ, μάζας $m_\Sigma = 1Kg$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μετακινούμε το σώμα Σ στη θέση όπου το ελατήριο είναι στο φυσικό του μήκος και το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί εκτελώντας απλή αρμονική ταλάντωση. Θεωρώντας ως θετική φορά για την ταλάντωση τη φορά προς τα πάνω να υπολογίσετε:



4.1. το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σώμα Σ.

4.2. τη μέγιστη τιμή του μέτρου της τάσης του νήματος εξαιτίας της ταλάντωσης του σώματος Σ.

Μονάδες 8

4.3. το μέτρο της δύναμης που ασκείται στη ράβδο από την άρθρωση, τη χρονική στιγμή όπου η τιμή του μέτρου της τάσης του νήματος εξαιτίας της ταλάντωσης του σώματος Σ παίρνει την ελάχιστη τιμή.

Μονάδες 6

4.4. την κινητική ενέργεια του σώματος Σ τη χρονική στιγμή $t = \frac{\pi}{60} \text{ s}$.

Μονάδες 5

Να ληφθεί υπόψη ότι η επιτάχυνση βαρύτητας έχει τιμή $g = 10 \text{ m/s}^2$.

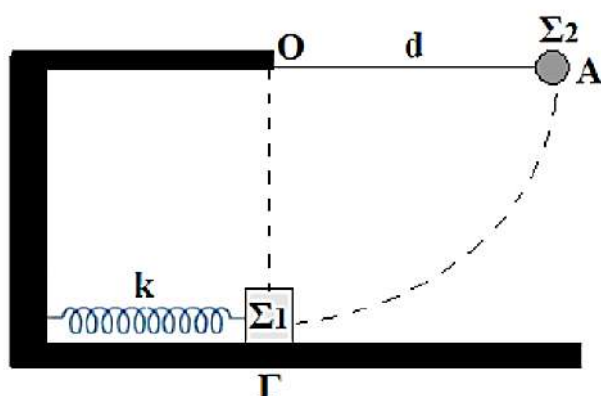
ΚΕΦΑΛΑΙΟ: 1
ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ: 10

ΘΕΜΑ 4

Απ: 1) 0,1m, 2) 180N, 3) $60\sqrt{3} \text{ N}$, 4) 0,125J

ΘΕΜΑ 4



Σώμα Σ₁ μάζας $m_1 = 3 \text{ Kg}$ ισορροπεί στο λείο οριζόντιο επίπεδο και είναι δεμένο σε ελατήριο σταθεράς k , που βρίσκεται στο φυσικό του μήκος. Δεύτερο σώμα Σ₂ μάζας $m_2 = 1 \text{ Kg}$ και αμελητέων διαστάσεων, είναι προσδεμένο με νήμα μη εκτατό, που το άλλο άκρο του είναι προσδεμένο σε σταθερό σημείο O, με το νήμα σε οριζόντια θέση. Το μήκος του νήματος είναι $d = 0,8 \text{ m}$. Αφήνουμε το σώμα Σ₂ ελεύθερο από τη θέση A να κινηθεί και να συγκρουσθεί κεντρικά και ελαστικά με το σώμα Σ₁. Μετά την κρούση το σώμα Σ₁ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A_1 = 0,2 \text{ m}$.

Να υπολογίσετε:

4.1. τη σταθερά k του ελατηρίου.

Μονάδες 7

4.2. το ύψος h που θα φτάσει το σώμα Σ₂ μετά την κρούση.

Μονάδες 6

4.3. το ρυθμό μεταβολής της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου, τη στιγμή που αυτό είναι συσπειρωμένο κατά το ήμισυ της μέγιστης συσπείρωσής του και το σώμα κινείται προς τα δεξιά.

Μονάδες 7

4.4. Να υπολογίσετε τη στροφορμή του Σ₂ ακριβώς πριν την κρούση με το σώμα Σ₁, ως προς τον άξονα που περνά από το σημείο O και είναι κάθετος στο επίπεδο της κυκλικής τροχιάς του Σ₂.

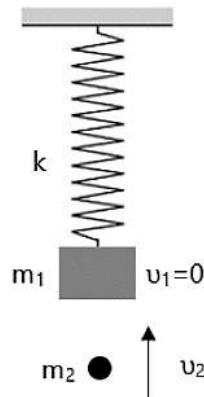
Μονάδες 5

Να ληφθεί υπόψη ότι η επιτάχυνση βαρύτητας έχει τιμή $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Απ: 1) 300N/m, 2) 0,2m, 3) $-30\sqrt{3} \text{ J/s}$, 4) $3,2 \text{ kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$

ΘΕΜΑ 4

Κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο σταθεράς $k = 100 \frac{N}{m}$, έχει το πάνω άκρο του στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο και στο κάτω άκρο του είναι δεμένο ένα σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 1Kg$. Το σώμα Σ_1 ισορροπεί ακίνητο.



4.1. Να υπολογίσετε την επιμήκυνση του ελατηρίου από τη θέση φυσικού του μήκους.

Μονάδες 6

Δεύτερο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 1Kg$, κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω κατά την διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου και συγκρούεται πλαστικά με το σώμα Σ_1 τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ με ταχύτητα μέτρου $v_2 = 2 \frac{m}{s}$. Το συσσωμάτωμα που δημιουργείται, εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D = k$.

4.2. Να προσδιορίσετε την ταχύτητα του συσσωματώματος, αμέσως μετά τη δημιουργία του.

Μονάδες 6

4.3. Να προσδιορίσετε τη θέση ισορροπίας του συσσωματώματος σε σχέση με τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου.

Μονάδες 6

4.4. Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης.

Μονάδες 7

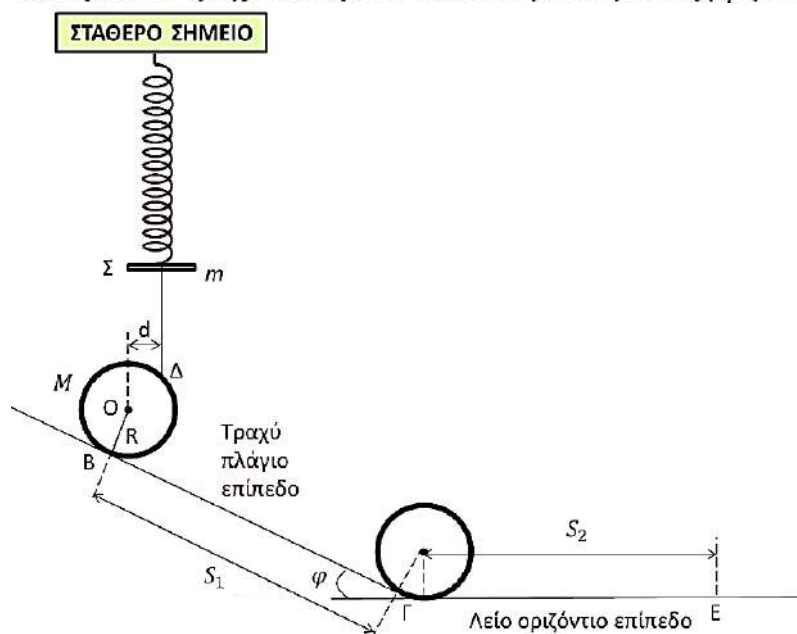
Για τα δεδομένα της άσκησης να θεωρήσετε προσεγγιστικά ότι : $g = 10 \frac{m}{s^2}$.

ΘΕΜΑ 4

Στο παρακάτω σχήμα το σώμα Σ έχει μάζα $m = 1Kg$ και είναι στερεωμένο στο κάτω άκρο του ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 400 \frac{N}{m}$. Αβαρές και μη εκτατό νήμα είναι δεμένο με το ένα άκρο του στο σώμα Σ και με το άλλο στο σημείο Δ λεπτού και ομογενούς δακτυλίου ακτίνας $R = 0,2 m$ και μάζας $M = 4,875Kg$ έτσι ώστε η απόσταση d να είναι ίση με $0,1 m$. Ο δακτύλιος

Απ: 1) $0,1m$, 2) $1m/s$ 3) $0,2m$, 4) $0,1\sqrt{3} m$

ακουμπά σε τραχύ κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης φ με $\eta\mu\varphi = 0,8$ και $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0,6$.



Το σώμα Σ και ο δακτύλιος ισορροπούν. Στη θέση ισορροπίας του συστήματος το ελατήριο έχει επιμήκυνση $\Delta\ell = 0,1\text{ m}$. Δίνεται η επιτάχυνση τη βαρύτητας $g = 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

4.1. Να υπολογίσετε το μέτρο της τάσης του νήματος στη θέση ισορροπίας του συστήματος και τη στατική τριβή που ασκείται στο δακτύλιο από το τραχύ κεκλιμένο επίπεδο.

Μονάδες 6

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ κόβουμε το νήμα οπότε το σώμα Σ αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και ο δακτύλιος κυλίζει χωρίς να ολισθαίνει αρχικά στο τραχύ κεκλιμένο επίπεδο και στη συνέχεια στο λείο οριζόντιο επίπεδο. Η μετάβαση του δακτυλίου από το κεκλιμένο επίπεδο στο οριζόντιο επίπεδο γίνεται χωρίς ενεργειακές απώλειες με αποτέλεσμα να μην αλλάξει το μέτρο της μεταφορικής και το μέτρο της γωνιακής του ταχύτητας κατά τη μετάβαση.

4.2. Να γράψετε την εξίσωση της επιτάχυνσης συναρτήσει του χρόνου, για την απλή αρμονική ταλάντωση που εκτελεί το σώμα Σ μετά την κοπή του νήματος, θεωρώντας θετική τη φορά προς τα κάτω.

4.3. Η γωνιακή επιτάχυνση του δακτυλίου κατά την κύλιση του στο κεκλιμένο επίπεδο έχει μέτρο $\alpha_{\gamma\omega\nu} = 20\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$. Να υπολογίσετε το μέτρο α_{cm} της μεταφορικής επιτάχυνσης του δακτυλίου κατά την κύλισή του στο κεκλιμένο επίπεδο και το μέτρο v_1 της μεταφορικής και το μέτρο ω_1 της γωνιακής ταχύτητας του δακτυλίου τη στιγμή που περνά από το σημείο Γ. Να θεωρήσετε ότι η μετατόπιση του κέντρου μάζας του δακτυλίου κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου είναι ίση με $S_1 = 8\text{ m}$

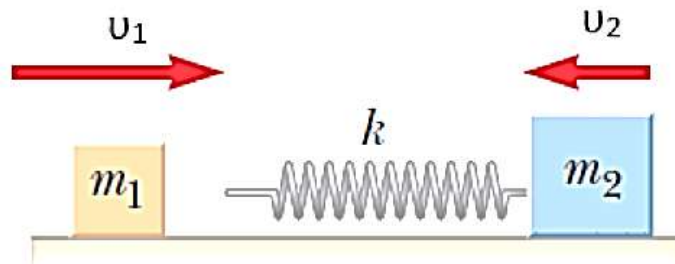
4.4. Να υπολογίσετε τον αριθμό των περιστροφών του δακτυλίου από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα μέχρι τη στιγμή που περνά από το σημείο Ε. Να θεωρήσετε ότι η μετατόπιση του κέντρου μάζας του δακτυλίου κατά μήκος του οριζόντιου επιπέδου είναι ίση με $S_2 = 8\text{ m}$.

Μονάδες 7

Απ: 1) 30N, 15N, 2) $\alpha = -30\eta\mu(20t + \pi/2)$ (S.I.), 3) 4 m/s^2 , 8 m/s , 40 rad/s 4) $40/\pi$ περιστροφές

ΘΕΜΑ 4

Ένα σώμα μάζας $m_1 = 2\text{ kg}$ κινείται αρχικά προς τα δεξιά με ταχύτητα $v_1 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ σε λείο οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται με ένα ιδανικό ελατήριο σταθεράς $k = 400 \frac{\text{N}}{\text{m}}$. Το ελατήριο είναι συνδεδεμένο σε ένα σώμα μάζας $m_2 = 3\text{ kg}$, το οποίο κινείται προς τα αριστερά με ταχύτητα $v_2 = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Κατά την διάρκεια της επαφής του m_1 με το ελατήριο θεωρούμε ότι δεν μετατρέπεται κινητική ενέργεια σε άλλη μορφή ενέργειας εκτός από ελαστική δυναμική ενέργεια στο ελατήριο.



