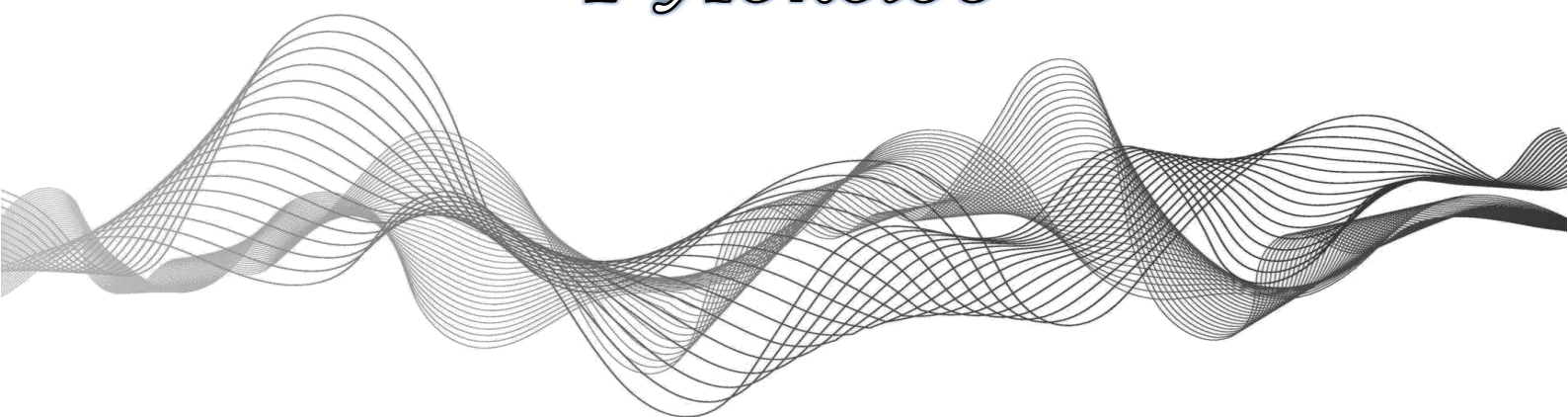


Επαναληπτικά Θέματα

Φυσικής

Γ Λυκείου



νέο φροντιστήριο

Επιμέλεια θεμάτων: Θανόπουλος Γιώργος

Περιεχόμενα

• Κρούσεις: ερωτήσεις	1
• Κρούσεις: Ασκήσεις – Προβλήματα	6
• Στερεό: ερωτήσεις	13
• Στερεό: Ασκήσεις – Προβλήματα	22
• Ταλαντώσεις: ερωτήσεις	33
• Ταλαντώσεις: Ασκήσεις – Προβλήματα	41
• Κύματα: ερωτήσεις	49
• Κύματα: Ασκήσεις – Προβλήματα	56
• Μαγνητικό Πεδίο: ερωτήσεις	67
• Μαγνητικό Πεδίο: Ασκήσεις – Προβλήματα	80
• Ηλεκτρομαγνητική Επαγωγή: ερωτήσεις	93
• Ηλεκτρομαγνητική Επαγωγή: Ασκήσεις – Προβλήματα	100
• Κβαντομηχανική: ερωτήσεις	106
• Κβαντομηχανική: Ασκήσεις – Προβλήματα	112
• Κρούσεις: Θέμα 4 – Τράπεζα Θεμάτων	117
• Στερεό: Θέμα 4 – Τράπεζα Θεμάτων	118
• Ταλαντώσεις: Θέμα 4 – Τράπεζα Θεμάτων	125
• Κύματα: Θέμα 4 – Τράπεζα Θεμάτων	142
• Μαγνητικό Πεδίο: Θέμα 4 – Τράπεζα Θεμάτων	151
• Ηλεκτρομαγνητική Επαγωγή: Θέμα 4 – Τράπεζα Θεμάτων	158
• Κβαντομηχανική: Θέμα 2 – Τράπεζα Θεμάτων	173
• Κβαντομηχανική: Θέμα 4 – Τράπεζα Θεμάτων	181

Κρούσεις

Κρ

Ερώτηση 1.

Ένα βλήμα μάζας m εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα v_0 . Όταν το βλήμα φτάνει στο ψηλότερο σημείο της τροχιάς του εκρήγνυται σε τρία κομμάτια. Αμέσως μετά την έκρηξη, η ολική ορμή και των τριών κομματιών είναι

- α) μηδέν.
- β) mv_0 .
- γ) διάφορη του μηδενός και διάφορη του mv_0 .

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Κρ

Ερώτηση 2.

Μια σφαίρα Α μάζας m κινούμενη οριζόντια με ταχύτητα μέτρου v συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με άλλη ακίνητη σφαίρα Β ίσης μάζας. Η μεταβολή της ορμής της σφαίρας Α, λόγω της κρούσης,

- α) έχει ίδια κατεύθυνση με την αρχική ορμή και μέτρο mv .
- β) έχει αντίθετη κατεύθυνση με την αρχική ορμή και μέτρο mv .
- γ) έχει αντίθετη κατεύθυνση με την αρχική ορμή και μέτρο $2mv$.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Κρ

Ερώτηση 3.

Δύο σώματα με ορμές των οποίων τα μέτρα είναι ίσα ($p_1 = p_2 = p$), κινούνται σε διευθύνσεις κάθετες μεταξύ τους και συγκρούονται πλαστικά.

Το μέτρο της ορμής του συσσωματώματος μετά την κρούση είναι ίσο με:

- α) p .
- β) $2p$.
- γ) $\sqrt{2}p$.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Κρ

Ερώτηση 4.

Δύο σώματα με ίσες μάζες ($m_1 = m_2 = m$) και ορμές των οποίων τα μέτρα είναι ίσα ($p_1 = p_2 = p$), κινούνται σε διευθύνσεις κάθετες μεταξύ τους και συγκρούονται πλαστικά. Αν η κινητική ενέργεια και η ορμή ενός σώματος συνδέονται με τη σχέση

$K = \frac{p^2}{2m}$, τότε η μείωση της κινητικής ενέργειας του συστήματος είναι ίση με

- α) $\frac{p^2}{m}$.
- β) $\frac{p^2}{2m}$.
- γ) $\frac{p^2}{4m}$.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Κρ
Ερώτηση 6.

Μια σφαίρα Σ_1 , μάζας $m_1 = m$, συγκρούεται κεντρικά πλαστικά με ακίνητη σφαίρα Σ_2 , μάζας $m_2 = m$. Στη σφαίρα Σ_1 μετά την κρούση μένει το

- α) 50% της αρχικής ενέργειάς της.
- β) 100% της αρχικής ενέργειάς της.
- γ) 25% της αρχικής ενέργειάς της.

Επιλέξτε τη σωστή απάντηση. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Κρ
Ερώτηση 10.

Ένα σώμα Α μάζας $m_1 = 2m$, το οποίο έχει κινητική ενέργεια $K_A = K$, συγκρούεται πλαστικά με σώμα Β μάζας $m_2 = m$. Μετά την κρούση, το συσσωμάτωμα μένει ακίνητο. Η μηχανική ενέργεια που μετατράπηκε σε θερμότητα κατά τη διάρκεια της κρούσης, είναι ίση με

- α) $4K$.
- β) $\frac{K}{3}$.
- γ) $3K$.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Κρ
Ερώτηση 12.

Δύο σφαίρες Α και Β, με ίσες μάζες, κινούνται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ίδιες κατευθύνσεις και ταχύτητες που έχουν μέτρα $v_1 = 10 \frac{m}{s}$ και $v_2 = 20 \frac{m}{s}$, αντίστοιχα. Οι σφαίρες συγκρούονται χωρίς να δημιουργείται συσσωμάτωμα. Αν μετά την κρούση το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας Α είναι $v'_1 = 15 \frac{m}{s}$, τότε η κρούση είναι

- α) ελαστική.
- β) πλάγια.
- γ) ανελαστική.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Κρ
Ερώτηση 14.

Ένα ακίνητο βλήμα εκρήγνυται σε τρία μέρη Α, Β και Γ. Τα μέρη Α και Β έχουν ορμές που βρίσκονται σε διευθύνσεις κάθετες μεταξύ τους με μέτρα που είναι ίσα με:

$$p_1 = p_2 = p = 20 \frac{Kgm}{s}.$$

Το μέτρο της ορμής του τρίτου κομματιού είναι:

- α) $10 \frac{Kgm}{s}$.

β) $20 \frac{\text{Kgm}}{\text{s}}$.

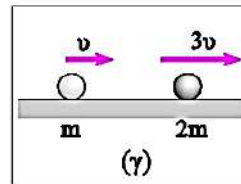
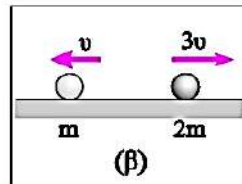
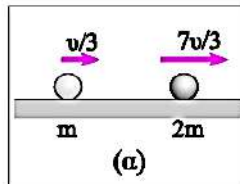
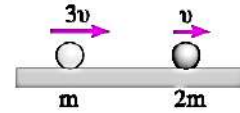
γ) $20\sqrt{2} \frac{\text{Kgm}}{\text{s}}$.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Κρ

Ερώτηση 18.

Η κρούση μεταξύ των δύο σφαιρών του σχήματος είναι κεντρική και ελαστική. Οι σφαίρες μετά την κρούση θα κινηθούν όπως στο σχήμα



Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Κρ

Ερώτηση 19.

Ένα σώμα Α μάζας Μ είναι ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Ένα άλλο σώμα Β μάζας m, που κινείται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο συγκρούεται πλαστικά κεντρικά με το σώμα Α. Αν μετά την κρούση το συσσωμάτωμα έχει το $\frac{1}{3}$ της κινητικής ενέργειας που είχε ελάχιστα πριν την κρούση, τότε μεταξύ των μαζών των σωμάτων ισχύει η σχέση

α) $\frac{M}{m} = 6$.

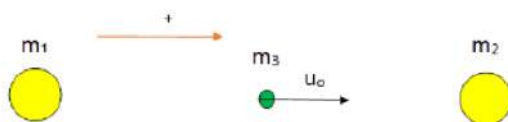
β) $\frac{M}{m} = 2$.

γ) $\frac{M}{m} = 3$.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Κρ

Ερώτηση 21.



Όλες οι σφαίρες του σχήματος βρίσκονται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο είναι ελαστικές και αρχικά είναι ακίνητες. Οι μάζες των σφαιρών συνδέονται με τη σχέση: $m_1 = m_2 = 4m_3$. Στη σφαίρα μάζας m_3 δίνουμε αρχική ταχύτητα u_0 και οι κρούσεις που ακολουθούν είναι κεντρικές. Ο αριθμός των κρούσεων που θα γίνουν συνολικά είναι

α. 2.

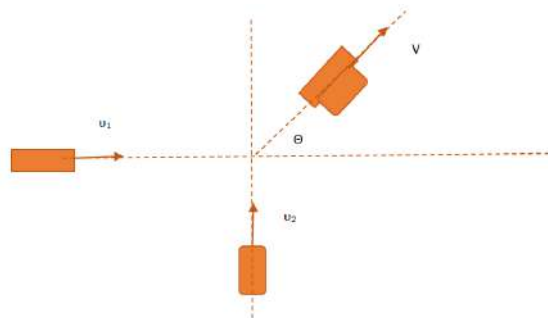
β. 3.

γ. 4.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Κρ

Ερώτηση 26.



Σε μια πλαγιομετωπική σύγκρουση δύο αυτοκινήτων 1, 2, που κινούνται σε κάθετους δρόμους, δημιουργείται συσσωμάτωμα, το οποίο αποκτά κοινή ταχύτητα V που σχηματίζει γωνία $\theta=45^\circ$ με τη διεύθυνση κίνησης του αυτοκινήτου 1. Ο εμπειρογνώμονας ζυγίζει τα αυτοκίνητα και βρίσκει ότι το αυτοκίνητο 2 είναι 20% βαρύτερο από το 1.

Ο λόγος των ταχυτήτων u_1/u_2 είναι

- α) ίσος με ένα.
- β) μεγαλύτερος του ένα.
- γ) μικρότερος του ένα.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Κρ

Ερώτηση 27.

Οι σφαίρες Σ_1 , Σ_2 του σχήματος είναι ελαστικές. Η σφαίρα Σ_1 κινούμενη με ταχύτητα u_1 συγκρούεται κεντρικά με την ακίνητη Σ_2 που βρίσκεται μπροστά από λείο κατακόρυφο τοίχο με τον οποίο στην συνέχεια συγκρούεται ελαστικά. Η σφαίρα Σ_1 επιστρέφει με ταχύτητα $u_1/2$. Η ταχύτητα της Σ_2 μετά την κρούση με τον τοίχο είναι:



- α) u_1 .
- β) $u_1/2$.
- γ) 0.

Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

Κρ

Ερώτηση 34. 

Μία σφαίρα Σ_A , μάζας m_A , κινούμενη με ταχύτητα μέτρου u_1 συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με την αρχικά ακίνητη σφαίρα Σ_B , μάζας m_B . Αν ο λόγος των μαζών των

σφαιρών είναι $\frac{m_A}{m_B} = \frac{1}{2}$, το ποσοστό απώλειας της κινητικής ενέργειας της σφαίρας Α κατά την κρούση είναι

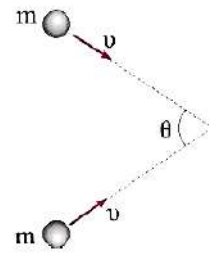
- α. 50%.
- β. $\frac{800}{9}\%$.
- γ. 64%.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Κρ

Ερώτηση 35. **Νέο**

Δύο ίδιες σφαίρες μάζας m κινούνται σε οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητες μέτρου u και συγκρούονται πλαστικά. Οι ταχύτητες των σφαιρών πριν την κρούση σχηματίζουν γωνία και κατά την κρούση το σύστημα χάνει το 25% της αρχικής κινητικής του ενέργειας. Το συσσωμάτωμα μετά την κρούση θα κινηθεί με ταχύτητα μέτρου



α. $u \frac{\sqrt{3}}{2}$.

β. $u \frac{\sqrt{2}}{2}$.

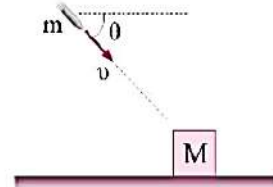
γ. $u \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Κρ

Ερώτηση 37. **Νέο**

Το βλήμα μάζας m του σχήματος κινούμενο με ταχύτητα μέτρου u και σε κατεύθυνση που σχηματίζει γωνία θ ως προς τον ορίζοντα, συγκρούεται πλαστικά με το αρχικά ακίνητο σώμα μάζας M , που ισορροπεί στο λείο οριζόντιο επίπεδο. Η μεταβολή της ορμής του συστήματος βλήμα-ξύλο κατά την κρούση



α. είναι μηδέν.

β. έχει μέτρο $mu \sin \theta$ και φορά κατακόρυφη προς τα πάνω.

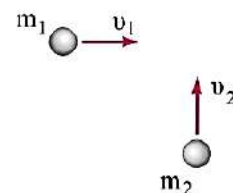
γ. έχει μέτρο $(M+m)u \sin \theta$ και φορά κατακόρυφη προς τα πάνω.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Κρ

Ερώτηση 40. **Νέο**

Τα σώματα του σχήματος κινούνται οριζόντια σε κάθετες διευθύνσεις. Το ένα σώμα έχει μάζα m_1 και ταχύτητα μέτρου u_1 . Το άλλο σώμα έχει μάζα $m_2=4m_1$ και ταχύτητα μέτρου $u_2 = \frac{u_1}{3}$. Οι σφαίρες συγκρούονται πλαστικά. Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του συστήματος των δύο μαζών που μετατράπηκε σε θερμότητα κατά την κρούση είναι



α. $\frac{800}{13}\%$.

β. $\frac{500}{13}\%$.

γ. 62,5%.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Ερωτήσεις: 1 – α, 2 – β, 3 – γ, 4 – β, 6 – γ, 10 – γ, 12 – γ, 14 – γ, 18 – α, 19 – β, 21 – α, 26 – β, 27 – β, 34 – β, 35 – α, 37 – β, 40 – α

Ένα σώμα Α μάζας $m_1 = 10\text{kg}$, κινούμενο με ταχύτητα v_1 πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο κατά τη θετική κατεύθυνση του άξονα $x'Ox$, συγκρούεται με ακίνητο σώμα Β.

Α) Αν η κρούση είναι μετωπική και ελαστική και τα δύο σώματα μετά την κρούση έχουν ταχύτητες ίσου μέτρου, να βρείτε:

1) τη μάζα του σώματος Β.

2) την % μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος Α.

Β) Αν η κρούση των δύο σωμάτων είναι πλαστική και η ταχύτητα του σώματος Α είναι

$$v_1 = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ να υπολογίσετε:}$$

1) Την κοινή τους ταχύτητα.

2) Τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος των δύο σωμάτων, πριν και μετά την κρούση.

Απ: Α) 30kg, -75%, Β) 1m/s, -60J

Άσκηση 2.

Ένα σώμα Σ_1 , μάζας m_1 , κινούμενο σε οριζόντιο επίπεδο συγκρούεται με ταχύτητα μέτρου $v_1 = 5\text{m/s}$ κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα Σ_2 , μάζας m_2 . Η χρονική διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα και ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του επιπέδου και κάθε σώματος είναι $\mu = 0,5$. Αμέσως μετά την κρούση, το σώμα μάζας Σ_1 κινείται αντίρροπα με ταχύτητα μέτρου $v'_1 = 3\text{m/s}$.

α) Να προσδιορίσετε το λόγο των μαζών $\frac{m_1}{m_2}$.

β) Να βρείτε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας m_2 αμέσως μετά την κρούση.

γ) Να βρείτε το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ_1 που μεταβιβάστηκε στο σώμα Σ_2 , λόγω της κρούσης.

δ) Να υπολογίσετε πόσο θα απέχουν τα σώματα όταν σταματήσουν.

Δίνεται $g = 10\text{m/s}^2$.

Απ: α) 1/4, β) 2m/s, γ) 64%, δ) 1,3m

Άσκηση 5.

Ένα σώμα Σ_A , μάζας $m_1 = 10\text{Kg}$, κινείται με ταχύτητα $v_1 = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Η διεύθυνση της ταχύτητας του σώματος Σ_A ταυτίζεται με τη διεύθυνση του άξονα ενός ιδανικού ελατηρίου το οποίο είναι στερεωμένο, όπως στο σχήμα, σε ακίνητο σώμα Σ_B , μάζας $m_2 = 30\text{Kg}$. Το σώμα Σ_A προσπίπτει στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου που αρχίζει να συσπειρώνεται.



α) Να υπολογίσετε την ορμή και τη μηχανική ενέργεια του συστήματος πριν την κρούση.

β) Να εξηγήσετε γιατί η μέγιστη παραμόρφωση του ελατηρίου συμβαίνει τη στιγμή που τα δύο σώματα έχουν κοινή ταχύτητα.

γ) Να υπολογίσετε την κοινή ταχύτητα των δύο σωμάτων την στιγμή που η παραμόρφωση του ελατηρίου θα είναι μέγιστη.

δ) Να υπολογίσετε τη μέγιστη δυναμική ενέργεια που αποκτά το ελατήριο λόγω της παραμόρφωσης του.

Κρ

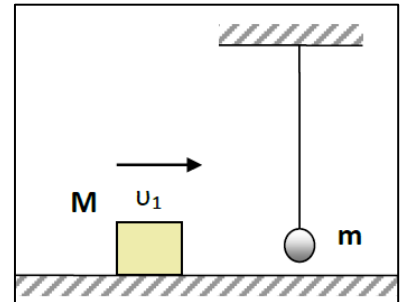
Άσκηση 6.

Απ: α) $40\text{kg}\cdot\text{m/s}$, 80J , γ) 1m/s , δ) 60J

Ένα σώμα μάζας $M=4\text{ kg}$ κινούμενο πάνω σε οριζόντιο επίπεδο συγκρούεται μετωπικά και ανελαστικά, έχοντας ταχύτητα u_1 με μια ακίνητη σφαίρα μάζας $m=3\text{ kg}$, η οποία είναι κρεμασμένη με νήμα μήκους $\ell=0,9\text{ m}$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Μετά την κρούση η σφαίρα εκτρέπεται και η μέγιστη γωνία που σχηματίζει το νήμα με την αρχική κατακόρυφη θέση του είναι $\varphi=60^\circ$, ενώ το σώμα μάζας M διανύει απόσταση $d=4\text{ m}$ μέχρι να σταματήσει. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ του σώματος μάζας M και του οριζόντιου δαπέδου είναι $\mu=0,2$.

Να υπολογίσετε:

- την ταχύτητα u_2' της σφαίρας αμέσως μετά την κρούση.
- την ταχύτητα u_1' του σώματος μάζας M αμέσως μετά την κρούση.
- την ταχύτητα u_1 του σώματος μάζας M ελάχιστα πριν την κρούση.
- το μέτρο της τάσης του νήματος, αμέσως μετά την κρούση.



Δίνεται: $g=10\text{ m/s}^2$.

Κρ

Άσκηση 8.

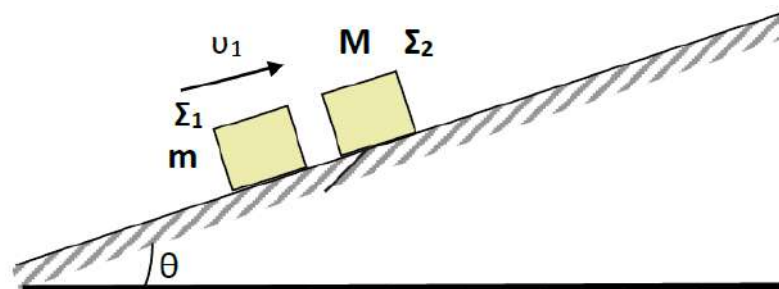
Απ: α) 3m/s , β) 4m/s , γ) $6,25\text{ m/s}$, δ) 60N

Ένα σώμα Σ_1 , μάζας $m=2\text{kg}$, κινούμενο πάνω σε πλάγιο επίπεδο γωνίας κλίσης θ , προσπίπτει με ταχύτητα $u_1 = 6\text{m/s}$ σε ακίνητο σώμα Σ_2 , μάζας $M=4\text{kg}$, με το οποίο συγκρούεται ελαστικά. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ των σωμάτων και του πλάγιου δαπέδου είναι $\mu=0,25$.

Να υπολογίσετε:

- τις ταχύτητες u_1' και u_2' των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 αμέσως μετά την κρούση.
- την απόσταση d_2 που διανύει το σώμα Σ_2 μέχρι να σταματήσει.
- το χρονικό διάστημα που κινήθηκε το σώμα Σ_2 μέχρι να σταματήσει στιγμιαία.
- τη θερμότητα που αναπτύχθηκε μεταξύ του σώματος Σ_1 και του δαπέδου από τη στιγμή της κρούσης μέχρι τη στιγμή που σταματά στιγμιαία το σώμα Σ_2 .

Δίνονται: $\eta\mu\theta=0,6$, $\sigma\upsilon\nu\theta=0,8$, $g=10\text{ m/s}^2$.



Απ: α) -2m/s , 2m/s , β) 1m , γ) $0,5\text{s}$, δ) 6J

Κρ

Άσκηση 10. Νέο

Μια σφαίρα Α, μάζας $m_A=1\text{ kg}$ κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα $u_A = 8\text{ m/s}$ και συγκρούεται πλάγια με ακίνητη σφαίρα, Β, μάζας $m_B=2\text{ kg}$. Μετά την κρούση οι σφαίρες κινούνται σε κατευθύνσεις που σχηματίζουν με την ταχύτητα u_A γωνίες $\theta_A=30^\circ$ και $\theta_B=60^\circ$, αντίστοιχα. Να υπολογίσετε:

- Α) τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο σφαιρών μετά την κρούση.
- Β) τη μεταβολή της ορμής της κάθε σφαίρας κατά την κρούση.
- Γ) πόσο θα απέχουν οι σφαίρες 2 s μετά την κρούση.
- Δ) τη θερμότητα που ελευθερώθηκε κατά την κρούση.

Κρ

Πρόβλημα 1.

Απ: Α) $4\sqrt{3}\text{ m/s}$, 2 m/s , Β) $4\text{ kg}\cdot\text{m/s}$, $4\text{ kg}\cdot\text{m/s}$, Γ) $\sqrt{208}\text{ m}$, Δ) 4 J

Ένα σώμα μάζας m_1 κινούμενο σε οριζόντιο επίπεδο συγκρούεται με ταχύτητα μέτρου $v_1=10\frac{\text{m}}{\text{s}}$ κεντρικά και ελαστικά με σώμα μάζας $m_2=3\text{ Kg}$ που κινείται με ταχύτητα μέτρου $v_2=15\frac{\text{m}}{\text{s}}$ σε αντίθετη κατεύθυνση από το m_1 . Η χρονική διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα. Αμέσως μετά την κρούση το σώμα μάζας m_1 κινείται με αντίθετη φορά από την αρχική του και με ταχύτητα μέτρου $v'_1=5\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

- α) Να προσδιορίσετε τη μάζα m_1 .
- β) Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας m_2 αμέσως μετά την κρούση.
- γ) Να βρεθεί το % ποσοστό της μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας m_1 σε σχέση με την αρχική κινητική του ενέργεια, λόγω της κρούσης.
- δ) Να υπολογισθεί πόσο θα απέχουν τα σώματα όταν σταματήσουν. Δίνεται ότι ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του επιπέδου και κάθε σώματος είναι $\mu = 0,5$.

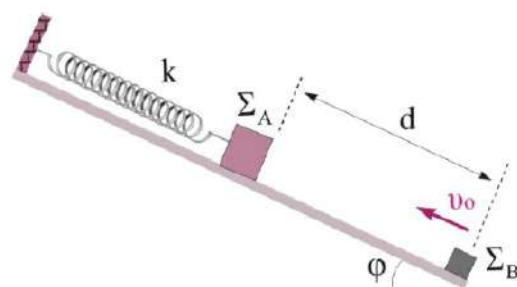
Δίνεται $g = 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Κρ

Πρόβλημα 3.

Απ: α) 7 Kg , β) 20 m/s , γ) -75% , δ) $42,5\text{ m}$

Ένα σώμα Σ_A , μάζας $m_A=4\text{ kg}$, ισορροπεί πάνω σε λείο πλάγιο επίπεδο γωνίας $\varphi=30^\circ$, δεμένο στο ένα άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=200\text{ N/m}$, η άλλη άκρη του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένη. Από τη βάση του πλάγιου επιπέδου και από απόσταση d από το σώμα Σ_A , εκτοξεύουμε προς την κορυφή του πλάγιου επιπέδου ένα δεύτερο σώμα Σ_B , μάζας $m_B=4\text{ kg}$, με αρχική ταχύτητα $u_0=2\text{ m/s}$, όπως φαίνεται στο



διπλανό σχήμα. Η σύγκρουση των δύο σωμάτων είναι πλαστική. Μετά τη σύγκρουση, το συσσωμάτωμα ξεκινά απλή αρμονική ταλάντωση και μηδενίζει για πρώτη φορά την ταχύτητα του στη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου.

Να υπολογίσετε:

Α) τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου στην αρχική θέση ισορροπίας του σώματος Σ_A .

Β) την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Γ) την απόσταση d μεταξύ του σώματος Σ_A και του σώματος Σ_B .

Δ) τον ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος όταν διέρχεται από τη θέση όπου η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης είναι εννεαπλάσια από την δυναμική ενέργεια του ελατηρίου κατά την 1η διέλευση του συσσωματώματος από τη θέση αυτή.

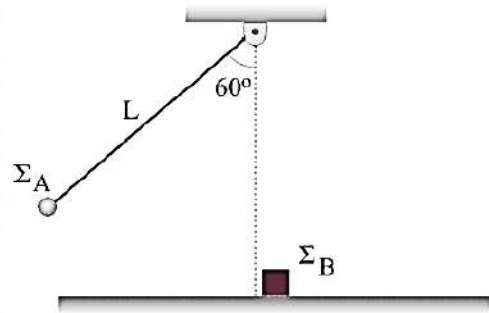
Δίνονται: $g=10 \text{ m/s}^2$, $\eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}$.

Κρ

Πρόβλημα 4.

Απ: α) 1J, β) $\sqrt{3}/2 \text{ m/s}$, γ) 0,1m, δ) $-7,5\sqrt{7} \text{ J/s}$

Μία σφαίρα Σ_A , μάζας $m_A=2\text{kg}$, είναι κρεμασμένη με νήμα μήκους $L=0,9\text{m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο σε οροφή. Εκτρέπουμε τη σφαίρα από τη θέση ισορροπίας της κατά 60° και με το νήμα τεντωμένο την ελευθερώνουμε, όπως φαίνεται στο σχήμα. Όταν η σφαίρα Σ_A διέρχεται από τη θέση ισορροπίας της συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα, Σ_B , μάζας $m_B=4\text{kg}$, που βρίσκεται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ του σώματος Σ_B και του οριζόντιου δαπέδου είναι $\mu=0,5$.



Να υπολογίσετε:

Α) την τάση του νήματος στη θέση που αυτό σχηματίζει με την κατακόρυφη που διέρχεται από τη θέση ισορροπίας της σφαίρας γωνία φ , για την οποία ισχύει $\sin\varphi=2/3$.

Β) τις ταχύτητες των σωμάτων αμέσως μετά την κρούση.

Γ) το ποσοστό % της κινητικής ενέργειας της σφαίρας Σ_A , που απέμεινε σε αυτή, μετά την κρούση.

Δ) τη μετατόπιση του σώματος Σ_B μέχρι να σταματήσει και τη θερμότητα που παράχθηκε κατά τη διάρκεια του φαινομένου.

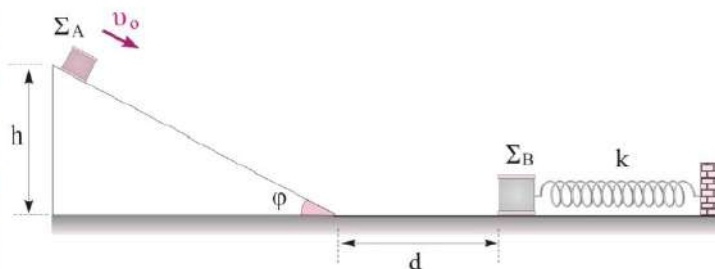
Δίνονται: $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ και $g=10 \text{ m/s}^2$.

Κρ

Πρόβλημα 5.

Απ: α) 20N, β) -1m/s , 2m/s , γ) 100/9%, δ) 8J

Ένα σώμα Σ_A , μάζας $m_A=4\text{kg}$, που βρίσκεται πάνω σε πλάγιο επίπεδο γωνίας φ , εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα $u_0=2\text{m/s}$ προς τη βάση του επιπέδου από σημείο που βρίσκεται σε ύψος $h=1,8 \text{ m}$ πάνω από αυτή.



Όταν το σώμα φτάσει στο οριζόντιο επίπεδο συνεχίζει να κινείται σε αυτό, χωρίς να συμβαίνει απώλεια ενέργειας κατά την αλλαγή της διεύθυνσης κίνησης. Στο οριζόντιο επίπεδο κινείται ένα δεύτερο σώμα, Σ_B , μάζας $m_B=1\text{kg}$, το οποίο είναι στερεωμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k=200 \text{ N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο (βλέπε σχήμα). Τη στιγμή που εκτοξεύεται το σώμα Σ_A , το σύστημα ελατηρίου - σώματος Σ_B έχει μηχανική ενέργεια 45J.

Τα δύο σώματα συγκρούονται πλαστικά τη στιγμή που το σώμα Σ_A έχει διανύσει στο οριζόντιο επίπεδο απόσταση $d=0,7\text{m}$ και το σώμα Σ_B κινείται προς τα αριστερά με ταχύτητα μέτρου $u_B=2\text{ m/s}$. Στη θέση της σύγκρουσης το ελατήριο είναι επιμηκυμένο από το φυσικό του μήκος κατά $x_2=0,4\text{m}$.
 Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ των σωμάτων και των δύο δαπέδων είναι $\mu=0,5$.
 Να υπολογίσετε:

- Α) το χρόνο κίνησης του σώματος Σ_A στο πλάγιο επίπεδο.
 Β) την ταχύτητα του σώματος Σ_A ελάχιστα πριν την κρούση με το σώμα Σ_B .
 Γ) την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.
 Δ) τη μετατόπιση του συσσωματώματος μέχρι η κινητική του ενέργεια να γίνει 17 J για πρώτη φορά.
 Ε) τη συνολική θερμότητα που παράχθηκε από τη στιγμή που εκτοξεύτηκε το σώμα Α μέχρι τη θέση που το συσσωμάτωμα έχει κινητική ενέργεια 17 J για πρώτη φορά.

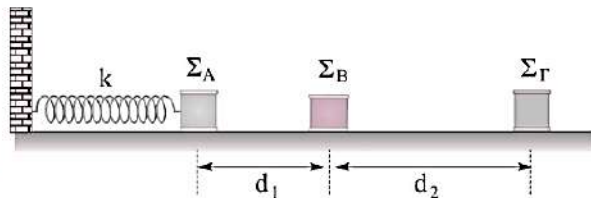
Δίνονται: $g=10\text{ m/s}^2$, $\eta\mu\phi=0,6$ και $\sigma\upsilon\eta\phi=0,8$.

Κρ

Πρόβλημα 6.

Απ: α) 1s , β) 3m/s , γ) 2m/s , δ) $0,2\text{m}$, ε) 104J

Ένα σώμα Σ_A , μάζας $m_A=2\text{kg}$, ισορροπεί σε οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=1000\text{N/m}$, το οποίο βρίσκεται στο φυσικό του μήκος. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Ένα δεύτερο σώμα, Σ_B , μάζας m_B , βρίσκεται ακίνητο σε απόσταση $d_1=60\text{ cm}$ από το σώμα Σ_A , όπως φαίνεται στο σχήμα. Συμπιέζουμε το ελατήριο κατά $x_1=40\text{cm}$ και από τη θέση αυτή εκτοξεύουμε το σώμα Σ_A με αρχική ταχύτητα $u_0=12\text{m/s}$ προς το σώμα Σ_B . Όταν το σώμα Σ_A φτάσει στο σώμα Σ_B συγκρούεται κεντρικά ελαστικά μαζί του. Μετά την κρούση το σώμα Σ_A επιστρέφει προς τα πίσω και διέρχεται από τη θέση που το εκτοξεύσαμε με κινητική ενέργεια $K_1=96\text{J}$. Το σώμα Σ_B κινείται προς τα δεξιά και αφού διανύσει απόσταση d_2 συγκρούεται πλαστικά με ακίνητο σώμα, Σ_Γ , μάζας $m_\Gamma=4\text{kg}$. Το δημιουργούμενο συσσωμάτωμα, αφού διανύσει απόσταση $d_3=0,125\text{ m}$, σταματά. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ των σωμάτων και του δαπέδου είναι $\mu=0,4$.
 Να υπολογίσετε:



Α) την ταχύτητα του σώματος Σ_A ελάχιστα πριν τη σύγκρουσή του με το σώμα Σ_B .

Β) τη μάζα m_B του σώματος Σ_B .

Γ) την απόσταση d_2 μεταξύ των σωμάτων Σ_B και Σ_Γ .

Δ) τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου στη θέση που το σώμα Σ_A έχει τη μέγιστη κινητική ενέργεια.

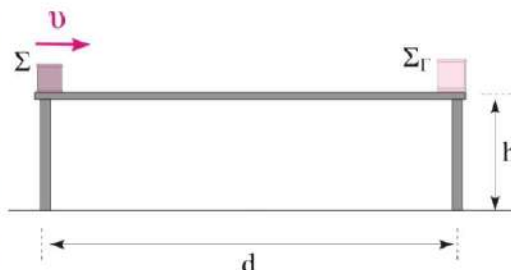
Δίνεται ότι το $g=10\text{ m/s}^2$.

Κρ

Πρόβλημα 7.

Απ: α) 6m/s , β) 4kg , γ) $1,5\text{m}$, δ) $32 \cdot 10^{-3}\text{J}$

Ένα σώμα Σ , μάζας $m=0,6\text{kg}$, εκτοξεύεται τη χρονική στιγμή $t=0$ από την άκρη λείου τραπεζιού, με ταχύτητα $v=\frac{1}{3}\frac{\text{m}}{\text{s}}$, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Το μήκος του τραπεζιού είναι $d=2,5\text{m}$ και το ύψος του $h=0,8\text{ m}$. Τη χρονική στιγμή $t_1=4,5\text{s}$ το σώμα Σ



διασπάται με εσωτερικό μηχανισμό σε δύο σώματα Σ_A και Σ_B , με μάζες $m_A=0,4\text{kg}$ και $m_B=0,2\text{kg}$, αντίστοιχα. Το σώμα Σ_A κινείται προς τα δεξιά, ενώ το σώμα Σ_B κινείται προς τα αριστερά και φτάνουν ταυτόχρονα στις δύο άκρες του τραπέζιου. Το σώμα Σ_A , μόλις φτάσει στη δεξιά άκρη του τραπέζιου, συγκρούεται στιγμιαία κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα Σ_Γ , μάζας $m_\Gamma=1,2\text{kg}$. Να υπολογίσετε:

- Α) ποια χρονική στιγμή t_2 , θα φτάσουν τα σώματα Σ_A και Σ_B στις άκρες του τραπέζιου.
 Β) τις ταχύτητες u_1 και u_2 των δύο σωμάτων μετά τη διάσπαση και πόση ενέργεια απελευθερώθηκε από τον εσωτερικό μηχανισμό, αν γνωρίζουμε ότι μετατράπηκε όλη σε κινητική ενέργεια των δύο σωμάτων.
 Γ) την απόσταση των σημείων πτώσης των σωμάτων Σ_B και Σ_Γ στο έδαφος.
 Δ) τη χρονική στιγμή t_3 που φθάνει το σώμα Σ_A στο έδαφος.
 Ε) την κινητική ενέργεια του σώματος Σ_A , όταν φτάσει στο έδαφος.

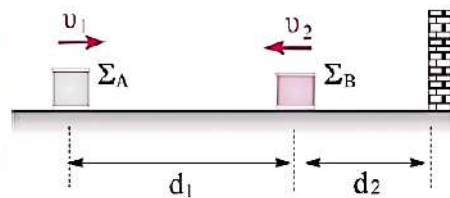
Δίνεται ότι το $g=10\text{ m/s}^2$.

Κρ

Πρόβλημα 8.

Απ: α) 5s, β) 3m/s, 2m/s, 5/3J, γ) 4,1m, δ) 7,9s, ε) 3, 4 J

Πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο μεγάλης έκτασης βρίσκονται δύο σώματα Σ_A και Σ_B , με μάζες m_A και m_B αντίστοιχα, με $m_A=3m_B$. Τα σώματα απέχουν μεταξύ τους $d_1=4\text{m}$ και το σώμα Σ_B βρίσκεται σε απόσταση $d_2=2\text{m}$ από λείο κατακόρυφο τοίχο. Τη χρονική στιγμή $t=0$ εκτοξεύουμε τα δύο σώματα το ένα προς το άλλο με ταχύτητες u_1 και u_2 , ίσων μέτρων, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Τα σώματα συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά. Κατά την κρούση η μεταβολή της ορμής του σώματος Σ_A είναι $\Delta p_1=-3\text{Kg}\cdot\text{m/s}$, ενώ το σώμα Σ_B αποκτά ταχύτητα $u_2'=4\text{m/s}$ και κινούμενο αντίθετα στην αρχική του κατεύθυνση προσπίπτει κάθετα στον τοίχο και συγκρούεται ελαστικά με αυτόν. Να υπολογίσετε:



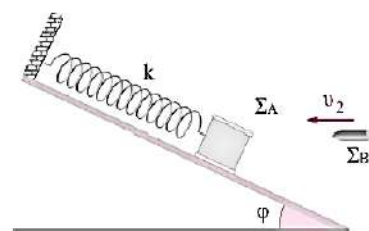
- Α) τις ταχύτητες u_1 και u_2 των δύο σωμάτων πριν την κρούση.
 Β) τις μάζες των δύο σωμάτων.
 Γ) τις ταχύτητες u_1'' και u_2'' των δύο σωμάτων μετά τη δεύτερη κρούση.
 Δ) τη χρονική στιγμή της τελευταίας κρούσης του σώματος Σ_B με τον τοίχο και την τελική απόσταση μεταξύ των δύο σωμάτων.

Κρ

Πρόβλημα 9.

Απ: α) 2m/s, -2m/s, β) 1,5kg, 0,5kg, γ) -2m/s, 2m/s, δ) 5s, 8m

Ένα σώμα Σ_A , μάζας $m_1=2\text{kg}$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πάνω σε λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας $\varphi=30^\circ$, δεμένο στο ένα άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=200\text{N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Ως θετική φορά θεωρούμε τη φορά προς τη



βάση του πλάγιου επιπέδου. Τη χρονική στιγμή που το σώμα Σ_A διέρχεται από τη θέση

$x = \frac{1}{80}\text{m}$ με ταχύτητα $u_1 = \frac{\sqrt{3}}{8}\frac{\text{m}}{\text{s}}$ ένα δεύτερο σώμα, Σ_B , μάζας $m_2=0,5\text{kg}$, κινούμενο

οριζόντια με ταχύτητα $u_2=2\text{ m/s}$, συγκρούεται πλαστικά με αυτό. Το συσσωμάτωμα μετά την κρούση εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

Να υπολογίσετε:

- Α) την ενέργεια της ταλάντωσης του σώματος Σ_A πριν την κρούση.
- Β) την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.
- Γ) τη θερμότητα που απελευθερώθηκε κατά την κρούση.
- Δ) την εξίσωση της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης του σώματος Σ_A πριν την κρούση σε σχέση με την απομάκρυνση x από τη θέση ισορροπίας του και να σχεδιαστεί σε αριθμημένους άξονες.
- Ε) τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου στη θέση που ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος είναι $-7,5 \frac{\text{kgm}}{\text{s}^2}$.

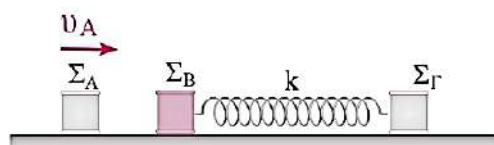
Δίνονται: $g=10 \text{ m/s}^2$, $\eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}$, $\sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Κρ

Πρόβλημα 10.

Απ: α) 1/16J, β) $-\sqrt{3}/10 \text{ m/s}$, γ) 323/320J, δ) $U=100x^2$, ε) 1J

Δύο σώματα, Σ_B , μάζας $m_B=2\text{kg}$ και Σ_Γ , μάζας $m_\Gamma=4 \text{ kg}$, βρίσκονται ακίνητα πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένα στα δύο άκρα οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=4800\text{N/m}$, το οποίο βρίσκεται στο φυσικό του μήκος. Ένα τρίτο σώμα, Σ_A , μάζας $m_A=1 \text{ kg}$, κινούμενο στη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου με ταχύτητα $u_A=9\text{m/s}$, συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με το σώμα Σ_B .



Να υπολογίσετε:

- Α) τις ταχύτητες των σωμάτων Σ_A και Σ_B αμέσως μετά τη στιγμή της σύγκρουσής τους.
- Β) τις ταχύτητες των σωμάτων Σ_B και Σ_Γ τη στιγμή της μέγιστης συσπείρωσης του ελατηρίου.
- Γ) το ποσοστό % της αρχικής κινητικής ενέργειας του σώματος Σ_A που μεταφέρθηκε στο ελατήριο τη στιγμή της μέγιστης συσπείρωσής του.
- Δ) το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ_Γ , όταν το σώμα Σ_B έχει ταχύτητα $u'_2=4\text{m/s}$.

Απ: α) -3m/s , 6m/s , β) 2m/s , γ) 1600/27%, δ) $240\sqrt{3} \text{ J/s}$

Στερεό

Σ

Ερώτηση 1.

Σε ένα ρολόι θέλουμε το άκρο του ωροδείκτη και το άκρο του λεπτοδείκτη να έχουν την ίδια ταχύτητα λόγω περιστροφής (γραμμική ταχύτητα). Αν συμβολίσουμε με ℓ_ω το μήκος του ωροδείκτη και με ℓ_λ το μήκος του λεπτοδείκτη, τότε για το λόγο των μηκών ισχύει

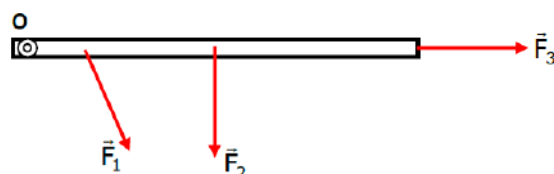
α) $\frac{\ell_\omega}{\ell_\lambda} = 1$ β) $\frac{\ell_\omega}{\ell_\lambda} = \frac{1}{12}$ γ) $\frac{\ell_\omega}{\ell_\lambda} = 12$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Σ

Ερώτηση 2.

Στη ράβδο του σχήματος ασκούνται τρεις ομοεπίπεδες δυνάμεις ίσου μέτρου. Η ράβδος μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα που διέρχεται από το σημείο Ο και είναι κάθετος στο επίπεδο των δυνάμεων.



Η κατάταξη των δυνάμεων, κατά τη σειρά με την οποία το μέτρο της ροπής τους ως προς τον άξονα περιστροφής αυξάνεται, είναι:

α) $\vec{F}_3, \vec{F}_1, \vec{F}_2$.

β) $\vec{F}_3, \vec{F}_2, \vec{F}_1$.

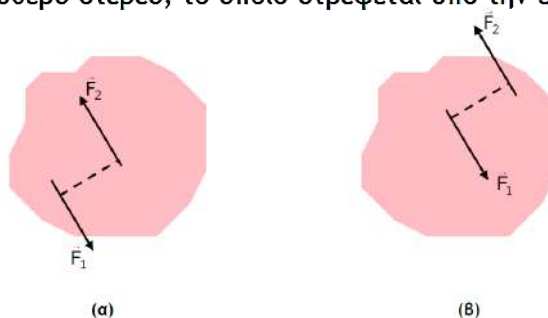
γ) $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Σ

Ερώτηση 3.

Στο σχήμα (α) φαίνεται ένα ελεύθερο στερεό, το οποίο στρέφεται υπό την επίδραση του ζεύγους δυνάμεων $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$.



Αν μετακινήσουμε τα σημεία εφαρμογής των δυνάμεων μετακινώντας παράλληλα τους φορείς των δυνάμεων, όπως φαίνεται στο σχήμα (β), χωρίς να μεταβάλλουμε τη μεταξύ τους απόσταση, τότε το στερεό:

α) στρέφεται όπως και στο σχήμα α.

β) στρέφεται αντίστροφα από το σχήμα α.

γ) ισορροπεί.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Επιμέλεια θεμάτων: Θανόπουλος Γιώργος

Σ Ερώτηση 4.

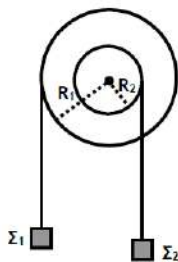
Μια ρόδα αυτοκινήτου ακτίνας R κυλίζει με το κέντρο μάζας της να έχει σταθερή ταχύτητα v . Ένα μικρό καρφί μάζας m είναι καρφωμένο στην εξωτερική επιφάνεια της ρόδας. Αν θεωρήσουμε τις διαστάσεις του καρφιού αμελητέες, τότε η μεταβολή της ορμής του καρφιού, μεταξύ κατώτερης και ανώτερης θέσης

- α) είναι mv .
- β) είναι μηδέν.
- γ) έχει μέτρο ίσο με $2mv$.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Σ Ερώτηση 5.

Στο σχήμα φαίνεται μια διπλή τροχαλία, η οποία μπορεί να στρέφεται γύρω από ακλόνητο άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και δύο μικρά σώματα Σ_1 και Σ_2 , τα οποία αναρτώνται από τη διπλή τροχαλία. Για να ισορροπεί το σύστημα πρέπει

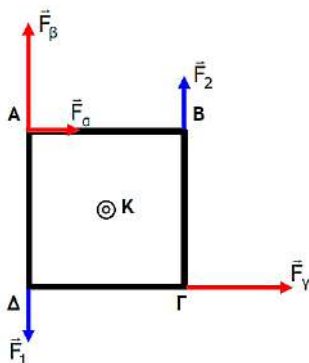


- α) το Σ_1 να είναι βαρύτερο από το Σ_2 .
- β) το Σ_2 να είναι βαρύτερο από το Σ_1 .
- γ) το Σ_1 να έχει ίσο βάρος με το Σ_2 .

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Σ Ερώτηση 7.

Η τετράγωνη πλάκα ΑΒΓΔ πλευράς a του σχήματος μπορεί να περιστρέφεται γύρω από ακλόνητο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της K και είναι κάθετος σε αυτή. Στην πλάκα ασκούνται οι δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ με μέτρα $F_1 = F_2 (=F)$.



Η δύναμη που πρέπει να ασκηθεί στο στερεό για να ισορροπεί είναι:

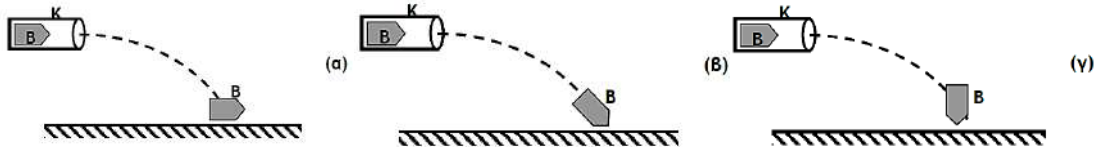
- α) η δύναμη $\vec{F}_\alpha$, μέτρου $F_\alpha = F$.
- β) η δύναμη $\vec{F}_\beta$, μέτρου $F_\beta = 2F$.
- γ) η δύναμη $\vec{F}_\gamma$, μέτρου $F_\gamma = 2F$.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Σ

Ερώτηση 9.