4.1. Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος με μάζα m_2 κατά την διάρκεια της επαφής του m_1 με το ελατήριο, όταν το σώμα μάζας m_1 κινείται προς τα δεξιά με ταχύτητα $v_3 = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Μονάδες 6

4.2. Υπολογίστε τις ταχύτητες που θα αποκτήσουν τα σώματα όταν το m_1 χάσει την επαφή με το ελατήριο.

Μονάδες 6

4.3. Να βρεθεί το ποσοστό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του m_1 εξαιτίας της αλληλεπίδρασής του με το ελατήριο.

Μονάδες 6

4.4. Ποια είναι η μέγιστη συσπίρωση του ελατηρίου κατά την διάρκεια της κρούσης;

Απ: 1) $5/3 \text{ m/s}$, 2) -8 m/s , 7 m/s , 3) -36% , 4) $0,3\sqrt{7,5} \text{ m}$

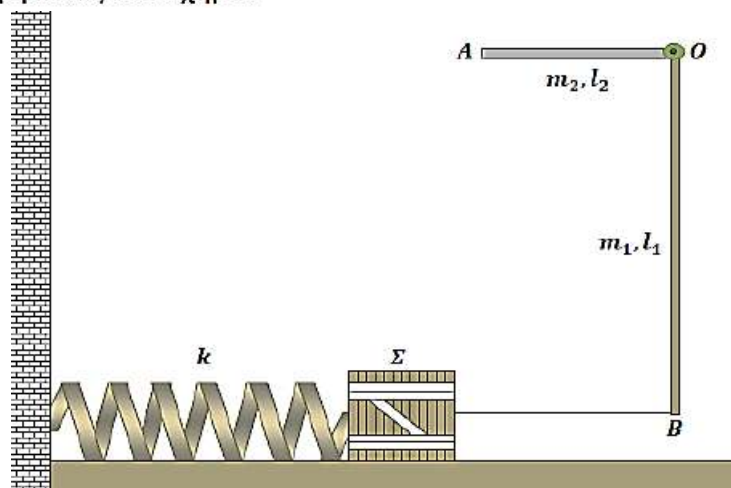
ΘΕΜΑ 4

Δύο λεπτές και ομογενείς ράβδοι OA και OB από διαφορετικά υλικά, συγκολλούνται στο ένα άκρο τους O , ώστε να σχηματίζουν ορθή γωνία. Η ράβδος OB έχει μήκος $l_1 = 0,8 \text{ m}$ και μάζα $m_1 = 0,4 \text{ kg}$. Η ράβδος OA , έχει το μισό μήκος από την OB , ($l_2 = 0,4 \text{ m}$) και διπλάσια μάζα ($m_2 = 0,8 \text{ kg}$), από αυτή. Το σύστημα των δύο ράβδων, μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές, ως ένα σώμα, γύρω από οριζόντιο σταθερό άξονα, κάθετο στο επίπεδό τους ο οποίος διέρχεται από την κορυφή O της ορθής γωνίας.

Οριζόντιο αβαρές νήμα, συνδέει το άκρο B της ράβδου OB με άλλο σώμα Σ μάζας $m_3 = 0,2 \text{ kg}$, το οποίο μπορεί να ολισθαίνει πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Το Σ είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 20 \frac{\text{N}}{\text{m}}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο σε κατακόρυφο

τοίχο. Ο άξονας του ελατηρίου είναι στην ίδια ευθεία με το νήμα.

Αρχικά το σύστημα ισορροπεί έτσι ώστε, με κατάλληλη επιμήκυνση του ελατηρίου, η ράβδος OB να συγκρατείται κατακόρυφη όπως στο σχήμα.



4.1. Να υπολογίσετε την επιμήκυνση του ελατηρίου, σε σχέση με το φυσικό του μήκος, στην αρχική κατάσταση ισορροπίας του συστήματος.

Μονάδες 6

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το νήμα κόβεται, το σώμα Σ αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και το σύστημα των δύο ράβδων αρχίζει να περιστρέφεται ελεύθερα γύρω από τον άξονα O.

4.2. Να υπολογίσετε το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας του σώματος Σ κατά την ταλάντωση που εκτελεί μετά την κοπή του νήματος.

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε την ενέργεια ταλάντωσης του συστήματος σώμα Σ-ελατήριο.

Μονάδες 6

4.4. Αφού θεωρήσετε θετική φορά από τον τοίχο προς το σώμα Σ, να γράψετε τη σχέση $F_{ελ} - t$, η οποία αποδίδει τιμές της δύναμης του ελατηρίου με το χρόνο, από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα και να την αποδώσετε γραφικά σε διάγραμμα με βαθμονομημένους άξονες, για διάρκεια μιας περιόδου της ταλάντωσης.

Μονάδες 7

Να θεωρήσετε το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας $g = 10 \frac{m}{s^2}$ και ασημαντες τις αντιστάσεις αέρα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ: 1
ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ: 15

ΘΕΜΑ 4

Απ: 1) 0,1m, 2) 1m/s, 3) 0,1J, 4) $F_{ελ} = -2\eta\mu(10t + \pi/2)$ (S.I.)

ΘΕΜΑ 4

Ένας δίσκος μάζας $M = 1 \text{ kg}$, είναι στερεωμένος στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 200 \frac{N}{m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε οριζόντιο δάπεδο. Πάνω στο δίσκο κάθετος ένας βάτραχος μάζας $m = 0,2 \text{ kg}$ και αρχικά το σύστημα ισορροπεί. Κάποια στιγμή ο βάτραχος εκτινάσσεται κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα μέτρου $v_0 = 2 \frac{m}{s}$, με αποτέλεσμα το σύστημα δίσκος-ελατήριο να αρχίσει να ταλαντώνεται και ο δίσκος να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

Να υπολογίσετε:

4.1. το μέτρο της ταχύτητας που αποκτά ο δίσκος αμέσως μετά την εκτίναξη του βάτραχου,

Μονάδες 6

4.2. το πλάτος της ταλάντωσης του δίσκου,

Μονάδες 7

4.3. τη μέγιστη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης του δίσκου,

Μονάδες 6

4.4. τη μέγιστη δυναμική ενέργεια του συστήματος, εξαιτίας της παραμόρφωσης του ελατηρίου σε σχέση με το φυσικό του μήκος.

Μονάδες 6

Αντιστάσεις αέρα αγνοούνται και το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας δίνεται $g = 10 \frac{m}{s^2}$.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ: 1
ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

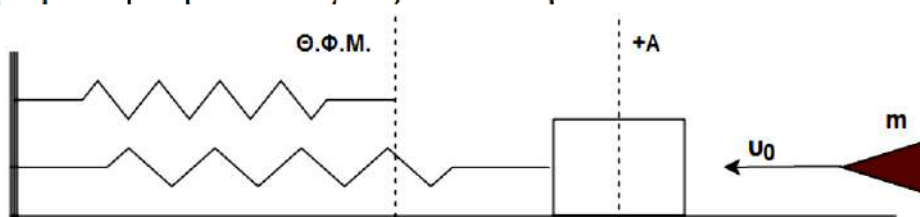
ΑΣΚΗΣΗ: 16

ΘΕΜΑ 4

Απ: 1) 0,4m/s 2) 0,03m, 3) 0,09J, 4) 0,64J

ΘΕΜΑ 4

Ένα σώμα μάζας $M = 3,6 \text{ kg}$ είναι δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σκληρότητας k και εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος $A = 0,1 \text{ m}$ και μέγιστη ταχύτητα $v_{max} = \frac{2\sqrt{10} m}{3 s}$ σε οριζόντια λεία επιφάνεια. Το άλλο άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο. Όταν το σώμα βρίσκεται σε μία από τις ακραίες θέσεις του την $+A$, ένα βλήμα μάζας $m = 0,4 \text{ kg}$, που κινείται οριζόντια με ταχύτητα v_0 κατά τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου, συγκρούεται με το σώμα. Η κρούση είναι πλαστική και αμελητέας διάρκειας. Το συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Αν η ολική ενέργεια του ταλαντωτή αμέσως μετά την κρούση τετραπλασιάζεται, να υπολογίσετε:



4.1. το νέο πλάτος της ταλάντωσης,

Μονάδες 6

4.2. την νέα περίοδο της ταλάντωσης,

Μονάδες 6

4.3. τη νέα μέγιστη ταχύτητα,

Μονάδες 5

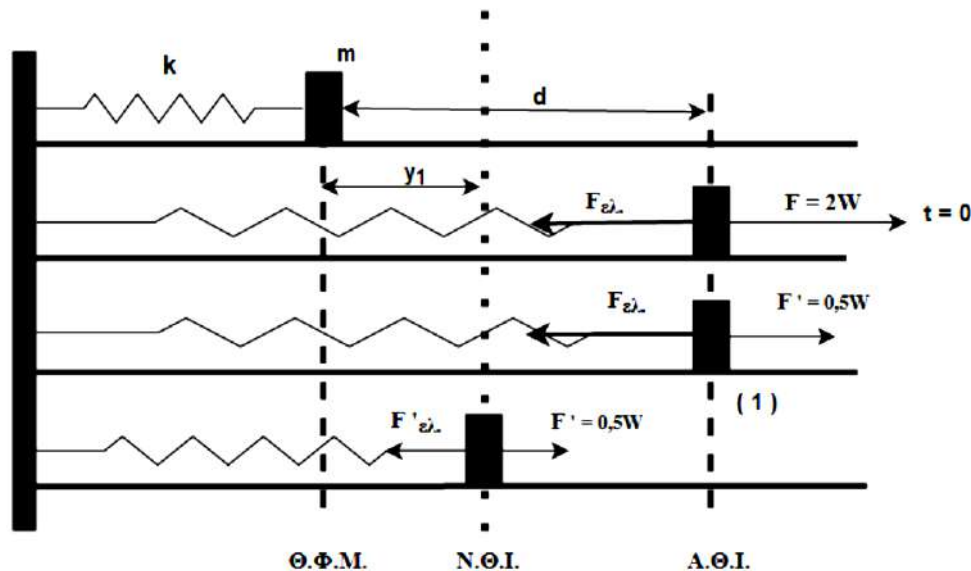
4.4. την ταχύτητα του βλήματος v_0 πριν από την κρούση.

Μονάδες 8

Απ: 1) 0,2m, 2) $\pi/10s$, 3) 4m/s, 4) $20\sqrt{3} \text{ m/s}$

ΘΕΜΑ 4

Στην άκρη οριζώντιου ελατηρίου σκληρότητας k είναι δεμένο ένα σώμα $m = 1 \text{ kg}$. Αρχικά βρίσκεται σε ισορροπία σε λείο οριζόντιο επίπεδο στη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Επιμηκύνουμε το ελατήριο κατά $d = 0,2 \text{ m}$, ασκώντας δύναμη F διπλάσια του βάρους του σώματος και το σώμα ισορροπεί στη θέση αυτή. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ η τιμή της δύναμης F μειώνεται στο $\frac{1}{4}$ της αρχικής τιμής, δηλαδή $F' = \frac{1}{4} F = \frac{W}{2}$ και το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D = k$. Θεωρώντας θετική την φορά επιμήκυνσης του ελατηρίου, να υπολογίσετε:



4.1. τη γωνιακή συχνότητα ω της ταλάντωσης,

Μονάδες 6

4.2. το πλάτος της ταλάντωσης,

Μονάδες 6

4.3. τη μέγιστη ταχύτητα και τη μέγιστη επιτάχυνση.

Μονάδες 6

4.4. Να γράψετε τις χρονικές εξισώσεις που περιγράφουν την απομάκρυνση, την ταχύτητα και την επιτάχυνση του ταλαντούμενου σώματος.

Μονάδες 7

Δίνεται $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Απ: 1) 10 rad/s , 2) $0,15 \text{ m}$, 3) $1,5 \text{ m/s}$, 15 m/s^2

ΘΕΜΑ 4

Σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A = 2\sqrt{3} \text{ cm}$ και η στιγμιαία ορμή του περιγράφεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$p = 4 \cdot 10^{-2} \cdot \sin 2t \text{ (S.I.)}$$

Δίνεται: $\eta\mu\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ και $\eta\mu 2\theta = 2\eta\mu\theta\sin\theta$

4.1. Να υπολογιστεί η μέγιστη ταχύτητα της ταλάντωσης $v_{\max}$ του σώματος.

Μονάδες 5

4.2. Να βρεθεί η μάζα m του ταλαντούμενου σώματος.

Μονάδες 5

4.3. Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της ολικής ενέργειας της ταλάντωσης τη χρονική στιγμή

$$t_1 = \frac{\pi}{12} \text{ s.}$$

Μονάδες 6

4.4. Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας K της ταλάντωσης τη χρονική στιγμή t_1 .

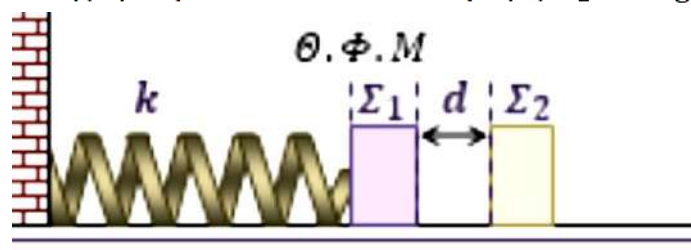
Μονάδες 9

Απ: 1) $4\sqrt{3} \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$, 2) $\sqrt{3}/3 \text{ kg}$, 3) 0, 4) $-24 \cdot 10^{-4} \text{ J/s}$

ΘΕΜΑ 4

Ένα σώμα Σ_1 , αμελητέων διαστάσεων και μάζας $m_1 = 500 \text{ g}$, είναι στερεωμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$. Το άλλο άκρο του ελατηρίου στηρίζεται σε ακλόνητο σημείο. Το σύστημα βρίσκεται πάνω σε οριζόντιο λείο δάπεδο και αρχικά ισορροπεί με το ελατήριο στο φυσικό του μήκος.

Πάνω στη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου και σε απόσταση $d = 0,1 \cdot \sqrt{3} \text{ m}$ από το Σ_1 , βρίσκεται ακίνητο δεύτερο σώμα Σ_2 επίσης αμελητέων διαστάσεων και μάζας $m_2 = 4 \text{ kg}$.



Εκτρέπουμε το σύστημα ελατηρίου-σώματος Σ_1 από τη θέση ισορροπίας του, μετατοπίζοντας το Σ_1 οριζόντια κατά $A = 0,2 \cdot \sqrt{3} \text{ m}$ πάνω στη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου, έτσι ώστε το ελατήριο να συσπειρώνεται και από τη θέση αυτή το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί. Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 θα συγκρουστούν με πλαστική κρούση ασήμαντης χρονικής διάρκειας.

Να υπολογίσετε:

4.1. Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ_1 ελάχιστα πριν την κρούση.

Μονάδες 6

4.2. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σώματος Σ_1 , ελάχιστα πριν την κρούση.

Μονάδες 6

4.3. Το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος μετά την κρούση.

Μονάδες 7

4.4. Το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος, αμέσως μετά την πλαστική κρούση.

Μονάδες 6

ΚΕΦΑΛΑΙΟ: 1
ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

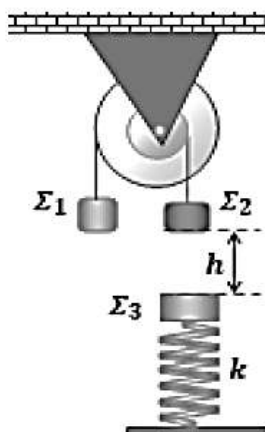
ΑΣΚΗΣΗ: 20

ΘΕΜΑ 4

Απ: 1) $3\sqrt{2}$ m/s, 2) $10\sqrt{3}$ kg·m/s, 3) 0,2m, 4) $-10\sqrt{6}/3$ J/s

ΘΕΜΑ 4

Η διπλή τροχαλία του σχήματος αποτελείται από δύο ομοαξονικές τροχαλίες με ακτίνες R_1 και R_2 , για τις οποίες ισχύει $R_1 = 2 \cdot R_2$. Οι δύο τροχαλίες αποτελούν ένα ενιαίο στερεό το οποίο μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από τον οριζόντιο άξονα στο κέντρο του. Στα αυλάκια της διπλής τροχαλίας έχουμε τυλίξει αβαρή νήματα και στο άκρο τους αντίστοιχα έχουμε δέσει τα σώματα Σ_1 μάζας m_1 και Σ_2 μάζας $m_2 = 1$ kg. Αρχικά η διπλή τροχαλία και τα σώματα Σ_1 και Σ_2 ισορροπούν ακίνητα, όπως στο σχήμα.



Κάποια στιγμή το νήμα που κρατάει το σώμα Σ_2 κόπηκε και το σώμα αυτό, με ελεύθερη πτώση, πέφτει και συγκρούεται με άλλο σώμα Σ_3 , το κέντρο του οποίου βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφη με το κέντρο του Σ_2 , σε απόσταση $h = 0,45$ m κάτω από αυτό. Το σώμα Σ_3 έχει μάζα $m_3 = 2$ kg και αρχικά ισορροπεί ακίνητο, δεμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100 \frac{N}{m}$, το κάτω άκρο του οποίου είναι στερεωμένο στο δάπεδο, όπως στο σχήμα. Η κρούση των δύο σωμάτων είναι πλαστική, ασημαντής χρονικής διάρκειας και το συσσωμάτωμα που δημιουργείται εκτελεί αμέσως μετά, κατακόρυφη απλή αρμονική ταλάντωση.

Να υπολογίσετε:

4.1. Τη μάζα m_1 του σώματος Σ_1 .

4.2. Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος που δημιουργείται από τα σώματα Σ_2 και Σ_3 , αμέσως μετά την πλαστική κρούση μεταξύ τους.

Μονάδες 6

4.3. Το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος μετά την κρούση.

Μονάδες 7

4.4. Το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος, αμέσως μετά την πλαστική κρούση.

Μονάδες 6

Να υποθέσετε ασήμαντες τις αντιστάσεις αέρα και το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας $g = 10 \frac{m}{s^2}$.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ: 1
ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

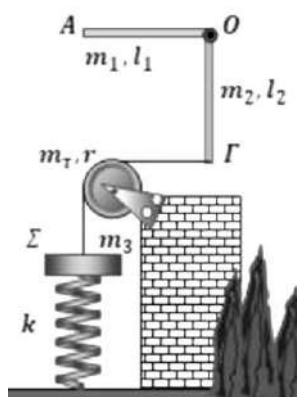
ΑΣΚΗΣΗ: 21

ΘΕΜΑ 4

Απ: 1) 0,5kg, 2) 1m/s, 3) 0,2m, 4) 10J/s

ΘΕΜΑ 4

Δύο λεπτές, ισοπαχείς και ομογενείς ράβδοι (OA) και (OG), έχουν συγκολληθεί στο κοινό τους άκρο O , έτσι ώστε να κινούνται σαν ένα σώμα και να είναι κάθετες μεταξύ τους. Στο κοινό άκρο O των δύο ράβδων προσαρμόσαμε σταθερό άξονα, οριζόντιο και κάθετο στο επίπεδό τους, γύρω από τον οποίο μπορούν να περιστρέφονται ελεύθερα, χωρίς τριβές, όπως στο σχήμα. Οι δύο ράβδοι έχουν μάζες $m_{(OA)} = m_1 = 6 \text{ kg}$ και $m_{(OG)} = m_2 = 3 \text{ kg}$. Τα μήκη των δύο ράβδων είναι ίσα και δίνονται $l_1 = l_2 = l = 2,5 \text{ m}$. Στο άκρο G της ράβδου OG , δέσαμε το ένα άκρο αβαρούς και μη ελαστικού νήματος. Το νήμα τεντωμένο και οριζόντιο περνάει στο αυλάκι μιας τροχαλίας μάζας $m_T = 1 \text{ kg}$ και ακτίνας r , η οποία μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα στο κέντρο της. Το νήμα μετά την τροχαλία τεντωμένο και κατακόρυφο, δένεται σε σώμα Σ , μάζας $m_3 = 3 \text{ kg}$, το οποίο είναι στερεωμένο στο πάνω άκρο ιδανικού, κατακόρυφου και αβαρούς ελατηρίου, σταθεράς $k = 300 \frac{N}{m}$, το κάτω άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε οριζόντιο δάπεδο, όπως στο σχήμα. Το κέντρο μάζας του Σ βρίσκεται στην κατακόρυφη ευθεία του άξονα του ελατηρίου.



Αρχικά η διάταξη ισορροπεί, με όλα τα σώματα ακίνητα και τα κέντρα τους στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο.

4.1 Να υπολογίσετε το μέτρο της τάσης ($\vec{T}$) του νήματος, την οποία δέχεται η ράβδος (OG) στο άκρο G .

Μονάδες 6

4.2 Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης ($\vec{F}$), την οποία δέχεται η τροχαλία από τον άξονά της.

Μονάδες 6

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, κόψαμε το νήμα, με αποτέλεσμα το σώμα Σ να τεθεί σε κατακόρυφη ταλάντωση.

4.3 Να δείξετε ότι η ταλάντωση του σώματος Σ είναι απλή αρμονική και να υπολογίσετε την περίοδό της.

Μονάδες 6

4.4 Να υπολογίσετε τη μέγιστη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης και τη μέγιστη δυναμική ενέργεια του συστήματος εξαιτίας του παραμορφωμένου ελατηρίου.

Οι αντιστάσεις αέρα αγνοούνται και το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας θεωρείται $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ: 2
ΚΥΜΑΤΑ

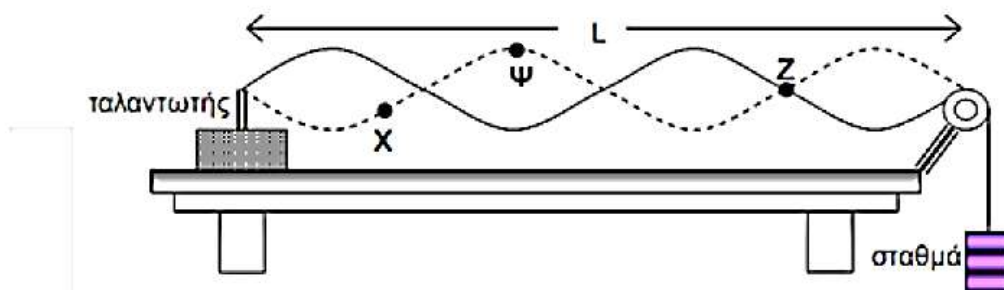
ΑΣΚΗΣΗ: 1

ΘΕΜΑ 4

Απ: 1) 30N, 2) 50, 4) 6J, 1,5J

ΘΕΜΑ 4

Για τη μελέτη των στάσιμων κυμάτων κατά μήκος τεντωμένης χορδής δημιουργήθηκε στο εργαστήριο η πειραματική διάταξη του παρακάτω σχήματος. Αποτελείται από έναν ταλαντωτή, μία τροχαλία, μία αβαρή ελαστική χορδή και διάφορα σταθμά. Ο ταλαντωτής συνδέεται με μία γεννήτρια συχνοτήτων. Όταν η χορδή ηρεμεί έχει μήκος $L = 1,6 \text{ m}$. Η γεννήτρια τίθεται σε λειτουργία και ρυθμίζουμε την συχνότητά της ώστε να σχηματιστεί το στάσιμο κύμα του παρακάτω σχήματος.