Από το κανόνι K εκτοξεύεται οριζόντια ένα βλήμα B . Το βλήμα, ακολουθώντας παραβολική τροχιά, φτάνει στο έδαφος. Αγνοώντας την επίδραση του αέρα, και θεωρώντας το βλήμα ελεύθερο στερεό, το σχήμα που δείχνει σωστά τον τρόπο με τον οποίο το βλήμα συναντά το έδαφος είναι:



α) το σχήμα α.

β) το σχήμα β.

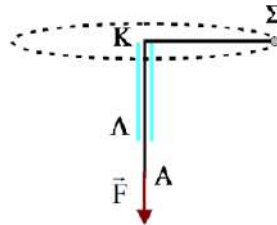
γ) το σχήμα γ.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Σ

Ερώτηση 10.

Το σφαιρίδιο Σ του σχήματος διαγράφει κυκλική τροχιά με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ακτίνας R . Το σκοινί στο οποίο είναι δεμένο το σφαιρίδιο περνάει από κατακόρυφο σωλήνα $ΚΛ$.



Ασκώντας κατάλληλη δύναμη στο ελεύθερο άκρο A του σκοινιού μειώνουμε την ακτίνα περιστροφής του σφαιριδίου στη μισή της αρχικής. Το σφαιρίδιο θα περιστρέφεται:

α) πιο γρήγορα.

β) πιο αργά.

γ) το ίδιο γρήγορα με πριν.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Σ

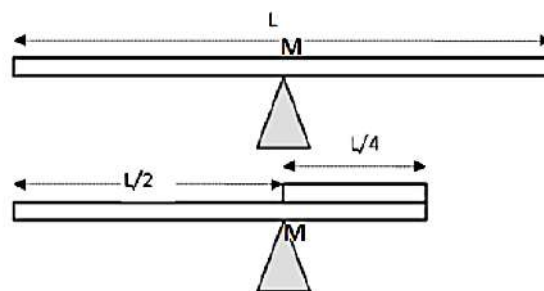
Ερώτηση 12.

Η ομογενής ράβδος του σχήματος έχει βάρος w και ισορροπεί οριζόντια στηριζόμενη στο μέσο της.

Κόβουμε το ένα τέταρτο της ράβδου και το τοποθετούμε όπως στο σχήμα. Χωρίς να αλλάξουμε τη θέση του στηρίγματος, για να ισορροπήσει η ράβδος πάλι, πρέπει να ασκήσουμε στο αριστερό άκρο μια δύναμη κατακόρυφη
α προς τα πάνω μέτρου $w/4$.

β προς τα πάνω μέτρου $w/8$.

γ. προς τα κάτω μέτρου $w/8$.

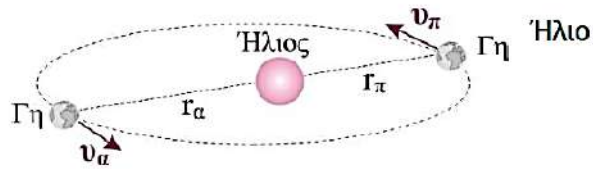


Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Ερώτηση 13.

Σ

Η Γη περιστρέφεται γύρω από τον Ήλιο σε ελλειπτική τροχιά και η μόνη δύναμη που δέχεται είναι η δύναμη βαρύτητας, F_g , από αυτόν. Αν η ελάχιστη (περιήλιο) και η μέγιστη (αφήλιο) απόσταση της Γης από τον Ήλιο κατά τη διάρκεια της ελλειπτικής της τροχιάς ικανοποιούν τη σχέση $r_\pi = \frac{9}{10} r_\alpha$, τότε η κινητική της ενέργεια όταν βρίσκεται στο αφήλιο (K_α) και η κινητική της ενέργεια όταν βρίσκεται στο περιήλιο (K_π) ικανοποιούν τη σχέση



α. $K_\pi = \frac{100}{81} K_\alpha$. β. $K_\pi = \frac{100}{90} K_\alpha$. γ. $K_\pi = K_\alpha$.

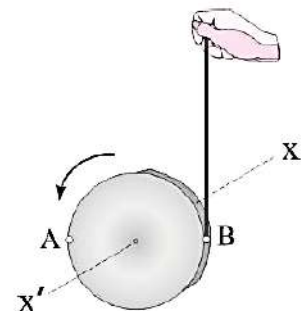
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Σ

Ερώτηση 14.

Το γιο - γιο του σχήματος αποτελείται από ένα μικρό κύλινδρο μάζας M και ακτίνας R , στο κυρτό μέρος του οποίου έχει τυλιχτεί πολλές φορές ένα αβαρές νήμα.

Κρατώντας το ελεύθερο άκρο του νήματος και αφήνοντας τον κύλινδρο ελεύθερο, το νήμα ξετυλίγεται και ο κύλινδρος κατεβαίνει περιστρεφόμενος γύρω από ένα νοητό οριζόντιο άξονα $x-x'$ που ταυτίζεται με τον άξονα συμμετρίας του. Αν η ταχύτητα του κέντρου μάζας είναι v_{cm} , τότε η ταχύτητα του σημείου A , το οποίο βρίσκεται στην επιφάνεια του κυλίνδρου, είναι



α. v_{cm}

β. $2v_{cm}$

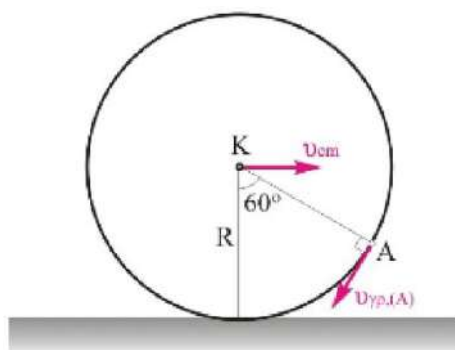
γ. 0

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Σ

Ερώτηση 15.

Ο δίσκος του σχήματος, με ακτίνα R , κυλίεται (χωρίς να ολισθαίνει) σε οριζόντιο επίπεδο και η ταχύτητα του κέντρου μάζας του K είναι u_{cm} . Το σημείο A του δίσκου, που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, έχει ταχύτητα με μέτρο



α. v_{cm}

β. $2v_{cm}$

γ. $3/2 v_{cm}$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Σ

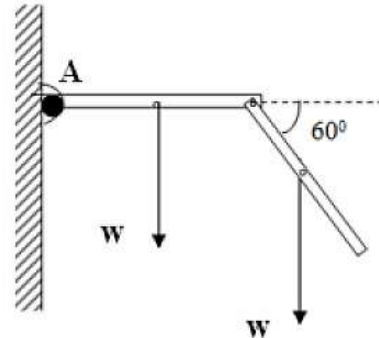
Ερώτηση 16.

Δύο ίδιες ομογενείς ράβδοι μήκους ℓ και μάζας m , είναι ενωμένες, όπως φαίνεται στο σχήμα και το σύστημά τους μπορεί να περιστρέφεται γύρω από την άρθρωση Α σε κατακόρυφο επίπεδο. Αν g η επιτάχυνση της βαρύτητας, το μέτρο της συνολικής ροπής που δέχεται το σύστημα των ράβδων είναι

α. $\Sigma \tau = \frac{5mg\ell}{3}$.

β. $\Sigma \tau = \frac{7mg\ell}{4}$.

γ. $\Sigma \tau = 2mg\ell$.



Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Σ

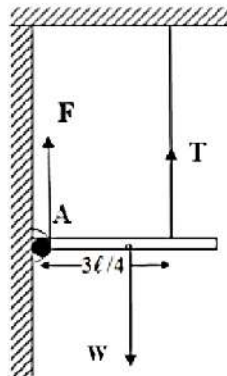
Ερώτηση 17.

Μία ομογενής ράβδος μήκους ℓ και βάρους w , είναι αρθρωμένη στο άκρο της Α και το σκοινί είναι δεμένο σε απόσταση $3\ell/4$ από το Α. Το σύστημα ισορροπεί με τη ράβδο σε οριζόντια θέση. Η δύναμη F που ασκείται στη ράβδο από την άρθρωση έχει μέτρο ίσο με

α. $\frac{2w}{3}$

β. $\frac{w}{3}$

γ. $\frac{w}{2}$



Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Σ

Ερώτηση 18.

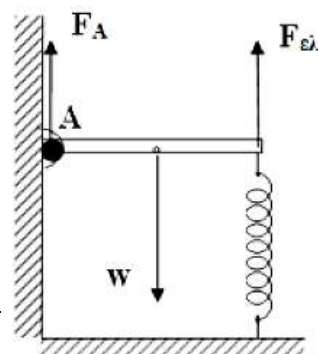
Μία ομογενής ράβδος μήκους ℓ και βάρους w , είναι αρθρωμένη στο άκρο της Α, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το ελατήριο είναι κατακόρυφο. Το σύστημα ισορροπεί με τη ράβδο σε οριζόντια θέση. Η δύναμη που ασκείται στη ράβδο από την άρθρωση και η δύναμη του ελατηρίου συνδέονται με τη σχέση

α. $F_{ελ} = F_A$.

β. $F_{ελ} = 3F_A$.

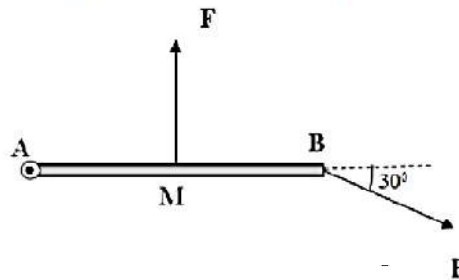
γ. $F_{ελ} = 2F_A$.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



Σ Ερώτηση 19.

Μία ομογενής ράβδος μήκους ℓ που μπορεί να περιστρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το άκρο της Α, βρίσκεται ακίνητη σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Στη ράβδο ασκούνται ταυτόχρονα δύο οριζόντιες δυνάμεις F με το ίδιο μέτρο. Η μία δύναμη ασκείται στο κέντρο της ράβδου, ενώ η άλλη στο άκρο της, όπως στο σχήμα.



Η ράβδος θα

- α. περιστραφεί σε φορά όπως οι δείκτες του ρολογιού.
- β. περιστραφεί σε φορά αντίθετη των δεικτών του ρολογιού.
- γ. παραμένει ακίνητη.

$$\Deltaίνεται \eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}$$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Σ Ερώτηση 20.

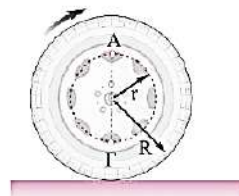
Ο τροχός του σχήματος ακτίνας R κυλίζει σε οριζόντιο επίπεδο.

Τα σημεία Α και Γ ανήκουν στην κατακόρυφη διάμετρο και απέχουν r από το κέντρο μάζας του τροχού. Αν ο λόγος των

μέτρων των ταχυτήτων των σημείων Α και Γ, είναι $\frac{v_A}{v_\Gamma} = 3$, τότε ο

λόγος $\frac{r}{R}$ είναι

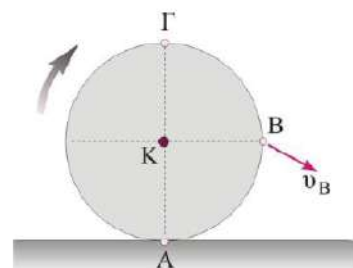
- α. $1/2$.
- β. $1/3$.
- γ. $1/4$.



Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Σ Ερώτηση 21.

Ο κατακόρυφος τροχός του σχήματος κινείται στο οριζόντιο δάπεδο εκτελώντας μεταφορική και στροφική κίνηση (δεν κυλίζει). Κάποια στιγμή, που το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου του Κ είναι $v_{cm}=4\text{m/s}$, το μέτρο της ταχύτητας του σημείου Β που απέχει R από το έδαφος είναι $v_B=5\text{m/s}$. Το μέτρο της ταχύτητας του σημείου Α που είναι το σημείο επαφής του τροχού με το δάπεδο είναι

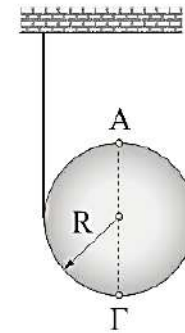


- α. μηδέν
- β. 1 m/s
- γ. 3 m/s

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Σ Ερώτηση 22.

Η τροχαλία του σχήματος έχει τυλιγμένο στο αυλάκι της αβαρές και μη εκτατό νήμα του οποίου το άλλο άκρο είναι σταθερά δεμένο στην οροφή. Αφήνουμε το δίσκο ελεύθερο και αυτός κατέρχεται ενώ το νήμα ξετυλίγεται χωρίς να γλιστρά στο αυλάκι του. Ο λόγος των μέτρων των ταχυτήτων των σημείων Α και Γ που βρίσκονται στη κατακόρυφη διάμετρο του δίσκου είναι



α. $1/2$.

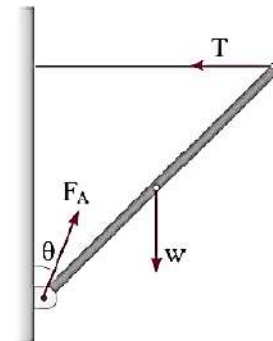
β. 1.

γ. 2.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Σ Ερώτηση 24.

Η ομογενής ράβδος βάρους w του σχήματος στηρίζεται στην άρθρωση σχηματίζοντας γωνία $\theta = \pi/4$ με τον κατακόρυφο τοίχο και η άλλη άκρη είναι δεμένη μέσω οριζώντιου μη ελαστικού νήματος με τον τοίχο. Η δύναμη που ασκείται στη ράβδο από την άρθρωση έχει μέτρο



α. $\frac{3w}{2}$.

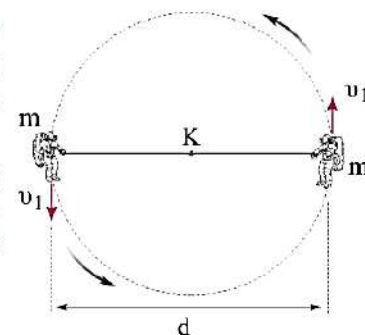
β. $\frac{w}{2}$.

γ. $\frac{w\sqrt{5}}{2}$.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Σ Ερώτηση 26.

Δύο αστροναύτες μάζας m ο καθένας βρίσκονται στο διάστημα έξω από βαρυτικά πεδία και κρατώντας ένα αβαρές και μη εκτατό σχοινί μήκους d περιφέρονται γύρω από το κέντρο μάζας τους K με ταχύτητα μέτρου u_1 . Κάποια στιγμή, τραβούν το σχοινί ώστε η μεταξύ τους απόσταση να γίνει $d/2$, χωρίς να αλλάξει η θέση του κέντρου μάζας K . Το σύστημα των δύο αστροναυτών αύξησε την κινητική του ενέργεια κατά



α. $\frac{3}{2}mu_1^2$

β. $3mu_1^2$

γ. $\frac{3}{8}mu_1^2$.

Σ Ερώτηση 27.

Ένα υλικό σημείο μάζας m κινείται σε οριζόντια κυκλική τροχιά ακτίνας R με γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω γύρω από κατακόρυφο άξονα και η στροφορμή του ως προς τον άξονα έχει μέτρο L . Για να τετραπλασιάσουμε το μέτρο της γωνιακής του ταχύτητας, διατηρώντας το μέτρο της στροφορμής του σταθερό, η ακτίνα της τροχιάς του πρέπει

να

α. διπλασιαστεί.

β. υποδιπλασιαστεί.

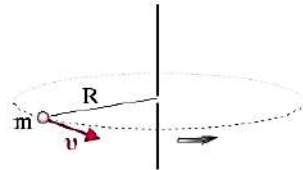
γ. υποτετραπλασιαστεί.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Σ

Ερώτηση 28.

Το σφαιρίδιο του σχήματος μάζας m κινείται σε κυκλική τροχιά σταθερής ακτίνας R με ταχύτητα μέτρου u . Αν τετραπλασιαστεί η κινητική ενέργεια του σφαιριδίου, τότε το μέτρο της στροφορμής του



α. διπλασιάζεται.

β. τετραπλασιάζεται.

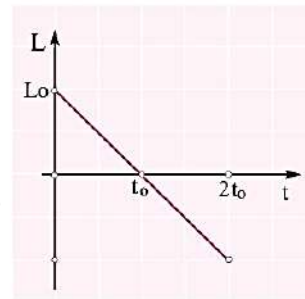
γ. οκταπλασιάζεται.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Σ

Ερώτηση 30.

Ένα υλικό σημείο μπορεί να περιστρέφεται σε οριζόντια κυκλική τροχιά σταθερής ακτίνας R γύρω από κατακόρυφο ακλόνητο άξονα. Το διάγραμμα που περιγράφει πώς μεταβάλλεται η στροφορμή του σε σχέση με το χρόνο δείχνεται στο διπλανό σχήμα. Στο χρονικό διάστημα από 0 έως τη χρονική στιγμή $2t_0$, η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του υλικού σημείου είναι ίση με μηδέν. Η μεταβολή της στροφορμής του στο ίδιο χρονικό διάστημα έχει μέτρο



α. μηδέν.