Τα σημεία που συνδέεται η χορδή με τον ταλαντωτή και την τροχαλία, μετά τον σχηματισμό του στάσιμου κύματος θεωρούνται ακίνητα, δηλαδή συμπεριφέρονται όπως το σημείο Z. Η μέγιστη απομάκρυνση από την θέση ισορροπίας των σημείων που βρίσκονται στις κοιλίες π.χ. το Ψ, είναι 4cm. Το ελάχιστο χρονικό διάστημα που χρειάζεται το σημείο X για να κινηθεί από την μία ακραία θέση ταλάντωσης στην άλλη είναι $\Delta t = 0,1 \text{ s}$.

4.1. Να βρεθεί το μήκος κύματος των αρμονικών κυμάτων που δημιουργούν το στάσιμο κύμα στην χορδή καθώς και η ταχύτητα διάδοσης του αρμονικού κύματος στην χορδή.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε πόσο πρέπει να μεταβληθεί η συχνότητα της γεννήτριας ώστε να σχηματιστεί στην χορδή ένα ακόμη σημείο δεσμού.

Μονάδες 6

4.3. Για την αρχική συχνότητα του ταλαντωτή να γραφεί η εξίσωση του στάσιμου κύματος του παραπάνω σχήματος, καθώς και η εξίσωση που δίνει την επιτάχυνση ταλάντωσης των μορίων της χορδής σε συνάρτηση με τον χρόνο. Θεωρούμε ως $t = 0$ τη στιγμή που όλα τα μόρια της χορδής διέρχονται από την θέση ισορροπίας τους και η ταχύτητα του σημείου στην θέση Ψ είναι $v > 0$. Ορίζουμε την θέση του σημείου Ψ ως την αρχή του οριζόντιου άξονα με $x = 0$. Να θεωρήσετε ότι $\pi^2 = 10$.

Μονάδες 6

4.4. Για την αρχική συχνότητα του ταλαντωτή να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας ταλάντωσης των μορίων της χορδής του παραπάνω σχήματος τα οποία βρίσκονται στις θέσεις των κοιλιών, όταν βρεθούν σε απομάκρυνση $y = \sqrt{7}$ cm από την θέση ισορροπίας.

Μονάδες 7

ΚΕΦΑΛΑΙΟ: 2
ΚΥΜΑΤΑ

ΑΣΚΗΣΗ: 2

ΘΕΜΑ 4

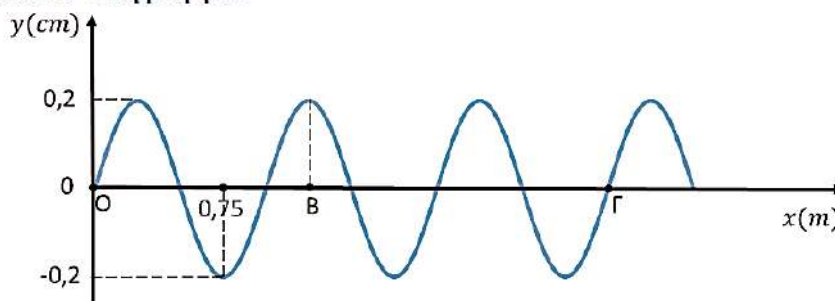
Απ: 1) 0,8m, 4m/s, 2) 1,5Hz, 4) 0,3π m/s

ΘΕΜΑ 4

Το σημείο Ο ενός γραμμικού ελαστικού μέσου αποτελεί πηγή αρμονικής διαταραχής και αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ σύμφωνα με την εξίσωση:

$$y = A \cdot \eta \mu 10\pi t \text{ (SI)}$$

Το στιγμιότυπο του κύματος που διαδίδεται στο γραμμικό ελαστικό μέσο, τη χρονική στιγμή t_1 φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα.



4.1. Να υπολογίσετε το μήκος κύματος και το μέτρο της ταχύτητας διάδοσης του κύματος.

Μονάδες 6

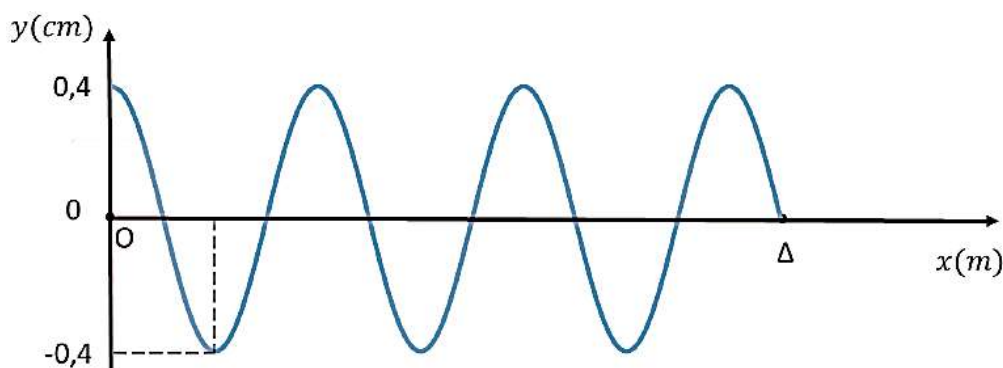
4.2. Να υπολογίσετε τη διαφορά φάσης των σημείων Β και Γ τη χρονική στιγμή t_1 . Να εξηγήσετε αν η διαφορά φάσης των σημείων Β και Γ εξαρτάται από τη χρονική στιγμή υπολογισμού της.

Μονάδες 6

4.3. Να παραστήσετε γραφικά σε σύστημα ορθογώνιων βαθμολογημένων αξόνων την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του σημείου Β συναρτήσει του χρόνου μέχρι τη χρονική στιγμή $t = \frac{10}{20}$ s.

Μονάδες 6

Σε ένα όμοιο γραμμικό ελαστικό μέσο μήκους L , ένα αρμονικό κύμα πλάτους A και συχνότητας $f = 5\text{Hz}$ που διαδίδεται κατά τη θετική φορά, συμβάλλει με ένα αρμονικό κύμα ίδιου πλάτους και συχνότητας που διαδίδεται κατά την αντίθετη φορά. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ αποκαθίσταται στάσιμο κύμα στο γραμμικό ελαστικό μέσο. Το στιγμιότυπο του στάσιμου κύματος τη χρονική στιγμή $t_2 = 0,85\text{s}$, κατά την οποία όλα τα σημεία του γραμμικού ελαστικού μέσου έχουν μηδενική ταχύτητα φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα.



4.4. Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος και να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του σε σύστημα ορθογώνιων βαθμολογημένων αξόνων τη χρονική στιγμή $t_3 = 0,95\text{s}$.

Μονάδες 7

ΚΕΦΑΛΑΙΟ: 2
ΚΥΜΑΤΑ

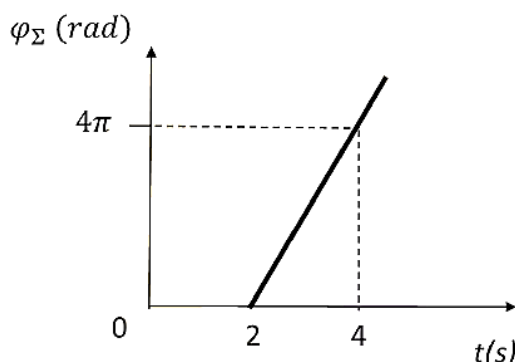
ΑΣΚΗΣΗ: 3

ΘΕΜΑ 4

Απ: Α) 1m, 5m/s, 2) $7\pi/2\text{rad}$

ΘΕΜΑ 4

Κατά μήκος ενός γραμμικού, ομογενούς, ελαστικού μέσου διαδίδεται στη θετική κατεύθυνση του άξονα $x'Ox$ ένα αρμονικό κύμα. Το σημείο O της θέσης $x_O = 0$ εκτελεί αρμονική ταλάντωση που περιγράφεται από την εξίσωση $y = 0,5\eta\mu\omega t$ (SI). Στο παρακάτω διάγραμμα φαίνεται η γραφική παράσταση της φάσης φ_Σ του σημείου Σ του ελαστικού μέσου που βρίσκεται στη θέση $x_\Sigma = 8\text{m}$, συναρτήσει του χρόνου.



4.1. Να υπολογίσετε το μήκος κύματος, την περίοδο και την ταχύτητα διάδοσης του κύματος.

Μονάδες 8

4.2. Να γράψετε την εξίσωση του αρμονικού κύματος και να παραστήσετε γραφικά σε βαθμολογημένους άξονες το στιγμιότυπό του τη χρονική στιγμή $t_1 = 2,5\text{s}$.

Μονάδες 8

4.3. Να υπολογίσετε την ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου Σ τη χρονική στιγμή t_1 .

Μονάδες 4

4.4. Να γράψετε την εξίσωση ενός άλλου αρμονικού κύματος που πρέπει να συμβάλει με αυτό το αρμονικό κύμα για να δημιουργηθεί στάσιμο κύμα στο γραμμικό ελαστικό μέσο.

Μονάδες 5

ΚΕΦΑΛΑΙΟ: 2
ΚΥΜΑΤΑ

ΑΣΚΗΣΗ: 4

ΘΕΜΑ 4

Απ: 1) 1s, 4m, 4m/s, 2) $y=0,5\eta\mu 2\pi(2,5-x/4)$ (S.I.) $0\leq x\leq 10m$,
3) $-\pi$ m/s 4) $y=0,5\eta\mu 2\pi(t+x/4)$ (S.I.)

ΘΕΜΑ 4

Κατά μήκος μιας χορδής μεγάλου μήκους, η οποία ταυτίζεται με τον άξονα $x'Ox$, διαδίδονται ταυτόχρονα δύο αρμονικά κύματα που έχουν εξισώσεις

$$y_1 = 0,2\eta\mu 2\pi(10t - 5x) \text{ (S.I.) και } y_2 = 0,2\eta\mu 2\pi(10t + 5x) \text{ (S.I.)}$$

Τα δύο κύματα συμβάλλουν δημιουργώντας στο ελαστικό μέσο στάσιμο κύμα.

4.1. Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος που δημιουργείται στη χορδή.

Μονάδες 6

4.2. Να αποδείξετε ότι στην αρχή $O(x = 0)$ του άξονα δημιουργείται κοιλία.

Μονάδες 6

4.3. Να διερευνήσετε αν στο σημείο $B(x_B = 0,25 \text{ m})$ σχηματίζεται δεσμός ή κοιλία.

Μονάδες 6

4.4. Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης καθώς και τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του υλικού σημείου M της χορδής που έχει τετμημένη $x_M = 0,025 \text{ m}$.

Μονάδες 7

ΚΕΦΑΛΑΙΟ: 2
ΚΥΜΑΤΑ

ΑΣΚΗΣΗ: 5

ΘΕΜΑ 4

Απ: 1) $y=0,4\eta\mu(2\pi x)\sigma\upsilon\nu(20\pi t)$ (S.I.), 3) δεσμός,
4) $0,2\sqrt{2} \text{ m}$, $4\pi\sqrt{2} \text{ m/s}$

ΘΕΜΑ 4

Υλικό σημείο O ομογενούς ελαστικής χορδής, που έχει επιλεγεί ως αρχή των αξόνων ($x = 0$), αρχίζει τη χρονική στιγμή $t = 0$ να ταλαντώνεται σύμφωνα με την εξίσωση $y = A\eta\mu(\omega t)$ και κάθετα στη διεύθυνση της χορδής. Η κινητική ενέργεια της ταλάντωσης του υλικού σημείου O μηδενίζεται 20 φορές σε κάθε χρονικό διάστημα $\Delta t = 5 \text{ s}$. Το κύμα που παράγεται διαδίδεται κατά την αρνητική φορά του άξονα $x'Ox$ κατά μήκος της χορδής που διέρχεται από το σημείο O με ταχύτητα $v = 2 \text{ m/s}$. Στη διάρκεια μιας περιόδου της ταλάντωσής του το υλικό σημείο O διανύει διάστημα $s = 0,2 \text{ m}$.

4.1. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος που παράγεται.

Μονάδες 7

4.2. Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή που αρχίζει να κινείται ένα σημείο M, που βρίσκεται στη θέση $x_M = -1 \text{ m}$ της χορδής όπως επίσης και την απομάκρυνση y_M , από τη θέση ισορροπίας του σημείου M, τη χρονική στιγμή $t = \frac{13}{24} \text{ s}$.

Μονάδες 6

4.3. Να σχεδιάσετε το διάγραμμα της φάσης του κύματος σε συνάρτηση με τη συντεταγμένη της θέσης ($\varphi - x$), τη χρονική στιγμή $t = 2 \text{ s}$.

Μονάδες 6

4.4. Να βρείτε τις συντεταγμένες θέσης των σημείων της χορδής, τα οποία βρίσκονται στον αρνητικό ημιάξονα, σε απόσταση μικρότερη από 2 m από την αρχή των αξόνων O και τη χρονική στιγμή $t = 1 \text{ s}$, έχουν απομάκρυνση $y = -5 \text{ cm}$.

Μονάδες 6

ΚΕΦΑΛΑΙΟ: 2
ΚΥΜΑΤΑ

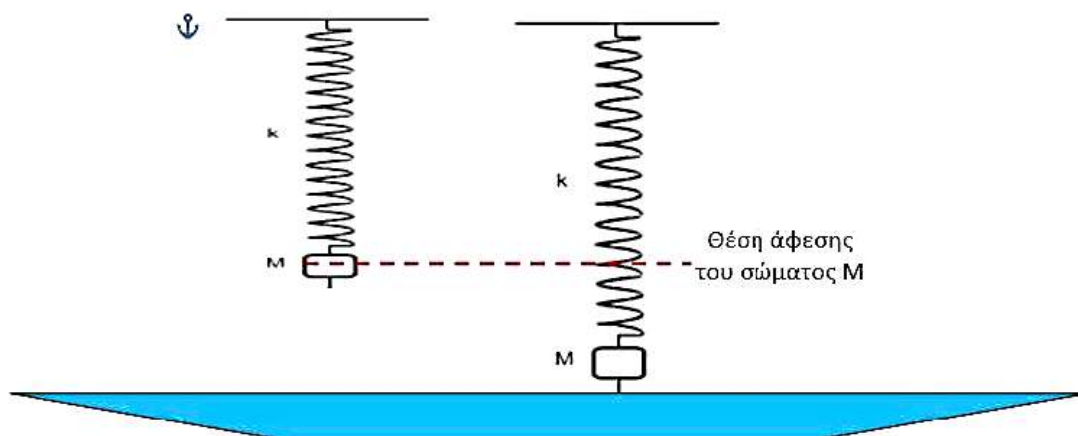
ΑΣΚΗΣΗ: 6

ΘΕΜΑ 4

Απ: 1) $y = 5 \cdot 10^{-2} \eta \mu 2\pi(2t+x)$ (S.I.), 2) $0,5\text{s}$, $2,5 \cdot 10^{-2}\text{m}$,
3) $-1,25\text{m}$, $-0,25\text{m}$

ΘΕΜΑ 4

Ιδανικό ελατήριο σταθεράς $k = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ και φυσικού μήκους (Φ.Μ.) $l_0 = 1,2\text{m}$, κρέμεται από οροφή. Στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου που βρίσκεται στο φυσικό του μήκος, κρεμάμε σώμα αμελητέων διαστάσεων, μάζας $M = 2,5 \text{ kg}$ και την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο. Το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Θεωρούμε θετική φορά προς τα πάνω.



4.1. Να προσδιορίσετε την χρονική εξίσωση της ταχύτητας του ταλαντωτή και την εξίσωση της συνισταμένης δύναμης που δέχεται ο ταλαντωτής σε συνάρτηση με την απομάκρυνσή του.

Μονάδες 7

4.2. Στο κάτω μέρος του σώματος που ταλαντώνεται, υπάρχει πολύ μικρή ακίδα, αμελητέας μάζας, ενώ χαμηλότερα υπάρχει δοχείο με υγρό που ηρεμεί. Πόση πρέπει να είναι η απόσταση της ελεύθερης επιφάνειας του υγρού από την οροφή, ώστε η ακίδα μόλις να την αγγίζει και να δημιουργεί κύματα στην επιφάνεια του υγρού.

Μονάδες 4

4.3. Να υπολογίσετε το μήκος κύματος λ του κύματος που διαδίδεται στην επιφάνεια του υγρού, αν γνωρίζουμε ότι από την στιγμή που αφήσαμε ελεύθερο το σύστημα να ταλαντωθεί, το κύμα έφτασε σε ένα σημείο Λ στην επιφάνεια του υγρού που απέχει από την πηγή του $x_\Lambda = 1,5\text{m}$ σε χρόνο $t_\Lambda = 5,5\text{s}$.

Μονάδες 7

4.4. Να υπολογίσετε την απόλυτη τιμή της διαφοράς φάσης δύο σημείων της επιφάνειας του υγρού που απέχουν απόσταση $|\Delta x_{AB}| = 1,2\text{m}$ και είναι συνευθειακά με την πηγή του κύματος.

Μονάδες 7

Δίνονται $\pi^2 \simeq 10 \rightarrow \sqrt{10} \simeq \pi$ και $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ: 2
ΚΥΜΑΤΑ

ΑΣΚΗΣΗ: 7

ΘΕΜΑ 4

Απ: 1) $u=\pi/2\text{ συν } (2\pi t+\pi/2)$ (S.I.), $\Sigma F=-100x$ (S.I.) $-0,25\text{m} \leq x \leq 0,25\text{m}$,
2) 1,7m, 3) 0,3m, 4) $8\pi \text{ rad}$

ΘΕΜΑ 4

Πηγή παραγωγής αρμονικών κυμάτων αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t = 0$ στη θέση $x = 0$, με ταχύτητα προς τη θετική φορά του ημιάξονα Oy . Η εξίσωση ταλάντωσης της πηγής δίνεται από την σχέση $y = 10\eta\mu 2\pi t$ (t σε s και y σε cm). Το παραγόμενο κύμα διαδίδεται προς τη θετική φορά του ημιάξονα Ox με ταχύτητα $u_1 = 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

4.1. Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή που θα αρχίσει να ταλαντώνεται ένα σημείο Σ του ελαστικού μέσου το οποίο βρίσκεται στη θέση $x_\Sigma = 2,3 \text{ m}$.

Μονάδες 4

4.2. Ποια είναι η φάση της πηγής όταν το σημείο Σ φτάσει για πρώτη φορά σε ακραία θέση ταλάντωσης;

Μονάδες 6

4.3. Να γράψετε την χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης του σημείου Σ από την θέση ισορροπίας στο χρονικό διάστημα $t \geq 0$.

Μονάδες 7

4.4. Να απεικονίσετε γραφικά την φάση του σημείου Σ σε συνάρτηση με τον χρόνο t .

Μονάδες 8

ΚΕΦΑΛΑΙΟ: 2
ΚΥΜΑΤΑ

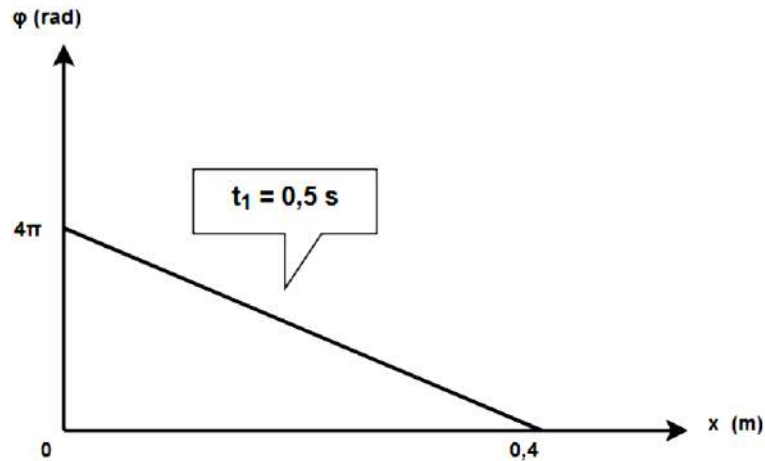
ΑΣΚΗΣΗ: 8

ΘΕΜΑ 4

Απ: 1) 4,6s, 2) $9,7\pi \text{ rad}$, 3) $y=0,1\eta\mu 2\pi(t+4,6)$ (S.I.), $t \geq 4,6\text{s}$

ΘΕΜΑ 4

Η πηγή κύματος O αρχίζει τη χρονική στιγμή $t = 0$ να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, που περιγράφεται από την εξίσωση $\psi = A\eta\mu\omega t$. Το εγκάρσιο αρμονικό κύμα πλάτους $A = 0,05 \text{ m}$ διαδίδεται κατά τη θετική φορά σε οριζόντια ελαστική χορδή που εκτείνεται κατά τη διεύθυνση του άξονα $x'x$. Θεωρούμε ότι το σημείο της χορδής στη θέση $x = 0$ τη χρονική στιγμή $t = 0$ έχει μηδενική απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του και θετική ταχύτητα. Η γραφική παράσταση της φάσης του κύματος φ , την χρονική στιγμή $t_1 = 0,5 \text{ s}$, σε σχέση με την απόσταση x από την αρχή του άξονα ($x = 0$) παριστάνεται στο παρακάτω διάγραμμα.



4.1. Να γράψετε την εξίσωση του αρμονικού κύματος ($S.I$) που δημιουργείται.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του ενός σημείου του ελαστικού μέσου, που βρίσκεται στη θέση $x = 0,4 \text{ m}$ τη χρονική στιγμή $0,5625 \text{ s}$.

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε την ταχύτητα ταλάντωσης και την επιτάχυνση ενός υλικού σημείου της χορδής που βρίσκεται στη θέση $x = 0,2 \text{ m}$ τη χρονική στιγμή $0,5 \text{ s}$.

Μονάδες 6

4.4. Να απεικονίσετε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $T + \frac{T}{4} = 0,3125 \text{ s}$

Μονάδες 7

ΚΕΦΑΛΑΙΟ: 2
ΚΥΜΑΤΑ

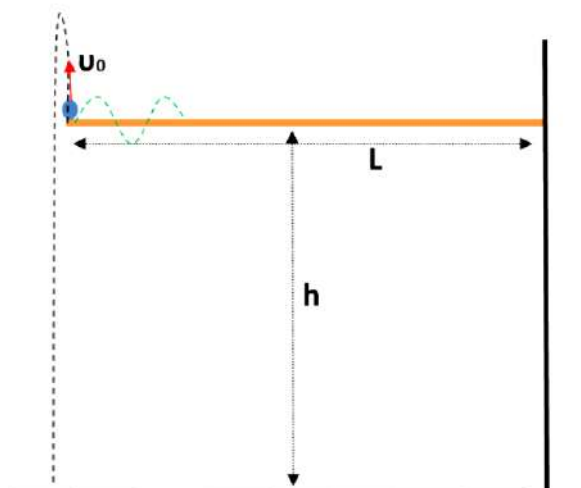
ΑΣΚΗΣΗ: 9

ΘΕΜΑ 4

Απ: Α) $y=0,05\eta\mu 2\pi(4t-5x)$ (S.I.), 2) $0,05\text{m}$, 3) $0,4\pi \text{ m/s}$, 0

ΘΕΜΑ 4

Σημειακό σώμα πέφτει στο ακραίο σημείο οριζώντιου γραμμικού ελαστικού μέσου, μήκους $L = 6,125\text{m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο σε κατακόρυφο τοίχο, σε ύψος $h = 15\text{m}$ από το έδαφος.