β. L_0 .

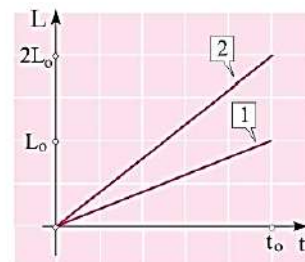
γ. $2L_0$.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Σ

Ερώτηση 31.

Δύο σφαιρίδια 1 και 2, κινούνται σε κυκλικές τροχιές ίδιας ακτίνας γύρω από τον ίδιο άξονα και η στροφορμή τους σε συνάρτηση με το χρόνο δείχνεται στο διπλανό διάγραμμα. Για το πηλίκο των μέτρων των ορμών τους, $\frac{p_1}{p_2}$, κάθε χρονική στιγμή ισχύει



α. $\frac{p_1}{p_2} = 1$.

β. $\frac{p_1}{p_2} = \frac{1}{2}$.

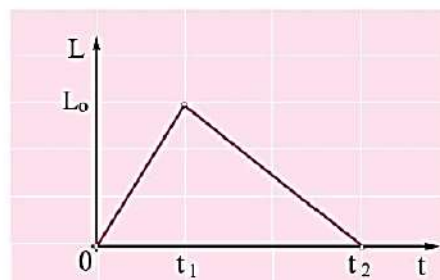
γ. $\frac{p_1}{p_2} = 2$.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Σ

Ερώτηση 32.

Ένα σφαιρίδιο μάζας m περιφέρεται σε οριζόντια κυκλική τροχιά σταθερής ακτίνας γύρω από κατακόρυφο άξονα και η αλγεβρική τιμή της στροφορμής του σε συνάρτηση με το χρόνο δείχνεται στο διπλανό διάγραμμα. Γνωρίζουμε ότι ο αριθμός των στροφών που έχει εκτελέσει το σφαιρίδιο στη χρονική διάρκεια $t_1 - t_2$ είναι διπλάσιος από αυτόν στη χρονική διάρκεια $0 - t_1$. Αν α_1 είναι το μέτρο της επιτροχίας



επιτάχυνσης του σφαιριδίου στη χρονική διάρκεια $0-t_1$ και a_2 είναι το μέτρο της επιτρόχιας επιτάχυνσης του σφαιριδίου στη χρονική διάρκεια t_1-t_2 , τότε αυτά συνδέονται με τη σχέση

α. $a_1=a_2$.

β. $a_1=2a_2$.

γ. $a_2=2a_1$.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Σ

Ερώτηση 33.

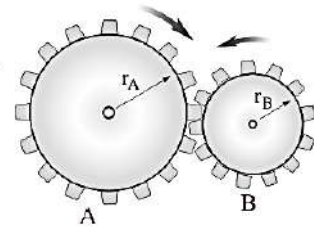
Οι δίσκοι Α, Β του σχήματος έχουν ακτίνες $r_A=2R$, $r_B=R$ αντίστοιχα. Οι δίσκοι φέρουν γρανάζια και στρέφονται χωρίς τριβές με σταθερές γωνιακές ταχύτητες γύρω από σταθερούς παράλληλους άξονες.

Αν ο δίσκος Α εκτελέσει $N_1=10$ στροφές, τότε ο δίσκος Β θα εκτελέσει

α. 5 στροφές.

β. 10 στροφές.

γ. 20 στροφές.



Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Σ

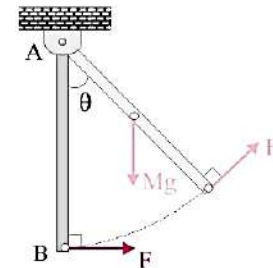
Ερώτηση 34.

Η ομογενής ράβδος μήκους L και μάζας M του σχήματος μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο της Α. Ασκούμε στο άλλο της άκρο Β δύναμη μέτρου $F=Mg/4$ η οποία είναι συνέχεια κάθετη στη ράβδο και την αναγκάζει να στραφεί. Η συνολική ροπή που ασκείται στη ράβδο γίνεται ίση με μηδέν για πρώτη φορά, όταν η ράβδος σχηματίζει με την κατακόρυφο γωνία θ ίση με

α. 30° .

β. 60° .

γ. 90° .



Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Σ

Ερώτηση 35.

Στο διπλανό σχήμα δείχνεται μέρος του πλανητικού μας συστήματος με τη Γη και τον Άρη να περιφέρονται γύρω από τον Ήλιο. Θεωρούμε ότι οι πλανήτες κινούνται σε κυκλικές τροχιές, με τη Γη να απέχει 1 αστρονομική μονάδα και τον Άρη 1,5 αστρονομική μονάδα από τον Ήλιο. Δεχόμαστε ότι η μάζα της Γης είναι δεκαπλάσια αυτής του Άρη και ο λόγος των περιόδων των κυκλικών κινήσεων των πλανητών είναι

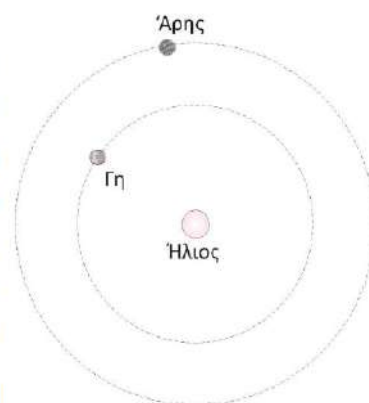
$$\frac{T_A}{T_\Gamma} = 2,2 \text{ .}$$

Αν τα μέτρα των στροφορμών της Γης και του Άρη

ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο της κυκλικής τροχιάς τους και είναι κάθετος στο επίπεδό της, είναι L_Γ και L_A αντίστοιχα, το πηλίκο τους έχει μέτρο

α. $\frac{L_\Gamma}{L_A} = 2,2$.

β. $\frac{L_\Gamma}{L_A} = \frac{88}{9}$.



$$\gamma. \frac{L_{\Gamma}}{L_A} = 22.$$

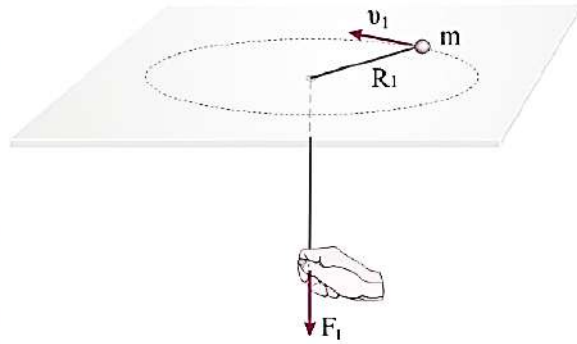
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Ερωτήσεις: 1 – γ, 2 – α, 3 – α, 4 – γ, 5 – β, 7 – β, 9 – α, 10 – α, 12 – β, 13 – α, 14 – β, 15 – α, 16 – β, 17 – β, 18 – α, 19 – γ, 20 – α, 21 – β, 22 – β, 24 – γ, 26 – β, 27 – β, 28 – α, 30 – γ, 31 – β, 32 – β, 33 – γ, 34 – α, 35 – β

Σ

Άσκηση 1.

Το σφαιρίδιο του σχήματος έχει μάζα $m=1\text{kg}$ και εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση ακτίνας $R_1=0,5\text{m}$ με γωνιακή ταχύτητα μέτρου $\omega_1=2\text{rad/s}$ πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο που έχει στο μέσο του οπή. Το σφαιρίδιο είναι δεμένο σε λεπτό αβαρές και μη εκτατό νήμα το οποίο περνά από την κατακόρυφη οπή και καταλήγει στο χέρι του πειραματιστή. Το νήμα μπορεί να ολισθαίνει στα τοιχώματα της οπής χωρίς τριβές. Ο πειραματιστής κατεβάζει κατακόρυφα το χέρι του προσφέροντας στο σφαιρίδιο ενέργεια $7,5\text{J}$, οπότε η ακτίνα περιστροφής του σφαιριδίου μειώνεται σε R_2 .



Να υπολογίσετε:

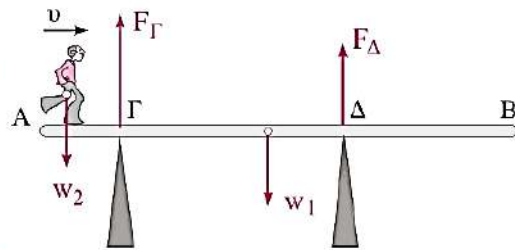
- το μέτρο της κεντρομόλου δύναμης που ασκεί το χέρι μέσω του νήματος στο σφαιρίδιο, καθώς αυτό περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω_1 .
- το μέτρο της στροφορμής του σφαιριδίου.
- τη γραμμική ταχύτητα περιστροφής του σφαιριδίου στην ακτίνα R_2 .
- την κατακόρυφη μετατόπιση του χεριού του πειραματιστή.

Σ

Άσκηση 2.

Απ: α) 2N, β) $0,5\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$, γ) 4m/s, δ) 0,375m

Η δοκός AB του σχήματος έχει βάρος $w_1=1000\text{N}$, μήκος $d=8\text{m}$ και είναι ομογενής. Η δοκός στηρίζεται στα σημεία Γ και Δ, τα οποία απέχουν $d_1=1\text{m}$ και $d_2=5\text{m}$ από το άκρο της Α, αντίστοιχα. Ένας άνθρωπος βάρους $w_2=1000\text{N}$ ξεκινά να κινείται τη χρονική στιγμή $t=0$ με σταθερή ταχύτητα $u=0,5\text{m/s}$, από το άκρο Α προς το άκρο Β. Να υπολογίσετε:

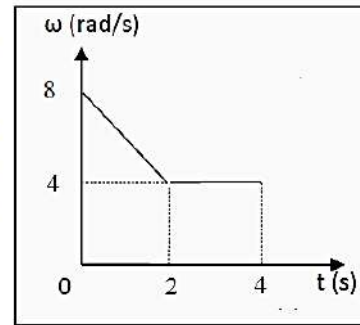


- τις δυνάμεις που ασκούν τα δύο υποστηρίγματα στη δοκό τη χρονική στιγμή $t=0$.
- τις δυνάμεις που ασκούν τα δύο υποστηρίγματα στη δοκό όταν ο άνθρωπος βρίσκεται στο μέσον της σανίδας.
- τη δύναμη που ασκεί το στήριγμα στο σημείο Γ της δοκού σε συνάρτηση με την απόσταση x του ανθρώπου από το άκρο Α της δοκού.
- τη χρονική στιγμή που θα ανατραπεί η σανίδα.

Απ: α) 1.500N, 500N, β) 500N, 1.500N, γ) $F=1.500-250x$ (SI), δ) 12s

Σ Άσκηση 3.

Ένας δίσκος ακτίνας $R=0,1\text{m}$, που έχει κολλημένο στην περιφέρειά του ένα μικρό κομμάτι στόκου μάζας $m=10\text{g}$, περιστρέφεται γύρω από ακλόνητο άξονα, που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο δίσκο. Η γραφική παράσταση της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου ως προς το χρόνο, δίνεται στο διπλανό διάγραμμα.



Να υπολογίσετε:

α) την αλγεβρική τιμή της γωνιακής επιτάχυνσης του δίσκου τις χρονικές στιγμές $t_1=1,5\text{s}$ και $t_2=2,5\text{s}$.

β) τον αριθμό των περιστροφών που εκτέλεσε ο δίσκος από τη χρονική στιγμή $t_3=1\text{s}$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_4=3\text{s}$.

γ) το μήκος της τροχιάς που έχει διαγράψει ο στόκος στο χρονικό διάστημα από $t_3=1\text{s}$ μέχρι $t_4=3\text{s}$.

δ) το μέτρο της στροφορμής του στόκου ως προς τον άξονα περιστροφής του δίσκου τη χρονική στιγμή $t_4=3\text{s}$.

Απ: α) -2rad/s^2 , 0, β) $4,5/\pi$, γ) $0,9\text{m}$, δ) $4 \cdot 10^{-4}\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$

Σ Άσκηση 4.

Ένας δίσκος ακτίνας $R=0,1\text{m}$, που έχει κολλημένο στην περιφέρειά του ένα μικρό κομμάτι στόκου, μάζας $m=10\text{g}$, μπορεί να περιστρέφεται γύρω από ακλόνητο άξονα, που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο δίσκο. Η μέγιστη ελκτική δύναμη μεταξύ του δίσκου και του στόκου είναι $6,4\text{N}$. Αρχικά ο δίσκος είναι ακίνητος. Τη χρονική στιγμή $t_0=0\text{s}$ ασκείται στο δίσκο κατάλληλη δύναμη, με αποτέλεσμα ο δίσκος να αποκτήσει σταθερή γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $\alpha_{\text{γων}}=8\text{rad/s}^2$. Να υπολογίσετε:

α) το μέτρο της μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου από τη χρονική στιγμή $t_1=2\text{s}$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_2=6\text{s}$.

β) τη γωνιακή ταχύτητα που πρέπει να αποκτήσει ο δίσκος για να αποσπαστεί ο στόκος, από την περιφέρεια του δίσκου.

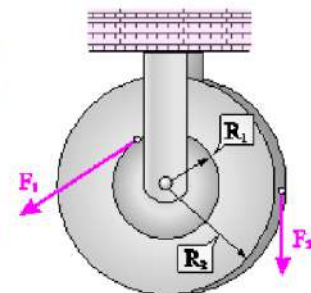
γ) τη στροφορμή του στόκου, τη στιγμή που αποσπάται.

δ) το μήκος της τροχιάς που διέγραψε ο στόκος μέχρι να αποσπαστεί.

Σ Άσκηση 5.

Απ: α) 32rad/s , β) 80rad/s , γ) $8 \cdot 10^{-3}\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$, δ) 40m

Η διπλή τροχαλία του σχήματος μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα που συμπίπτει με τον άξονα συμμετρίας της. Η τροχαλία έχει ακτίνες, $R_1=10\text{cm}$, $R_2=20\text{cm}$ και είναι αρχικά ακίνητη. Μέσω κατάλληλων αβαρών νημάτων ασκούνται στην τροχαλία οι δυνάμεις $F_1=60\text{N}$ και $F_2=40\text{N}$, αντίστοιχα, με σημεία εφαρμογής και κατευθύνσεις, όπως δείχνονται στο σχήμα. Η τροχαλία αποκτά γωνιακή επιτάχυνση ίση με $\alpha_{\text{γων}}=2\text{rad/s}^2$. Να υπολογίσετε:



α) τη συνολική ροπή που δέχεται η τροχαλία.

β) τη γωνιακή ταχύτητα της τροχαλίας τη χρονική στιγμή $t=4s$.

γ) το μήκος του νήματος που έχει τυλιχτεί ή ξετυλιχτεί σε κάθε τροχαλία, τη χρονική στιγμή $t=4s$.

δ) τη γωνία που διέγραψε η τροχαλία από τη χρονική στιγμή $t_1=2s$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_2=4s$.

Σ

Άσκηση 6.

Απ: α) $-2Nm$, β) $8rad/s$, γ) $1,6m$, $3,2m$, δ) $12rad$

Ένα ποδήλατο του οποίου οι τροχοί έχουν ακτίνα $R=0,2m$, κινείται στην κατεύθυνση από το νότο προς το βορρά με ταχύτητα $6m/s$. Ο ποδηλάτης φρενάρει και το σύστημα σταματά μετά από $3s$. Σε όλη τη διάρκεια της ομαλά επιβραδυνόμενης κίνησης οι τροχοί κυλίνουνται.

α) Να βρείτε πώς μεταβάλλεται η γωνιακή ταχύτητα των τροχών σε συνάρτηση με τον χρόνο και να τη σχεδιάσετε σε αριθμημένους άξονες.

β) Να σχεδιάσετε έναν τροχό με το επίπεδό του κάθετο στο επίπεδο της σελίδας και πάνω του να σχεδιάσετε το διάνυσμα της γωνιακής επιτάχυνσης, καθώς και το διάνυσμα της αρχικής γωνιακής ταχύτητας.

γ) Να γράψετε τη σχέση που συνδέει το μέτρο της στροφορμής ενός μικρού ανακλαστικού μάζας $10g$, που είναι στερεωμένο στην περιφέρεια ενός τροχού του, σε συνάρτηση με τον χρόνο και να τη σχεδιάσετε σε αριθμημένους άξονες.

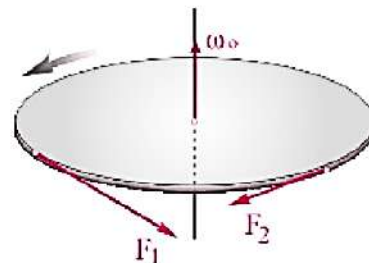
δ) Να βρείτε τον αριθμό των περιστροφών που έκανε το ανακλαστικό μέχρι να σταματήσει το ποδήλατο.

Σ

Άσκηση 7.

Απ: α) $\omega=30-10t$ (S.I.), γ) $L=4 \cdot 10^{-4}(30-10t)$ (S.I.), δ) $22,5/\pi$ στροφές

Ο οριζόντιος δίσκος του σχήματος στρέφεται χωρίς τριβές, γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα που συμπίπτει με τον άξονα συμμετρίας του, με αρχική γωνιακή ταχύτητα μέτρου $\omega_0=10rad/s$. Τη χρονική στιγμή $t=0s$ ασκούνται στο δίσκο δύο κατάλληλες δυνάμεις F_1 και F_2 , όπως δείχνεται στο σχήμα, με συνέπεια ο δίσκος να αποκτά σταθερή γωνιακή επιτάχυνση και τη χρονική στιγμή $t_1=5s$, που το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου είναι $\omega_1=30rad/s$, η F_1 καταργείται. Στη συνέχεια ο δίσκος εκτελεί ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση και τη χρονική στιγμή $t_2=20s$, σταματά να στρέφεται.



α) Να βρείτε τα μέτρα των γωνιακών επιταχύνσεων του δίσκου από τη χρονική στιγμή $t=0s$ μέχρι τη στιγμή $t_2=20s$, που θα σταματήσει.

β) Να σχεδιάσετε το διάγραμμα της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου σε συνάρτηση με το χρόνο από τη χρονική στιγμή $t=0s$ μέχρι τη στιγμή $t_2=20s$, σε αριθμημένους άξονες.

γ) Να υπολογίσετε τον αριθμό των περιστροφών του δίσκου από τη χρονική στιγμή $t=0s$ μέχρι τη στιγμή $t_2=20s$.

δ) Να υπολογίσετε το μέτρο της μέσης γωνιακής ταχύτητας του δίσκου, μέχρι τη στιγμή $t_2=20s$.

Απ: α) $4rad/s^2$, $2rad/s^2$, γ) $162,5/\pi$ στροφές, δ) $16,25rad/s$

Σ

Άσκηση 8.

Ένας ποδηλάτης, ενώ κινείται ευθύγραμμα σε οριζόντιο δρόμο με ταχύτητα $u_0 = 10 \text{ m/s}$, ξεκινά τη χρονική στιγμή $t=0$, να κάνει ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση $a=1 \text{ m/s}^2$. Κάθε τροχός του ποδηλάτου έχει ακτίνα $R=20 \text{ cm}$ και σε απόσταση $r=10 \text{ cm}$ από τον άξονα περιστροφής του φέρει στερεωμένο μικρό ανακλαστικό μάζας 10 g . Κάθε τροχός του ποδηλάτου κυλίεται.

Για τη χρονική στιγμή $t=10 \text{ s}$, να υπολογίσετε:

- τη μετατόπιση του ποδηλάτου και την ταχύτητα που αυτό θα αποκτήσει.
- το μέτρο και την κατεύθυνση της στροφορμής του ανακλαστικού ως προς τον άξονα περιστροφής του τροχού αν το ποδήλατο κινείται στην κατεύθυνση δύσης- ανατολής.
- το μέτρο της ταχύτητας του ανακλαστικού, αν βρίσκεται πάνω από την οριζόντια διάμετρο και η επιβατική ακτίνα του σχηματίζει γωνία 30° με την οριζόντια διάμετρο.
- Για το χρονικό διάστημα από 0 s έως 10 s , να σχεδιάσετε σε αριθμημένους άξονες τη γωνιακή ταχύτητα ενός τροχού σε σχέση με το χρόνο.

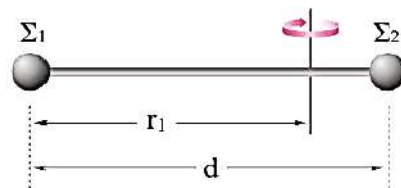
Δίνεται το $\sin 60^\circ = 1/2$.

Σ

Άσκηση 9.

Απ: α) 150 m , 20 m/s , β) $10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$, γ) $10\sqrt{7} \text{ m/s}$

Δύο σημειακές σφαίρες Σ_1 και Σ_2 με μάζες $m_1=0,1 \text{ kg}$ και $m_2=0,4 \text{ kg}$ αντίστοιχα, συνδέονται μεταξύ τους με αβαρή ράβδο, όπως δείχνεται στο σχήμα. Οι σφαίρες απέχουν μεταξύ τους $d=0,5 \text{ m}$. Το σύστημα μπορεί να στρέφεται σε οριζόντιο επίπεδο γύρω από κατακόρυφο άξονα ο οποίος απέχει $r_1=0,4 \text{ m}$ από τη σφαίρα Σ_1 . Το σύστημα στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα, όπως οι δείκτες του ρολογιού και η σφαίρα Σ_1 έχει στροφορμή $L_1=0,16 \text{ kgm}^2/\text{s}$. Να υπολογίσετε:



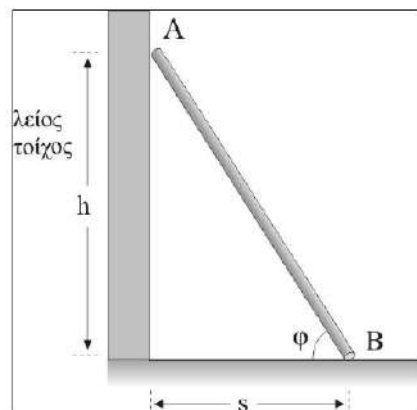
- τη γραμμική ταχύτητα της σφαίρας Σ_1 .
- τη γωνιακή ταχύτητα της σφαίρας Σ_1 .
- τη στροφορμή της σφαίρας Σ_2 και να τη σχεδιάσετε.
- τη συνολική στροφορμή του συστήματος.

Σ

Άσκηση 10.

Απ: α) 4 m/s , β) 10 rad/s , γ) $0,04 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$, δ) $0,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$

Μια ομογενής σκάλα AB βάρους $w=50 \text{ N}$ ισορροπεί στηριζόμενη σε λείο κατακόρυφο τοίχο, όπως στο σχήμα. Το πάνω άκρο, A , απέχει $h=1,6 \text{ m}$ από το δάπεδο και το κάτω άκρο, B , απέχει $s=1,2 \text{ m}$ από τον τοίχο. Ο συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ σκάλας και δαπέδου είναι $\mu_0=0,5$. Να υπολογίσετε:



- τη δύναμη που ασκείται στο άκρο A από τον κατακόρυφο τοίχο.
- τη στατική τριβή που αναπτύσσεται μεταξύ σκάλας και δαπέδου.

γ) το μέτρο της δύναμης που ασκεί το δάπεδο στη σκάλα.

δ) τη γωνία φ για την οποία η σκάλα μόλις που ισορροπεί και δεν ολισθαίνει.

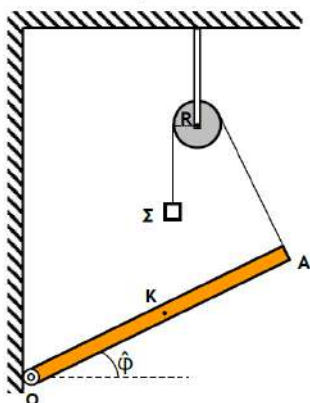
Δίνεται $\sqrt{18,25} = 4,272$.

Σ

Πρόβλημα 1.

Απ: α) 18,75N, β) 18,75N, γ) 53,4N, δ) 45°

Η λεπτή, ομογενής ράβδος ΟΑ του σχήματος έχει μήκος L , μάζα M και μπορεί να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο ακλόνητο άξονα (άρθρωση) που διέρχεται από το άκρο της Ο. Στο άλλο άκρο Α της ράβδου είναι δεμένο ένα αβαρές νήμα, στο άλλο άκρο του οποίου είναι αναρτημένο, μέσω τροχαλίας μάζας $m = 0,1\sqrt{5}$ kg και ακτίνας R , ένα σώμα Σ μάζας $m_1 = 0,1\sqrt{5}$ kg.



Το νήμα είναι κάθετο στη ράβδο ΟΑ στο άκρο της Α. Η ράβδος, το σώμα Σ και η τροχαλία ισορροπούν ακίνητα, με τη ράβδο να σχηματίζει γωνία $\varphi = 45^\circ$ με το οριζόντιο δάπεδο. Να βρείτε:

α) το μέτρο της τάσης T_1 του νήματος στο σημείο Α.

β) τη μάζα M της ράβδου.

γ) το μέτρο της δύναμης F που ασκείται στην τροχαλία από την άξονά της.

δ) το μέτρο της δύναμης F που ασκεί η άρθρωση στη ράβδο.

Δίνονται: $g = 10 \text{ m/s}^2$, $\sqrt{2} \approx 1,4$, $\sqrt{38,95} \approx 6,24$

Σ

Πρόβλημα 2.

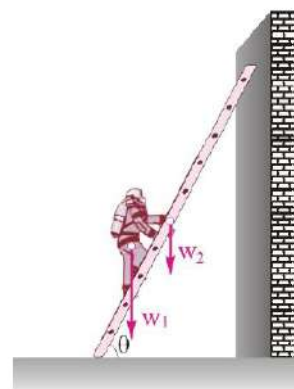
Απ: α) $\sqrt{5}$ N, β) $0,2\sqrt{10}$ kg, γ) 6,24N, δ) 5N

Ένας πυροσβέστης βάρους $w_1 = 800 \text{ N}$ ανεβαίνει σε μια σκάλα βάρους $w_2 = 400 \text{ N}$ και μήκους $\ell = 6 \text{ m}$, που είναι στηριγμένη στο λείο τοίχο ενός σπιτιού σχηματίζοντας γωνία θ με το έδαφος. Ο συντελεστής οριακής τριβής μεταξύ της σκάλας και του εδάφους είναι $\mu = 5/6$.

α) Να σχεδιάσετε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στη σκάλα και να υπολογίσετε την οριζόντια και την κατακόρυφη συνιστώσα που ασκεί το δάπεδο στη σκάλα, αν γνωρίζετε ότι η οριζόντια συνιστώσα έχει τη μέγιστη δυνατή τιμή.

β) Να βρείτε το μέγιστο μήκος x , πάνω στη σκάλα που μπορεί να ανέβει με ασφάλεια ο πυροσβέστης σε συνάρτηση με την εφθ, όπου θ η γωνία μεταξύ σκάλας και δαπέδου.

γ) Να βρείτε για ποια τιμή της γωνίας θ ο πυροσβέστης μπορεί να ανέβει με ασφάλεια όλη τη σκάλα.



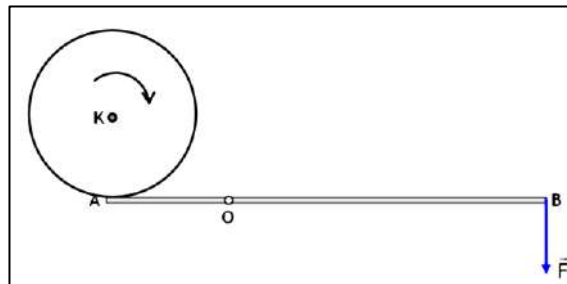
δ) Όταν ο πυροσβέστης βρίσκεται στο ανώτερο σημείο της σκάλας, με τη στατική τριβή στην οριακή της τιμή, να υπολογίσετε τις ροπές όλων των δυνάμεων που ασκούνται στη σκάλα, ως προς το σημείο Z που βρίσκεται στη βάση του τοίχου, να προσδιορίσετε την κατεύθυνσή τους και να υπολογίσετε τη συνισταμένη τους.

Σ

Πρόβλημα 3.

Απ: α) 1000N, β) $(7,5\epsilon\phi\theta-1,5)\text{m}$, γ) 45°

Ο τροχός του σχήματος έχει ακτίνα $R=0,1\text{m}$ και στρέφεται γύρω από οριζόντιο σταθερό άξονα που διέρχεται από το κέντρο του με γωνιακή ταχύτητα μέτρου 10rad/s . Η ράβδος AOB του σχήματος έχει μήκος $d=0,4\text{m}$, είναι αβαρής και μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο σταθερό άξονα που περνά από το σημείο O και είναι παράλληλος στον άξονα περιστροφής του τροχού. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ ασκείται στο άκρο B της ράβδου κατακόρυφη δύναμη μέτρου $F=400\text{N}$ με αποτέλεσμα η ράβδος να εφάπτεται στον τροχό στο άκρο της A. Η ράβδος ισορροπεί οριζόντια, ενώ ο τροχός, λόγω τριβών στο σημείο επαφής με τη ράβδο, κάνει ομαλά επιβραδυνόμενη στροφική κίνηση και τελικά σταματά τη χρονική στιγμή $t=20\text{s}$. Η τριβή ολίσθησης που ασκεί η ράβδος στον τροχό, όσο αυτός περιστρέφεται, έχει μέτρο $T_{ολ}=10\text{N}$ και ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του τροχού και της ράβδου είναι $\mu=0,1$.



Να βρείτε:

α) την απόσταση (AO).

β) τη γραμμική ταχύτητα ενός σημείου της περιφέρειας του τροχού σε συνάρτηση με τον χρόνο και να τη σχεδιάσετε σε αριθμημένους άξονες.

γ) τον αριθμό των περιστροφών του τροχού από τη χρονική στιγμή $t_1=10\text{s}$ μέχρι να σταματήσει.

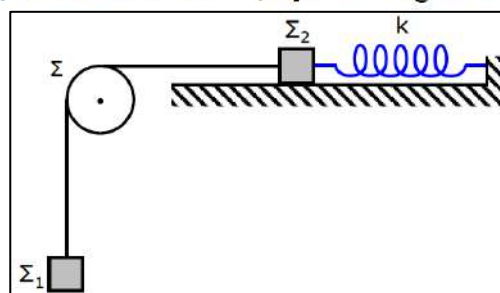
δ) τη χρονική στιγμή που το σημείο A έχει συνολική επιτάχυνση με μέτρο $a_A = \frac{\sqrt{5}}{20} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Σ

Πρόβλημα 4.

Απ: α) 0,32 m, β) $u_{vp}=1-0,05t$ (S.I.), γ) $12,5/\pi$ στροφές, δ) 18s

Η αβαρής τροχαλία Σ του σχήματος, ακτίνας $R=0,1\text{m}$, μπορεί να περιστρέφεται, χωρίς τριβές, γύρω από οριζόντιο ακλόνητο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της και είναι κάθετος στο επίπεδό της. Γύρω από την τροχαλία είναι τυλιγμένο πολλές φορές λεπτό αβαρές και μη εκτατό νήμα, το οποίο δεν ολισθαίνει πάνω στην τροχαλία. Στη μία άκρη του νήματος έχει αναρτηθεί το σώμα Σ_1 . Στην άλλη άκρη του νήματος έχει προσδεθεί το σώμα Σ_2 , το οποίο βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το σύστημα ισορροπεί ακίνητο με τη βοήθεια ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$, στο οποίο έχει προσδεθεί στο ένα άκρο του το σώμα Σ_2 , ενώ το άλλο άκρο του είναι στερεωμένο σε ακλόνητο στήριγμα. Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 έχουν μάζα $m=1\text{kg}$ το καθένα.



α) Να βρεθεί το μέτρο της δύναμης $F_{ελ}$ που ασκεί το ελατήριο στο σώμα Σ_2 , όταν το σύστημα ισορροπεί.

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ κόβουμε το νήμα στο σημείο που συνδέει το σώμα Σ_2 με την τροχαλία, με αποτέλεσμα η τροχαλία να ξεκινήσει να περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση 50 rad/s^2 και το σύστημα ελατήριο - σώμα Σ_2 να ξεκινήσει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

Να βρείτε:

β) πόσο έχει κατέβει το σώμα Σ_1 από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας της τροχαλίας γίνεται αριθμητικά ίσο με τη γωνιακή συχνότητα της απλής αρμονικής ταλάντωσης του συστήματος ελατήριο - σώμα Σ_2 .

γ) το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος $\Sigma_1 \frac{dK}{dt}$ τη χρονική στιγμή t_1 όπως αυτή καθορίζεται στο προηγούμενο ερώτημα.

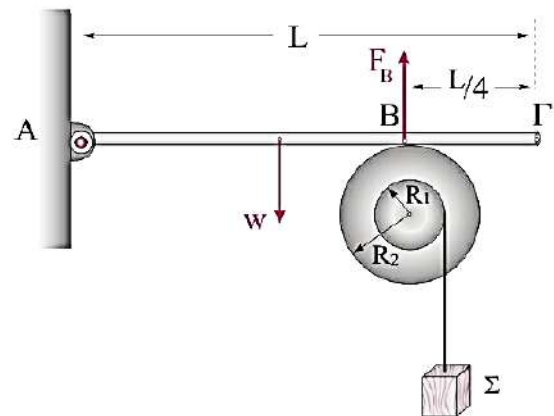
Σ

Πρόβλημα 5.