Το σώμα μετά την κρούση, αναγκάζει το άκρο του ελαστικού μέσου να εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος $A = 0,4\text{m}$. Το χρονικό διάστημα για να ξαναπεράσει το άκρο του ελαστικού μέσου για πρώτη φορά από την θέση ισορροπίας του είναι $t = \frac{1}{50}\text{s}$. Εκείνη τη στιγμή το σώμα αποχωρίζεται από το ελαστικό μέσο και εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα $v_0 = 20\text{m/s}$. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας ($g = 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$) και θεωρούμε ότι δεν ασκούνται δυνάμεις αντίστασης σε κανένα σώμα.

4.1. Να υπολογίσετε σε πόσο χρόνο το σώμα θα φθάσει στο έδαφος.

Μονάδες 8

4.2. Από το ταλαντούμενο άκρο του ελαστικού μέσου ξεκινά να διαδίδεται εγκάρσιο κύμα με νέα συχνότητα διπλάσια από εκείνη που ταλαντώνονταν πριν εκτοξευτεί το σώμα. Αν η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι $v_s = 25\text{m/s}$, να γράψετε:

- (i) την εξίσωση του τρέχοντος κύματος (πριν συμβεί ανάκλαση του κύματος στο ακλόνητο άκρο) και
- (ii) την εξίσωση του στιγμιότυπου του κύματος την χρονική στιγμή $t' = 0,2\text{s}$

Μονάδες 8

4.3. Για το μήκος του ελαστικού μέσου ($L = 6,125\text{m}$) που δόθηκε, να εξετάσετε αν θα δημιουργηθεί στάσιμο κύμα και εφόσον δημιουργηθεί να προσδιορίσετε τον αριθμό των δεσμών και των κοιλιών του πάνω στο μέσο.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ: 2
ΚΥΜΑΤΑ

ΑΣΚΗΣΗ: 10

ΘΕΜΑ 4

Απ: Α) 3s , 2) $y=0,4\mu\text{m}2\pi(50t-2x)$ (S.I.), 3) $N_\Delta=25$, $N_K=25$

ΘΕΜΑ 4

Λεπτή ατσάλινη χορδή έχει μήκος $L = \frac{7}{4}\text{m}$ και έχει τη διεύθυνση του οριζόντιου άξονα x .

Η χορδή διεγείρεται με κατάλληλη διάταξη σε ταλάντωση με το ένα της άκρο σταθερό στο σημείο $x = L$ ενώ το άλλο άκρο είναι ελεύθερο στο $x = 0$.



4.1. Να δείξετε ότι οι συχνότητες των τρόπων ταλάντωσης της χορδής που μπορούμε να πετύχουμε με την κατάλληλη διάταξη κάθε φορά για να δημιουργηθεί στάσιμο κύμα είναι:

$$f = \frac{v}{4L}(2n + 1)$$

Όπου v είναι η ταχύτητα διάδοσης των εγκαρσίων κυμάτων στη χορδή, και n ακέραιος αριθμός. Δηλαδή οι τιμές των συχνοτήτων θα είναι:

$$f_1, 3 \cdot f_1, 5 \cdot f_1, 7 \cdot f_1, \dots \text{ όπου } f_1 = \frac{v}{4L}$$

Μονάδες 7

4.2. Αν δίνεται ότι $f_1 = 50 \text{ Hz}$, να βρείτε το αντίστοιχο μήκος κύματος λ_1 του εγκάρσιου κύματος το οποίο όταν διαδίδεται στην χορδή, δημιουργεί, λόγω της ανάκλασής του στο δεσμευμένο άκρο, στάσιμο κύμα.

Μονάδες 7

4.3. Να υπολογίσετε την σταθερή ταχύτητα διάδοσης των εγκαρσίων κυμάτων στα οποία οφείλεται το στάσιμο κύμα.

Μονάδες 6

Στη συνέχεια, με την κατάλληλη διάταξη, στην χορδή διαδίδεται κύμα με συχνότητα $f_7 = 7 \cdot f_1 = 350 \text{ Hz}$.

4.4. Να γράψετε (στο *S.I.*) την εξίσωση του στάσιμου κύματος για συχνότητα πηγής ίση με f_7 . Δίνεται ότι η μέγιστη απομάκρυνση ενός σημείου της χορδής που βρίσκεται στη θέση $x = \frac{\lambda}{8}$ είναι $2\sqrt{2} \text{ cm}$.

Μονάδες 5

Απ: Α) 7m, 2) 350m/s, 4) $y=4 \cdot 10^{-2} \sin 2\pi x \eta \mu 700\pi t$ (S.I.)

Τράπεζα Θεμάτων

 ΚΕΦΑΛΑΙΟ: 4
 ΜΑΓΝ. ΠΕΔΙΟ

ΑΣΚΗΣΗ: 1

ΘΕΜΑ 4

Ένα νετρόνιο που κινείται με ταχύτητα μέτρου $v_n = 4 \cdot 10^7 \frac{m}{s}$ κατευθύνεται προς αρχικά ακίνητο πυρήνα πρώτιου (πυρήνας ${}_1^1H$). Η κρούση των δύο σωματίων είναι κεντρική ελαστική. Αμέσως μετά την κρούση ο πυρήνας πρώτιου εισέρχεται κάθετα στις δυναμικές ομογενούς μαγνητικού πεδίου με την ταχύτητα $\vec{v}_1$ που απέκτησε. Η ένταση του μαγνητικού πεδίου έχει μέτρο $B = 1T$. Για τις μάζες του πρωτονίου και του νετρονίου να συμβουλευτείτε το τυπολόγιο που σας δίνεται μαζί με τις εκφωνήσεις.

Να υπολογίσετε:

4.1. Το μέτρο v_1 της ταχύτητας του πυρήνα πρώτιου μετά την κρούση και το ποσοστό απώλειας της κινητικής ενέργειας, $\alpha_1\%$, του νετρονίου κατά την κρούση.

Μονάδες 8

4.2. Την ακτίνα R και την περίοδο T της κυκλικής κίνησης του πυρήνα πρώτιου μέσα στο ομογενές μαγνητικό πεδίο.

Μονάδες 8

4.3. Το μέτρο της στροφορμής του πυρήνα πρώτιου κατά την κίνησή του μέσα στο ομογενές μαγνητικό πεδίο, ως προς τον άξονα που περνά από το κέντρο O της κυκλικής του τροχιάς και είναι κάθετος σε αυτήν.

Μονάδες 4

Αν το νετρόνιο που κινείται με ταχύτητα $\vec{v}_n$ κατευθύνεται προς αρχικά ακίνητο πυρήνα τρίτιου (πυρήνας ${}_1^3H$) και η κρούση των δύο σωματίων είναι κεντρική ελαστική να υπολογίσετε:

4.4. Το μέτρο v_n'' της ταχύτητας του νετρονίου αμέσως μετά την κρούση και το ποσοστό απώλειας, $\alpha_2\%$, της κινητικής ενέργειας του νετρονίου κατά την κρούση.

Μονάδες 5

ΚΕΦΑΛΑΙΟ: 4
ΜΑΓΝ. ΠΕΔΙΟ

ΑΣΚΗΣΗ: 2

ΘΕΜΑ 4

Απ: 1) $4 \cdot 10^7 \text{ m/s}$, 100%, 2) $0,4175 \text{ m}$, $2,0875\pi \cdot 10^{-8} \text{ s}$,
 3) $2,7889 \cdot 10^{-20} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$, 4) $-2 \cdot 10^7 \text{ m/s}$, 75%

Μεταλλική ράβδος μήκους $L = 0,5 \text{ m}$ τοποθετείται πάνω σε ψηφιακό ζυγό σχολικού εργαστηρίου, ώστε η ένδειξη του ζυγού να είναι ίση με τη μάζα της ράβδου $m = 10,00 \text{ g}$. Η ράβδος

είναι συνδεδεμένη με πολύ ελαφριά καλώδια με άλλη ράβδο, στερεωμένη όπως φαίνεται στο σχήμα ώστε η απόσταση των δύο ράβδων είναι $r = 1 \text{ cm}$. Στη συγκεκριμένη άσκηση θεωρούμε $g = 10 \text{ m/s}^2$

Κάποια στιγμή ρεύμα αρχίζει να διαρρέει το σύστημα.

4.1. Εξηγήστε αν η ένδειξη του ζυγού θα αυξηθεί ή θα μειωθεί.

4.2. Γράψτε την εξίσωση που συνδέει την ένδειξη του ζυγού με τη μάζα και τη δύναμη Laplace ανάμεσα στους αγωγούς.

Μονάδες 6

4.3. Η ένταση του ρεύματος δεν είναι σταθερή, αλλά δίνεται από την εξίσωση $I = 0,1 + 0,1t$ όπου το t είναι σε s και το I σε ampere. Γράψτε την εξίσωση που δίνει την ένδειξη του ζυγού σε συνάρτηση με τον χρόνο.

Μονάδες 7

4.4. Υπολογίστε σε πόσο χρόνο θα περιμέναμε η ένδειξη του ζυγού να αυξηθεί κατά 10 % σε σχέση με την αρχική της τιμή. Σχολιάστε αν αυτό είναι ένα ρεαλιστικό ενδεχόμενο.

Μονάδες 6

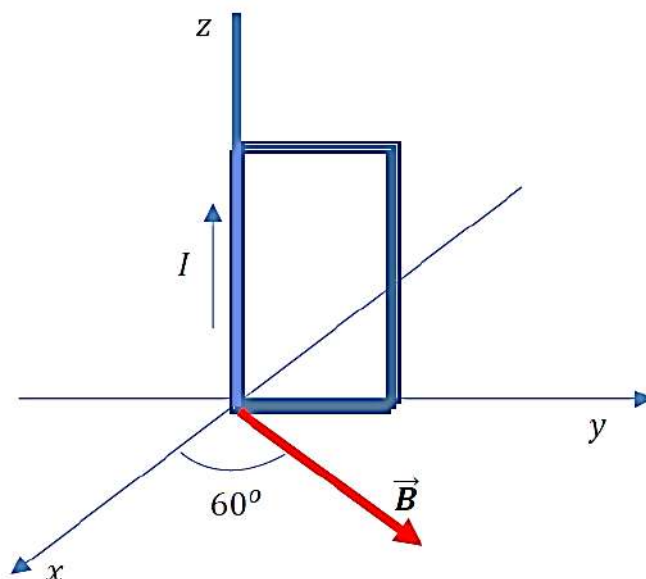
ΚΕΦΑΛΑΙΟ: 4
ΜΑΓΝ. ΠΕΔΙΟ

ΑΣΚΗΣΗ: 3

ΘΕΜΑ 4

Απ: 1) αύξηση, 2) $[(F_L + mg)/g] \cdot 1000$,
3) $\text{ενδ.} = 10^{-3}(0,1 + 0,1t)^2 + 10$ (S.I.), 4) 315s

Στο σχήμα φαίνεται ένα ορθογώνιο πλαίσιο το οποίο έχει 10 σπείρες, διαστάσεις $10 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$ διαρρέεται από ρεύμα έντασης $I = 0,2 \text{ A}$, ενώ βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης μέτρου $B = 0,5 \text{ T}$. Το διάνυσμα της έντασης του μαγνητικού πεδίου σχηματίζει γωνία 60° με τον άξονα x όπως στο σχήμα. Το πλαίσιο μπορεί να περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα που συμπίπτει με τον άξονα z (αριστερή κατακόρυφη πλευρά του πλαισίου). Στην άσκηση αυτή θα υπολογίσετε τη ροπή που ασκείται στο πλαίσιο γύρω από τον άξονα περιστροφής.



4.1. Να προσδιορίσετε τη μαγνητική δύναμη Laplace σε μία από τις οριζόντιες πλευρές του πλαισίου.

Μονάδες 6

4.2. Να προσδιορίσετε τη μαγνητική δύναμη Laplace σε μία από τις κατακόρυφες πλευρές του πλαισίου.

Μονάδες 8

4.3. Να προσδιορίσετε τη συνισταμένη ροπή στο πλαίσιο.