Απ: α) 10 N, β) 0,1m, γ) 5J/s

Μια άκαμπτη ομογενής ράβδος ΑΓ με μήκος L και μάζα $m_1 = 3 \text{ kg}$ έχει το άκρο της Α αρθρωμένο και ισορροπεί οριζόντια. Η ράβδος ΑΓ εφάπτεται στο σημείο Β με στερεό που αποτελείται από δύο ομοαξονικούς κυλίνδρους με ακτίνες $R_1 = 0,1 \text{ m}$ και $R_2 = 0,2 \text{ m}$, όπως δείχνεται στο σχήμα.

Η απόσταση του σημείου επαφής Β από το άκρο Γ της ράβδου είναι $L/4$. Το στερεό μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές, σαν ένα σώμα γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που περνάει από το κέντρο του και ο άξονας περιστροφής συμπίπτει με τον άξονα συμμετρίας των δύο κυλίνδρων. Γύρω από τον κύλινδρο ακτίνας R_1 είναι τυλιγμένο αβαρές και μη εκτατό νήμα στο άκρο του οποίου κρέμεται σώμα Σ μάζας $m_2 = 1 \text{ kg}$. Λόγω της αναπτυσσόμενης στατικής τριβής μεταξύ του στερεού και της ράβδου, το στερεό δεν περιστρέφεται και το όλο σύστημα βρίσκεται σε ισορροπία.



Α. α. Να υπολογίσετε την κατακόρυφη δύναμη F_B που δέχεται η ράβδος στο σημείο Β από το στερεό.

β. Να βρείτε το συντελεστή οριακής τριβής μεταξύ του στερεού και της ράβδου αν το στερεό είναι έτοιμο να “γλιστρήσει” σε σχέση με τη ράβδο.

Β. Στο άκρο Γ ασκούμε μια σταθερή κατακόρυφη δύναμη F_Γ μέτρου 9N, με φορά προς τα κάτω και αντικαθιστούμε το σώμα Σ με ένα άλλο Σ_1 , μάζας m_3 .

α. Να βρείτε τη μάζα m_3 , ώστε το στερεό να είναι και πάλι έτοιμο να “γλιστρήσει” σε σχέση με τη ράβδο.

β. Να βρείτε τη δύναμη που ασκείται στην άρθρωση.

Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Απ: Α)α) 20N, β) 0,25, Β)α) 1,6kg, β) 8N, εφθ=7/8

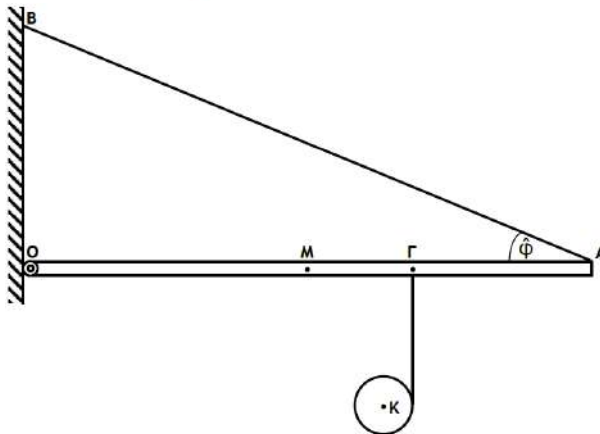
Σ

Πρόβλημα 6.

Η ομογενής ράβδος ΟΑ του σχήματος έχει μάζα $M=4\text{ kg}$ και μήκος $L=2\text{ m}$. Η ράβδος ισορροπεί σε οριζόντια θέση με τη βοήθεια άρθρωσης στο άκρο Ο και νήματος που είναι δεμένο στο άκρο Α και σχηματίζει γωνία 30° με τη ράβδο, όπως δείχνεται στο σχήμα. Από ένα σημείο Γ της ράβδου έχει δεθεί μέσω αβαρούς σκοινιού ένα γιο-γιο μάζας $m=12\text{ kg}$, ο κύλινδρος του οποίου έχει ακτίνα $R=0,1\text{ m}$. Το γιο-γιο ελευθερώνεται τη χρονική στιγμή $t=0$ και κατέρχεται με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση $\alpha_{\gamma\gamma} = \frac{200\text{ rad}}{3\text{ s}^2}$ διαγράφοντας κατακόρυφη τροχιά, χωρίς ποτέ το σκοινί να γλιστρά. Καθώς το γιο-γιο κατέρχεται το νήμα ΑΒ ασκεί στη ράβδο δύναμη μέτρου $T=100\text{ N}$. Να βρείτε:

- το μέτρο της δύναμης που ασκεί το νήμα στο γιογιό.
- τη μεταφορική ταχύτητα του γιο-γιο όταν έχει εκτελέσει $150/\pi$ περιστροφές.
- την απόσταση (ΟΓ).
- τη δύναμη $\vec{F}$ που ασκεί η άρθρωση στη ράβδο (μέτρο και διεύθυνση ως προς τον οριζόντιο άξονα).

Δίνονται: $g=10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

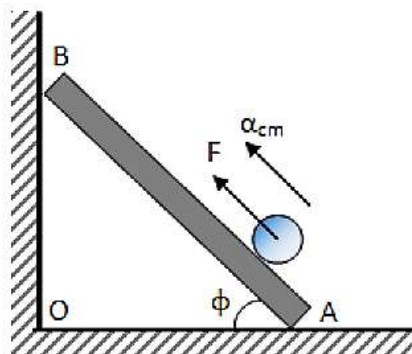


Σ

Πρόβλημα 7.

Απ: α) 40N, β) 20m/s, γ) 1,5m, δ) $20\sqrt{21}\text{ N}$, $\epsilon\phi\theta = \sqrt{3}/5$

Η λεπτή ομογενής δοκός ΑΒ του σχήματος μήκους $L=7,5\sqrt{2}\text{ m}$ και μάζας $M=20\text{ kg}$ ακουμπά σε λείο κατακόρυφο τοίχο ΟΒ και ισορροπεί σχηματίζοντας γωνία $\hat{\phi}=45^\circ$ με το οριζόντιο δάπεδο. Ένας ομογενής, λεπτός δίσκος μάζας $m=1\text{ kg}$ και ακτίνας R κυλίζει (χωρίς να ολισθαίνει) κατά μήκος της δοκού προς το άκρο Β, με σταθερή επιτάχυνση $\alpha_{cm}=10\sqrt{2}\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, υπό την επίδραση δύναμης μέτρου $F=20\sqrt{2}\text{ N}$, παράλληλης στη δοκό, όπως δείχνεται στο σχήμα.



Να βρείτε:

α) το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας v_{cm} του δίσκου τη στιγμή που φτάνει στο ανώτερο σημείο Β της δοκού, αν ο δίσκος ξεκίνησε να κινείται από τη βάση Α χωρίς ταχύτητα.

β) το μέτρο και τη διεύθυνση της δύναμης $\vec{A}$ που ασκεί ο δίσκος στη δοκό.

γ) τον ελάχιστο συντελεστή οριακής στατικής τριβής μεταξύ δοκού και δαπέδου ώστε ο δίσκος να φτάσει στο άκρο Β της δοκού, χωρίς η δοκός να ολισθήσει στο δάπεδο.

δ) την ταχύτητα του σημείου της περιφέρειας Δ του δίσκου, που βρίσκεται στο μεγαλύτερο ύψος από το οριζόντιο δάπεδο, τη χρονική στιγμή $t=1s$.

Δίνονται: $g = 10 \frac{m}{s^2}$, $\sqrt{4+2\sqrt{2}} \approx 2,613$

Σ

Πρόβλημα 8.

Απ: α) $10\sqrt{3} \text{ m/s}$, β) $10N, 45^\circ$, γ) $0,5$, δ) $\approx 26,13 \text{ m/s}$

Η ομογενής σανίδα του σχήματος έχει μήκος $L=1m$, βάρος $w_1=10N$ και συνδέεται με άρθρωση με τον κατακόρυφο τοίχο στο σημείο Δ. Η σανίδα, με τη βοήθεια κατακόρυφου νήματος που είναι δεμένο στην άκρη της, συγκρατείται σε θέση που σχηματίζει γωνία φ με τον τοίχο, με $\eta\mu\varphi=0,6$, $\sigma\upsilon\nu\varphi=0,8$.

Πάνω στη σανίδα και σε απόσταση $L_1=0,2m$ από την άρθρωση, ισορροπεί ακίνητο ένα σώμα, αμελητέων διαστάσεων, βάρους $w_2=10N$, όπως δείχνεται στο σχήμα.

Να υπολογίσετε:

α) τη στατική τριβή που δέχεται το σώμα από τη σανίδα και τη δύναμη που ασκείται στη σανίδα από το σώμα.

β) την τάση του νήματος και τη δύναμη από την άρθρωση στη σανίδα.

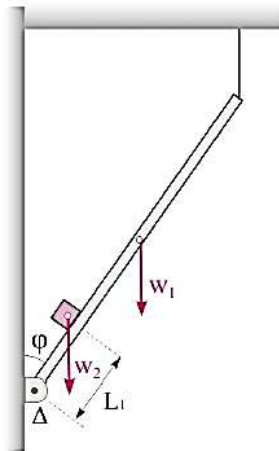
Τη χρονική στιγμή $t=0$ εκτοξεύουμε το σώμα από τη θέση που βρίσκεται προς την κορυφή της σανίδας, με αρχική ταχύτητα $u_0=5m/s$. Τη χρονική στιγμή που το σώμα φτάνει στο ανώτερο σημείο της σανίδας, το νήμα σπάει. Το σώμα χάνει την επαφή με τη σανίδα και εκτοξεύεται.

Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος και της σανίδας είναι $\mu=1/3$.

Να υπολογίσετε:

γ) τη χρονική στιγμή που θα κοπεί το νήμα.

δ) το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος όταν διέρχεται από το οριζόντιο επίπεδο στο οποίο βρίσκεται το αρχικό σημείο εκτόξευσης.



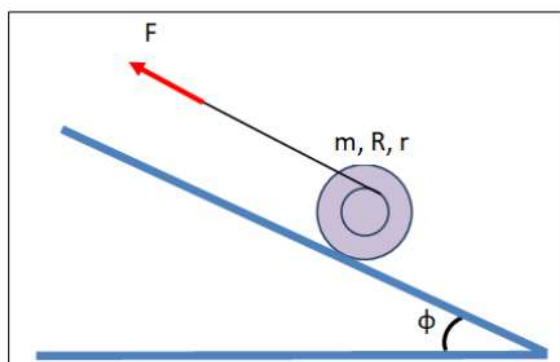
Δίνεται: $g=10 \text{ m/s}^2$, $\sqrt{1856}=43,08$

Σ

Πρόβλημα 9.

Απ: α) $8N$, β) $7N, 13N$ γ) $0,2s$, δ) $43,08J/s$

Στο σχήμα δείχνεται μια διπλή τροχαλία, καρούλι, μάζας $m=1kg$, εξωτερικής ακτίνας $R=0,1m$, και εσωτερικής $r=R/2$, στην οποία έχουμε τυλίξει αβαρές και μη εκτατό νήμα μεγάλου μήκους. Το καρούλι είναι τοποθετημένο πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης φ , με $\eta\mu\varphi=0,6$ και $\sigma\upsilon\nu\varphi=0,8$.



Ασκούμε στο ελεύθερο άκρο του νήματος δύναμη σταθερού μέτρου F , που ο φορέας της είναι παράλληλος με το κεκλιμένο επίπεδο και ταυτόχρονα δίνουμε στο καρούλι αρχική ταχύτητα $u_{cm} = \sqrt{10} \frac{m}{s}$ με αποτέλεσμα αυτό να ανέρχεται με σταθερή ταχύτητα στο κεκλιμένο επίπεδο, κυλιόμενο (χωρίς να ολισθαίνει).

Να υπολογίσετε:

α) το μέτρο της δύναμης F .

β) τον αριθμό των περιστροφών που έχει εκτελέσει η τροχαλία, καθώς και το μήκος του νήματος που έχει ξετυλιχθεί, σε χρονικό διάστημα $\Delta t = \sqrt{1,6} s$.

γ) το μέτρο της ταχύτητας ενός σημείου της περιφέρειας της τροχαλίας που κάποια χρονική στιγμή βρίσκεται πάνω στην οριζόντια διάμετρό της και είναι πλησιέστερο στο κεκλιμένο επίπεδο.

δ) τον ελάχιστο συντελεστή οριακής τριβής μεταξύ τροχαλίας και κεκλιμένου επιπέδου, ώστε η τροχαλία να ανέρχεται, ενώ κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο.

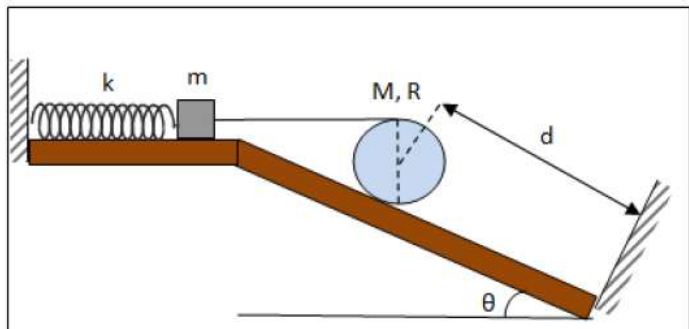
Δίνεται $g = 10 \frac{m}{s^2}$.

Σ

Πρόβλημα 10.

Απ: α) 4N, β) $12,5/\pi$ στροφές, 2m, γ) $2\sqrt{2} m/s$, δ) 0,25

Ο ομογενής δίσκος του διπλανού σχήματος μάζας $M=3kg$ και ακτίνας $R=10cm$ ισορροπεί σε κεκλιμένο επίπεδο, γωνίας θ , με $\eta\mu\theta=0,6$ και $\sigma\upsilon\nu\theta=0,8$ με τη βοήθεια οριζόντιου νήματος, το οποίο είναι δεμένο σε σώμα μάζας $m=1kg$. Το σώμα μάζας m βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και είναι δεμένο στο άκρο ελατηρίου σταθεράς $k=100N/m$, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το κέντρο μάζας του δίσκου απέχει από τον πλάγιο τοίχο απόσταση $d=1,9m$.



Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ κόβεται το νήμα και ο δίσκος κυλιόμενος με ομαλά επιταχυνόμενη στροφική κίνηση, κατέρχεται το πλάγιο επίπεδο και κτυπά στον τοίχο τη στιγμή που το σώμα μάζας m σταματά στιγμιαία για 3^η φορά. Να υπολογίσετε:

α) τον ελάχιστο συντελεστή στατικής τριβής, έτσι ώστε ο δίσκος να μην ολισθαίνει, πριν το κόψιμο του νήματος.

β) την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του δίσκου καθώς κατέρχεται.

γ) την εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος μάζας m σε συνάρτηση με τον χρόνο, λαμβάνοντας ως θετική φορά προς τα δεξιά.

δ) τις περιστροφές που έχει κάνει ο δίσκος μέχρι τη χρονική στιγμή που η κινητική ενέργεια του σώματος μάζας m είναι τριπλάσια από τη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης για $2^{\text{η}}$ φορά.

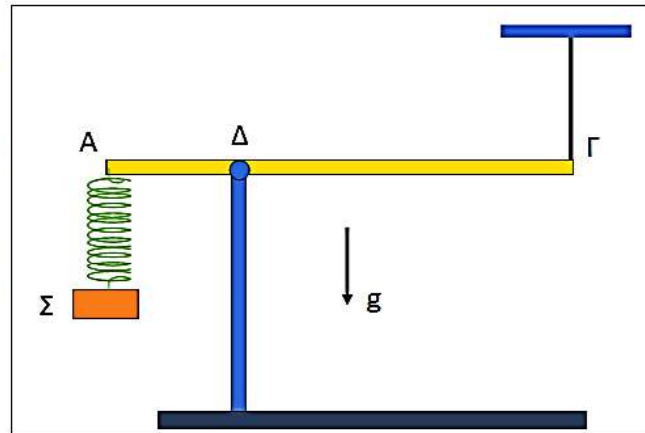
Δίνονται $\pi^2=10$ και $g=10\text{m/s}^2$.

Σ

Πρόβλημα 11.