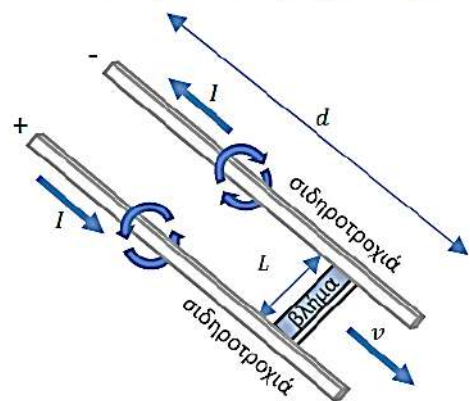
Μονάδες 6

4.4. Να περιγράψετε το είδος της κίνησης του πλαισίου και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 5

Απ: 1) 0,05N, 2) 0,2N, 3) $0,01\sqrt{3} \text{ N}\cdot\text{m}$, 4) στροφική κίνηση

Τα ηλεκτρομαγνητικά όπλα σταθερής τροχιάς (railgun) μπορούν να εκτοξεύσουν βλήματα με υπερβολικά μεγάλη ταχύτητα, επιταχύνοντάς τα με τη βοήθεια μαγνητικής δύναμης Laplace. Σε ένα τυπικό τέτοιο όπλο το μήκος των σιδηροτροχιών κατά μήκος των οποίων το βλήμα επιταχύνεται είναι $d = 6,0 \text{ m}$. Το κύκλωμα κλείνει μέσω του ίδιου του βλήματος. Όταν το βλήμα φτάσει στην άκρη των σιδηροτροχιών, εκτοξεύεται με την ταχύτητα που έχει εκείνη τη στιγμή. Ας υποθέσουμε πως η ταχύτητα με την οποία θα εκτοξευτεί το βλήμα είναι 3000 m/s και πως το βλήμα έχει μάζα 100 kg , ενώ το μήκος του είναι $L = 0,50 \text{ m}$. Υποθέτουμε πως οι σιδηροτροχιές έχουν αμελητέο πάχος.



4.1. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση που έχει κατά μέσο όρο το βλήμα και τη συνισταμένη δύναμη η οποία του ασκείται για όσο βρίσκεται ανάμεσα στις σιδηροτροχιές.

Μονάδες 6

4.2. Αγνοώντας φαινόμενα που σχετίζονται με την ηλεκτρομαγνητική επαγωγή και υποθέτοντας πως η μόνη δύναμη που επιταχύνει το βλήμα είναι η μαγνητική δύναμη Laplace, να υπολογίσετε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα. Η ένταση του μαγνητικού πεδίου ανάμεσα στις δύο σιδηροτροχιές είναι περίπου σταθερή και ίση με την ένταση στο μέσο της απόστασης ανάμεσα στις δύο σιδηροτροχιές.

Μονάδες 7

4.3. Αν οι σιδηροτροχιές έχουν αμελητέα αντίσταση, ενώ η αντίσταση του υπόλοιπου κυκλώματος είναι 10Ω , να υπολογίσετε, αγνοώντας φαινόμενα που σχετίζονται με την ηλεκτρομαγνητική επαγωγή, την απαιτούμενη ΗΕΔ του κυκλώματος και τη συνολική ισχύ που καταναλώνεται λόγω του φαινομένου Joule στους αγωγούς.

Μονάδες 7

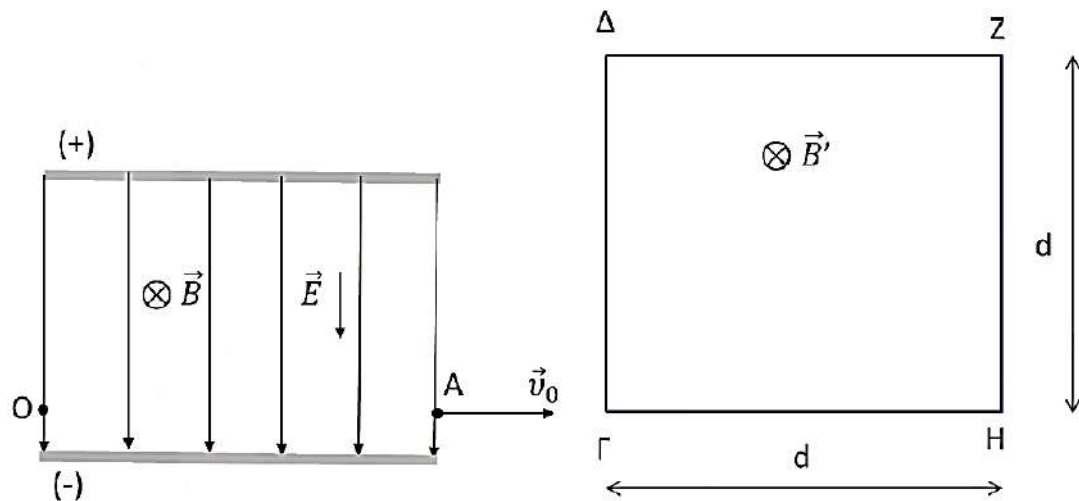
4.4. Να συγκρίνετε την συνολική ενέργεια που καταναλώθηκε λόγω του φαινομένου Joule στους αγωγούς, με την κινητική ενέργεια που απέκτησε το βλήμα και να σχολιάσετε το αποτέλεσμα της σύγκρισης.

Μονάδες 5

Για τις τιμές των φυσικών σταθερών να συμβουλευτείτε το τυπολόγιο.

Απ: 1) $7,5 \cdot 10^5 \text{ m/s}^2$, $7,5 \cdot 10^7 \text{ N}$, 3) $9,7 \cdot 10^6 \text{ A}$, 4) $9,7 \cdot 10^7 \text{ V}$, $9,4 \cdot 10^{14} \text{ W}$,
 5) $3,75 \cdot 10^{12} \text{ J}$, $4,5 \cdot 10^8 \text{ J}$

Στο φίλτρο ταχυτήτων του παρακάτω σχήματος η ένταση του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου έχει μέτρο $E = 200 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ και η ένταση του ομογενούς μαγνητικού πεδίου έχει μέτρο $B = 10^{-2} \text{ T}$. Από το σημείο Ο του φίλτρου ταχυτήτων εκτοξεύονται μονοσθενή θετικά ιόντα. Τα ιόντα που εξέρχονται από το σημείο Α έχουν ταχύτητα $\vec{v}_0$ κάθετη στις δυναμικές γραμμές των δύο πεδίων και δεν έχουν εκτραπεί από την ευθύγραμμη πορεία τους.



Μετά το φίλτρο ταχυτήτων υπάρχει ομογενές μαγνητικό πεδίο $\vec{B}'$, μέτρου $B' = 2 \cdot 10^{-2} T$ και τετραγωνικής διατομής με πλευρά $d = 20 mm$. Τα ιόντα που βγαίνουν από το φίλτρο ταχυτήτων με ταχύτητα $\vec{v}_0$ μπαίνουν κάθετα στις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου $\vec{B}'$. Η είσοδός τους γίνεται από το σημείο Γ , εφαπτομενικά στη $\Gamma\Delta$ και η έξοδος τους από το σημείο Δ , εφαπτομενικά στη ΔZ . Να θεωρήσετε ότι η κίνηση των ιόντων δεν επηρεάζεται από αντιστάσεις, ούτε από το βαρυτικό πεδίο και να υπολογίσετε:

4.1. Την ταχύτητα με την οποία εκτοξεύεται από το σημείο O κάθε ιόν που φτάνει στο σημείο A έχοντας ταχύτητα $\vec{v}_0$.

Μονάδες 6

4.2. Τη μάζα κάθε ιόντος και το χρονικό διάστημα της κίνησής του μέσα στο μαγνητικό πεδίο $\vec{B}'$.

Μονάδες 6

4.3. Τη μεταβολή της ορμής και τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας κάθε ιόντος κατά την κίνησή του μέσα στο μαγνητικό πεδίο $\vec{B}'$.

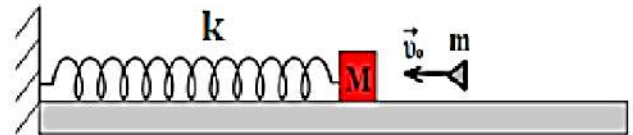
Μονάδες 6

Χωρίς να αλλάξουμε το εύρος του πεδίου και την κατεύθυνση της έντασης μεταβάλλουμε το μέτρο της από B' σε B'' . Παρατηρούμε ότι τα ιόντα που βγαίνουν από το φίλτρο ταχυτήτων με ταχύτητα $\vec{v}_0$ και μπαίνουν κάθετα στις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου $\vec{B}''$ από το σημείο Γ , εφαπτομενικά στη $\Gamma\Delta$, εξέρχονται από το σημείο Z , εφαπτομενικά στη ZH .

4.4. Να υπολογίσετε το μέτρο B'' της έντασης του μαγνητικού πεδίου, το χρονικό διάστημα της κίνησης κάθε ιόντος μέσα στο μαγνητικό πεδίο $\vec{B}''$ και τη στροφορμή κάθε ιόντος κατά την κίνηση του μέσα στο μαγνητικό πεδίο $\vec{B}''$ ως προς τον άξονα περιστροφής του.

Απ: 1) $2 \cdot 10^4 \text{ m/s}$, 2) $1,6 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, $\pi/2 \cdot 10^{-6} \text{ s}$, 3) $6,4 \cdot 10^{-23} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$, 0, 4) 10^{-2} T , $\pi/2 \cdot 10^{-6} \text{ s}$, $6,4 \cdot 10^{-25} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$

Σώμα μάζας $M = 150\text{ g}$ βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και είναι προσδεμένο στην άκρη οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k = 80\text{ N/m}$, η άλλη άκρη του οποίου είναι στερεωμένη ακλόνητα. Το σώμα μάζας M αρχικά ισορροπεί ακίνητο με το ελατήριο να έχει το φυσικό του μήκος. Βλήμα μάζας $m = 50\text{ g}$, που κινείται στη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου με ταχύτητα $v_0 = 20\text{ m/s}$, συγκρούεται με το σώμα μάζας M και σφηνώνεται σε αυτό, όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.

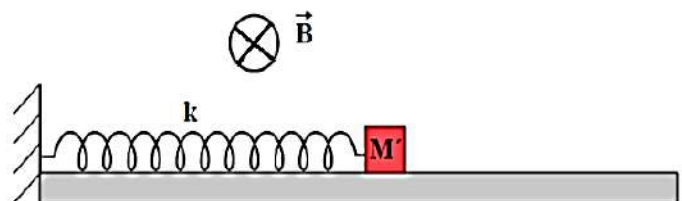


Σχήμα 1

4.1. Να υπολογίσετε το διάστημα που θα διανύσει το συσσωμάτωμα στο χρονικό διάστημα μιας περιόδου T της απλής αρμονικής ταλάντωσης που θα εκτελέσει.

Μονάδες 8

Στην άκρη του προηγούμενου οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k = 80\text{ N/m}$, συνδέουμε τώρα ένα σώμα μάζας $M' = 50\text{ g}$, που είναι αρνητικά φορτισμένο με ηλεκτρικό φορτίο $q = -0,1\text{ C}$. Στην περιοχή που βρίσκεται όλη η διάταξη επικρατεί οριζόντιο



Σχήμα 2

ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης μέτρου $B = 1\text{ T}$ και φοράς από τον αναγνώστη προς τη σελίδα, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2. Το σώμα μάζας M' αρχικά ισορροπεί ακίνητο με το ελατήριο να έχει το φυσικό του μήκος. Κάποια στιγμή, απομακρύνουμε το σώμα μάζας M' οριζόντια κατά d , στη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου και το αφήνουμε ελεύθερο, με αποτέλεσμα να εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο.

4.2. Να υπολογίσετε τη μέγιστη απομάκρυνση d_{max} , που μπορούμε να δώσουμε στο σώμα μάζας M' , έτσι ώστε αυτό να μην χάνει κατά την κίνησή του την επαφή του με το έδαφος.

Μονάδες 9

4.3. Όταν το σώμα μάζας $M' = 50\text{ g}$, ισορροπεί ακίνητο με το ελατήριο να έχει το φυσικό του μήκος, το απομακρύνουμε οριζόντια προς τα δεξιά κατά $d = 0,1\text{ m}$, στη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου και το αφήνουμε ελεύθερο, με αποτέλεσμα να εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο. Να υπολογίσετε τη δύναμη *Lorentz* που ασκείται στο σώμα μάζας M' όταν βρεθεί για πρώτη φορά σε απομάκρυνση $x = +0,05\text{ m}$ από τη θέση ισορροπίας του, θεωρώντας ως θετική φορά στην ταλάντωση εκείνη κατά την οποία το ελατήριο επιμηκύνεται.

Μονάδες 8

Να ληφθεί υπόψη ότι η επιτάχυνση βαρύτητας έχει τιμή $g = 10\text{ m/s}^2$.

Απ: 1) 1 m , 2) $0,125\text{ m}$, 3) $0,2\sqrt{3}\text{ N}$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ: 4
 ΜΑΓΝ. ΠΕΔΙΟ

ΑΣΚΗΣΗ: 7

ΘΕΜΑ 4

Φορτισμένο σωματίο μάζας $m = 150\text{g}$ και φορτίου $q = +1,2\text{mC}$ κινείται αριστερόστροφα σε κατακόρυφη κυκλική τροχιά ακτίνας $R = \frac{0,1}{\pi}\text{ m}$ με ταχύτητα σταθερού μέτρου $v = 100\text{ m/s}$. Να υπολογίσετε:

4.1. Την ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται στο κέντρο της κυκλικής του τροχιάς.

Μονάδες 7

Κάποια στιγμή καταργούνται οι δυνάμεις που ανάγκαζαν το σωματίο να κινείται κυκλικά και ενώ αυτό βρισκόταν στην κατώτερη θέση της τροχιάς του. Το σωματίο αφού διάνυσε απόσταση $x = 82,5\text{ cm}$ δεχόμενο μόνο μια σταθερή δύναμη αντίστασης $F = 0,9\text{ KN}$ οριζόντια και αντίθετη στη φορά της ταχύτητάς του, εισέρχεται σε μαγνητικό πεδίο κάθετα στις δυναμικές του γραμμές. Την στιγμή εκείνη καταργείται η δύναμη αντίστασης. Αν η ένταση του μαγνητικού πεδίου, στο οποίο εισέρχεται το φορτίο, είναι $B = 20\text{ T}$, να υπολογίσετε:

4.2. Την ακτίνα της νέας τροχιάς του σωματίου.

Μονάδες 7

4.3. Πόσο θα μεταβάλλονταν η περίοδος της κίνησής του αν:

- i] διπλασιάζαμε το μέτρο της ταχύτητας με την οποία εισέρχονταν το σωματίο στο μαγνητικό πεδίο
- ii] διπλασιάζαμε την ένταση του μαγνητικού πεδίου στο οποίο εισέρχονταν

Μονάδες 6

4.4. Ποια θα ήταν η ένταση ενός ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου που θα έπρεπε να εφαρμόσουμε κατάλληλα για να κινηθεί το σωματίο ευθύγραμμα και ομαλά.

Μονάδες 5

Να θεωρήσετε $\pi^2 = 10$.

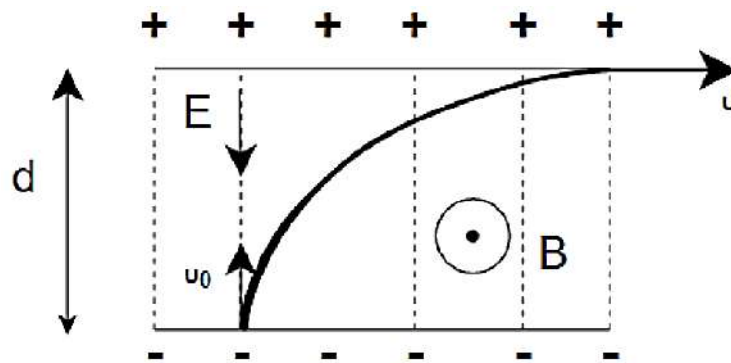
 ΚΕΦΑΛΑΙΟ: 4
 ΜΑΓΝ. ΠΕΔΙΟ

ΑΣΚΗΣΗ: 8

ΘΕΜΑ 4

Απ: 1) $1,2 \cdot 10^{-5}\text{ T}$, 2) $62,5\text{m}$, 3) $-T/2$, 4) 200 N/C

Τα ομογενή πεδία $\vec{E}$ και $\vec{B}$ απεικονίζονται όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα και συνυπάρχουν στην ίδια περιοχή. Είναι κάθετα μεταξύ τους. Ένα θετικά φορτισμένο σωματίδιο μάζας $m = 10^{-11}\text{ Kg}$ και ηλεκτρικού φορτίου $q = 10^{-6}\text{ C}$ μπαίνει από την αρνητική πλάκα με ταχύτητα $v_0 = 4 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ η οποία είναι κάθετη στην ένταση του μαγνητικού πεδίου $\vec{B}$ και ταυτόχρονα παράλληλη με την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου μέτρου $E = 10^3 \frac{\text{V}}{\text{m}}$. Η κίνηση του σωματιδίου πραγματοποιείται στον χώρο των πεδίων και τελικά βγαίνει από το χώρο αυτό σε θέση όπου εφάπτεται οριζόντια η ταχύτητά του $\vec{v}$ στη θετική πλάκα. Δίνεται ότι η απόσταση μεταξύ των πλακών είναι: $d = 6\text{ cm}$.



4.1. Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που οφείλονται στο ηλεκτρικό αλλά και στο μαγνητικό πεδίο σε μια ενδιάμεση θέση της τροχιάς που ακολουθεί το φορτίο.

Μονάδες 4

4.2. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του φορτισμένου σωματιδίου τη στιγμή που εξέρχεται από το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο.

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε τότε το μέτρο της μεταβολής της ορμής του από τη θέση που εισέρχεται έως και τη θέση εξόδου του φορτισμένου σωματιδίου.

Μονάδες 7

4.4. Γιατί η τροχιά του σωματιδίου δεν είναι παραβολική ; Να θεωρηθεί ότι είναι γνωστό, ότι για να συμβαίνει αυτό θα πρέπει η συνολική δύναμη $\sum \vec{F}$ να είναι σταθερή κατά μέτρο και διεύθυνση και κάθετη στην αρχική ταχύτητα του σώματος.

Μονάδες 8

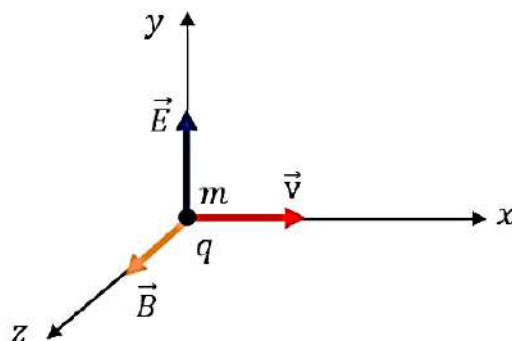
ΚΕΦΑΛΑΙΟ: 4
ΜΑΓΝ. ΠΕΔΙΟ

ΑΣΚΗΣΗ: 9

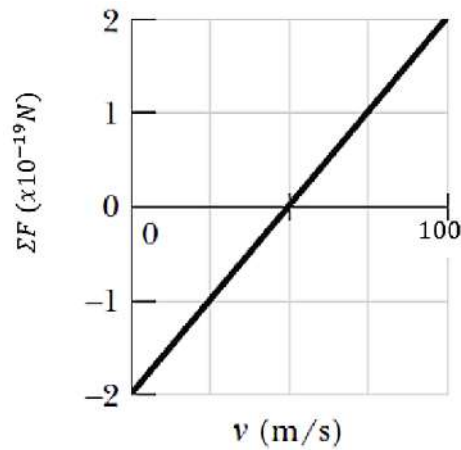
ΘΕΜΑ 4

Απ: 2) $2 \cdot 10^3 \text{ m/s}$, 3) $2\sqrt{5} \cdot 10^{-8} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$, 2

Ένα ιόν με φορτίο $q = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ και μάζα $m = 6 \cdot 10^{-24} \text{ kg}$ εκτοξεύεται με ταχύτητα $\vec{v}$ στην θετική κατεύθυνση του άξονα $x'x$. Στον χώρο υπάρχει ομογενές ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδίο. Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου $\vec{E}$ έχει την κατεύθυνση του θετικού άξονα $y'y$. Η ένταση του μαγνητικού πεδίου $\vec{B}$ είναι κάθετη στην ταχύτητα και την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου (επόμενο σχήμα).



Η παρακάτω γραφική παράσταση απεικονίζει τη συνολική δύναμη ΣF που ασκείται στο ιόν ως συνάρτηση του μέτρου της ταχύτητας εκτόξευσης v . Να θεωρήσετε ότι στο ιόν ασκούνται μόνο δύο δυνάμεις, η ηλεκτρική και η μαγνητική. Να υπολογίσετε



4.1. το μέτρο της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου,

Μονάδες 6

4.2. το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου,

Μονάδες 6

4.3. την απόσταση που διανύει το ιόν σε χρονικό διάστημα ίσο με $\Delta t = 10^{-3} \text{ s}$ αν εκτοξευτεί με ταχύτητά $v = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Μονάδες 6

4.4. Κάποια χρονική στιγμή καταργείται το ηλεκτρικό πεδίο. Το ιόν εκτοξεύεται με ταχύτητα μέτρου v_2 και αποκτά στροφορμή με μέτρο $L = 9 \cdot 10^{-23} \text{ kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$. Να υπολογίσετε την ακτίνα της κυκλικής τροχιάς που διαγράφει το ιόν και το μέτρο της ταχύτητας εκτόξευσης.

Μονάδες 7

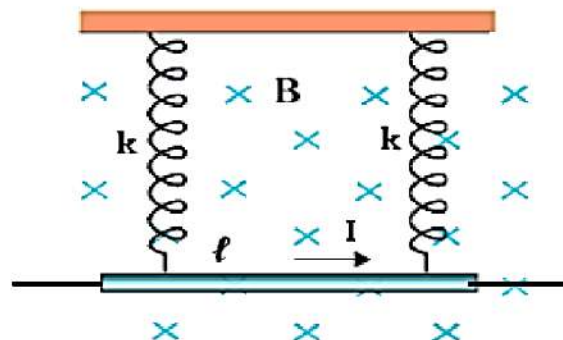
ΚΕΦΑΛΑΙΟ: 5
ΗΜ. ΕΠΑΓΩΓΗ

ΑΣΚΗΣΗ: 1

ΘΕΜΑ 4

Απ: 1) 1,25N/C, 2) $2,5 \cdot 10^{-2} \text{ T}$, 3) 0,05m, 4) 0,15m, 100m/s

Η ομογενής ευθύγραμμη μεταλλική ράβδος του παρακάτω σχήματος έχει μήκος $\ell = 3 \text{ m}$ και κρέμεται κατακόρυφα από δύο όμοια ιδανικά ελατήρια σταθεράς $k = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$. Όλο το σύστημα βρίσκεται μέσα σε οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B = 0,2 \text{ T}$ με κατεύθυνση προς τα μέσα. Όταν η ράβδος διαρρέεται από ρεύμα $I = 5 \text{ A}$, τα ελατήρια επιμηκύνονται κατά $x_1 = 1 \text{ cm}$ από το φυσικό τους μήκος και το σύστημα ισορροπεί. Οι συνδέσεις μεταξύ ράβδου και ελατηρίων δεν είναι αγώγιμες και η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει την τιμή $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.



4.1. Να υπολογιστεί η μάζα της ράβδου.

Μονάδες 6