Απ: α) $1/3$, β) 4m/s^2 , γ) $x=0,1\eta\mu(10t+\pi/2)$ (S.I.), δ) $4/9\pi$ στροφές

Ομογενής λεπτή δοκός ΑΓ, με μάζα $M=2\text{kg}$ και μήκος L ισορροπεί σε οριζόντια θέση, με το άκρο της Γ να είναι δεμένο στο ένα άκρο αβαρούς και μη εκτατού κατακόρυφου νήματος, που το άλλο άκρο του είναι ακλόνητα στερεωμένο σε οριζόντια οροφή, όπως δείχνεται στο σχήμα. Η δοκός είναι αρθρωμένη σε ένα σημείο της Δ, με $AD=0,2\text{m}$, στο πάνω μέρος κατακόρυφου υποστηρίγματος.



Στο άκρο Α της δοκού είναι στερεωμένο ιδανικό ελατήριο σταθεράς $k=200\text{N/m}$, που είναι κατακόρυφο και που στο άλλο άκρο του ισορροπεί σώμα Σ μικρών διαστάσεων, μάζας m_1 . Στην παραπάνω οριζόντια θέση το μέτρο της δύναμης που δέχεται η δοκός από το νήμα είναι $F=5\text{N}$.

Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ προσφέρουμε στο σώμα Σ ενέργεια E , δίνοντάς του αρχική ταχύτητα προς το σημείο Α, με αποτέλεσμα να εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση. Η περίοδος της απλής αρμονικής ταλάντωσης είναι $T=\pi/10\text{s}$ και στη διάρκειά της, ενώ η δοκός ισορροπεί σε οριζόντια θέση, το νήμα δεν χαλαρώνει οριακά. Δίνεται $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Να υπολογιστούν:

α) το μήκος L της δοκού.

β) η ενέργεια E που προσφέραμε στο σώμα.

γ) η εξίσωση της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ, συναρτήσει του χρόνου, θεωρώντας θετικές τις απομακρύνσεις προς το Α.

δ) το μέτρο της δύναμης που δέχεται η δοκός από το νήμα, όταν ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης του σώματος Σ μηδενιστεί για πρώτη φορά από την έναρξη της ταλάντωσής του.

Απ: α) $0,8\text{m}$, β) $9/16\text{J}$, γ) $K=9/16\sigma\upsilon\nu^220t$ (S.I.), δ) 10N

Ταλαντώσεις

T Ερώτηση 1.

Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους A . Η ελάχιστη χρονική διάρκεια για τη μετάβαση του σώματος από τη θέση $x=0$ στη θέση $x=+\frac{A}{2}$ είναι t_A . Η ελάχιστη χρονική διάρκεια t_B για τη μετάβαση του σώματος από τη θέση $x=+\frac{A}{2}$ στη θετική ακραία θέση $x=+A$ της ταλάντωσης είναι

- α) μικρότερη από t_A .
- β) ίση με t_A .
- γ) μεγαλύτερη από t_A .

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

T Ερώτηση 2.

Ένα σώμα μάζας m είναι δεμένο στην ελεύθερη άκρη κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k και ηρεμεί στη θέση ισορροπίας. Απομακρύνουμε το σώμα προς τα κάτω κατά A και το αφήνουμε ελεύθερο. Το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Αντικαθιστούμε το ελατήριο με άλλο, σταθεράς $2k$, χωρίς να αλλάξουμε το αναρτημένο σώμα. Απομακρύνουμε το σώμα προς τα κάτω από τη νέα θέση ισορροπίας κατά A και το αφήνουμε ελεύθερο. Το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Ο λόγος $\frac{a_{\max,1}}{a_{\max,2}}$ των μέτρων των μεγίστων επιταχύνσεων των δύο ταλαντώσεων είναι ίσος με

- α) 2.
- β) 1.
- γ) $\frac{1}{2}$.

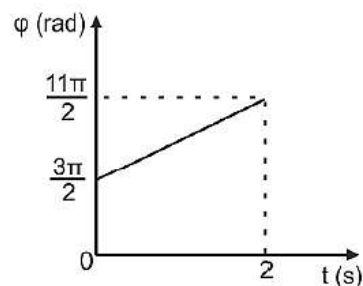
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

T Ερώτηση 3.

Η φάση μιας απλής αρμονικής ταλάντωσης μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο διάγραμμα:

Η περίοδος της ταλάντωσης είναι ίση με

- α) 1 s.
- β) 2 s.
- γ) 2π s.



Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

T Ερώτηση 4.

Ένα σώμα μάζας m είναι δεμένο στην ελεύθερη άκρη κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k και ηρεμεί στη θέση ισορροπίας. Απομακρύνουμε το σώμα προς τα πάνω μέχρι να φτάσει στη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου και το αφήνουμε ελεύθερο. Το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους A . Το μέτρο της μέγιστης δύναμης που δέχεται το σώμα από το ελατήριο κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης είναι ίσο με

- α) Μηδέν.
- β) $k \cdot A$.
- γ) $2k \cdot A$.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

T Ερώτηση 5.

Να αποδείξετε ότι σε μια απλή αρμονική ταλάντωση η απομάκρυνση x του σώματος από τη θέση ισορροπίας, το πλάτος A της ταλάντωσης, η ταχύτητα $υ$ του σώματος στην απομάκρυνση x και η μέγιστη ταχύτητα $υ_{\max}$ της ταλάντωσης, συνδέονται με τη σχέση

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{υ^2}{υ_{\max}^2} = 1.$$

T Ερώτηση 6.

Ένα μικρό σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση έχοντας ενέργεια ταλάντωσης 20 J . Κάποια στιγμή, που το σώμα βρίσκεται σε ακραία θέση της ταλάντωσης, του ασκούμε στιγμιαία δύναμη με αποτέλεσμα το διπλασιασμό του πλάτους ταλάντωσης. Το έργο που προσφέραμε στο ταλαντούμενο σύστημα μέσω αυτής της στιγμιαίας δύναμης, για το διπλασιασμό του πλάτους ταλάντωσης, είναι ίσο με

- α) 20 J . β) 60 J . γ) 80 J .

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

T Ερώτηση 7.

Για ένα σύστημα που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, να γράψετε τη σχέση που δίνει τη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης σε σχέση με την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας. Να αποδείξετε τη σχέση που γράψατε.

T Ερώτηση 8.

Το πλάτος A μιας φθίνουσας ταλάντωσης μεταβάλλεται με το χρόνο t σύμφωνα με τη σχέση $A = A_0 e^{-\Lambda t}$, όπου A_0 το αρχικό πλάτος και Λ μια θετική σταθερά. Ο απαιτούμενος χρόνος μέχρι το πλάτος της ταλάντωσης να γίνει $\frac{A_0}{2}$ είναι

- α) $\frac{\ln 2}{2\Lambda}$. β) $\frac{\ln 2}{\Lambda}$. γ) $\frac{2 \ln 2}{\Lambda}$.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

T Ερώτηση 9.

Σε μια φθίνουσα ταλάντωση όταν το πλάτος της ταλάντωσης είναι A η ενέργεια της ταλάντωσης είναι E . Όταν η ενέργεια της ταλάντωσης γίνει $\frac{E}{2}$, το πλάτος της ταλάντωσης θα είναι

- α) $\frac{A}{4}$. β) $\frac{A}{2}$. γ) $\frac{A\sqrt{2}}{2}$.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

T Ερώτηση 10.

Ένα μηχανικό σύστημα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση. Κάποια στιγμή, το πλάτος της ταλάντωσης είναι A και η ενέργεια της ταλάντωσης είναι E . Όταν το πλάτος της ταλάντωσης μειωθεί κατά 50% , η ενέργεια που έχει απομείνει στο σύστημα είναι

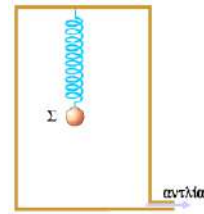
- α) $0,75E$. β) $0,5E$. γ) $0,25E$.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

T Ερώτηση 11.

Η σφαίρα Σ είναι αναρτημένη σε ιδανικό ελατήριο και εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση στο εσωτερικό του δοχείου. Με τη χρήση μιας αεραντλίας μειώνουμε πολύ αργά την πίεση του αέρα στο δοχείο. Από τη στιγμή που σταματά η λειτουργία της αεραντλίας, το πλάτος της ταλάντωσης της σφαίρας Σ σε σχέση με το χρόνο

- α) αυξάνεται.
 β) παραμένει σταθερό.
 γ) μειώνεται.



Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

T

Ερώτηση 12.

Ένα σώμα μάζας m είναι κρεμασμένο από ελατήριο σταθεράς k και εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση πλάτους A_1 και συχνότητας f_1 , μικρότερης από την ιδιοσυχνότητα f_0 του συστήματος. Για να γίνει το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης μεγαλύτερο του A_1 , πρέπει η συχνότητα f του διεγέρτη

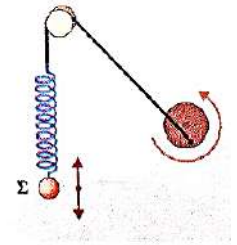
- α) να αυξηθεί και να πλησιάσει την τιμή f_0 .
 β) να μειωθεί.
 γ) να αυξηθεί και να ξεπεράσει κατά πολύ την τιμή f_0 .

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

T

Ερώτηση 13.

Το σώμα μάζας m του σχήματος εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση μέσα σε δοχείο που περιέχει αέρα υπό πίεση, από τον οποίο δέχεται δύναμη της μορφής $F' = -bv$ με $b = \text{σταθ.}$ Αν αυξηθεί η πίεση του αέρα στο δοχείο, με αποτέλεσμα να υπάρξει μια μικρή αύξηση της σταθεράς b , το σώμα θα εκτελέσει:



- α) φθίνουσα ταλάντωση.
 β) αμείωτη ταλάντωση μικρότερου πλάτους.
 γ) απεριοδική κίνηση.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

T

Ερώτηση 14.

Ένα μηχανικό σύστημα εκτελεί φθίνουσες ταλαντώσεις, των οποίων το πλάτος σε σχέση με το χρόνο μειώνεται σύμφωνα με τη σχέση:

$$A = A_0 e^{-\Delta t}$$

Μετά από χρονικό διάστημα Δt το ποσοστό ελάττωσης της μηχανικής ενέργειας του συστήματος είναι 84%. Στο ίδιο χρονικό διάστημα, το ποσοστό ελάττωσης του πλάτους είναι

- α. 60%. β. 84%. γ. 90%.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

T

Ερώτηση 15.

Δύο απλοί αρμονικοί ταλαντωτές Α και Β με σταθερές επαναφοράς D_A και D_B αντίστοιχα, με $D_A > D_B$, εκτελούν αμείωτες αρμονικές ταλαντώσεις και έχουν την ίδια μέγιστη κινητική ενέργεια. Ο μέγιστος ρυθμός μεταβολής της ορμής είναι

- α. μεγαλύτερος στον ταλαντωτή Α.
 β. μεγαλύτερος στον ταλαντωτή Β.
 γ. ίσος και στους δύο ταλαντωτές.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

T
Ερώτηση 16.

Ένα σώμα ξεκινά να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση τη χρονική στιγμή $t=0$ από τη θέση $x = +A$. Η φάση της ταλάντωσης όταν το σώμα εκτελέσει μια πλήρη ταλάντωση είναι

- α. $\varphi = \frac{3\pi}{2} \text{ rad.}$ β. $\varphi = \frac{5\pi}{2} \text{ rad.}$ γ. $\varphi = \frac{7\pi}{2} \text{ rad.}$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

T
Ερώτηση 17.

Ένα σώμα ξεκινά να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση τη χρονική στιγμή $t=0$, σύμφωνα με τη σχέση $x=A\eta\mu(\omega t+\varphi_0)$. Τη χρονική στιγμή $t = \frac{T}{2}$ ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του γίνεται μέγιστος για πρώτη φορά. Η αρχική φάση φ_0 της ταλάντωσης είναι

- α. $\varphi_0 = \frac{\pi}{2} \text{ rad.}$ β. $\varphi_0 = \pi \text{ rad.}$ γ. $\varphi_0 = 0 \text{ rad.}$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

T
Ερώτηση 18.

Τα δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 έχουν μάζες m και $2m$ αντίστοιχα, είναι δεμένα στα άκρα δύο ελατηρίων με σταθερές k και $\frac{k}{2}$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Τα δύο σώματα εκτελούν απλές αρμονικές ταλαντώσεις με ίσες μέγιστες επιταχύνσεις. Για τις ολικές ενέργειες των ταλαντώσεων E_1 και E_2 ισχύει

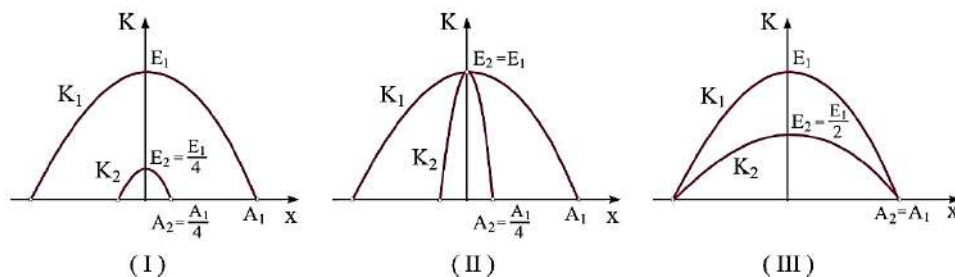
- α. $E_2 = E_1$
β. $E_2 = 4 E_1$
γ. $E_2 = 8 E_1$



Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

T
Ερώτηση 19.

Ένα σώμα μάζας m είναι δεμένο και ισορροπεί στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k_1 του οποίου το πάνω άκρο είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Απομακρύνουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα πάνω μέχρι τη θέση του φυσικού μήκους του ελατηρίου και το αφήνουμε ελεύθερο να κάνει ταλάντωση. Επαναλαμβάνουμε το ίδιο πείραμα με ένα άλλο ελατήριο σταθεράς $k_2 = 4k_1$. Οι γραφικές παραστάσεις των κινητικών ενεργειών των δύο ταλαντώσεων σε συνάρτηση με την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας, φαίνονται στο διάγραμμα του σχήματος



- α. (I) β. (II) γ. (III)

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

T
Ερώτηση 20.

Το πλάτος μιας φθίνουσας ταλάντωσης δίνεται από τη σχέση $A = A_0 e^{-\lambda t}$. Αν με A_0 , A_1 , A_2 , A_3 , A_4 συμβολίσουμε διαδοχικά πλάτη της ταλάντωσης προς την ίδια κατεύθυνση, τότε ισχύει η σχέση

α. $\frac{A_0}{A_2} = \frac{A_2}{A_4}$. β. $\frac{A_0}{A_1} = \frac{A_1}{A_3}$. γ. $\frac{A_3}{A_4} = \frac{A_2}{A_1}$.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

T
Ερώτηση 21.

Ένα σώμα μάζας m είναι προσδεμένο σε ελατήριο σταθεράς k και εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση. Η συχνότητα του διεγέρτη είναι $f = f_0$, όπου f_0 η ιδιοσυχνότητα του συστήματος. Αντικαθιστούμε τη μάζα m του σώματος με άλλη εννιαπλάσια και διατηρούμε τη συχνότητα του διεγέρτη σταθερή. Η παραπάνω μεταβολή προκαλεί

α. τριπλασιασμό της ιδιοσυχνότητας και αύξηση του πλάτους ταλάντωσης του συστήματος.

β. υποτριπλασιασμό της ιδιοσυχνότητας και μείωση του πλάτους ταλάντωσης του συστήματος.

γ. μόνο μείωση του πλάτους της ταλάντωσης του συστήματος.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

T
Ερώτηση 22.

Ένα ιδανικό κατακόρυφο ελατήριο είναι στερεωμένο με το κάτω άκρο του σε οριζόντιο δάπεδο, ενώ στο πάνω άκρο του υπάρχει στερεωμένο σώμα μάζας m_1 . Συσπειρώνουμε επιπλέον το ελατήριο απομακρύνοντας το σώμα από τη θέση ισορροπίας του κατά d και το αφήνουμε ελεύθερο, οπότε αυτό εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση έχοντας ενέργεια ταλάντωσης E_1 και συχνότητα f_1 .

Στη συνέχεια επαναλαμβάνουμε την ίδια ακριβώς διαδικασία αντικαθιστώντας μόνο το σώμα με ένα άλλο τετραπλάσιας μάζας ($m_2 = 4m_1$). Η νέα ενέργεια ταλάντωσης E_2 και η νέα συχνότητα f_2 είναι αντίστοιχα

α. $E_2 = E_1$ και $f_2 = f_1$.

β. $E_2 = 2E_1$ και $f_2 = f_1$.

γ. $E_2 = E_1$ και $f_2 = f_1/2$.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

T
Ερώτηση 23.

Ένα σύστημα ξεκινά φθίνουσες ταλαντώσεις με αρχική ενέργεια 100J και αρχικό πλάτος A_0 . Το έργο της δύναμης αντίστασης μετά από N ταλαντώσεις είναι -75J . Άρα το πλάτος ταλάντωσης μετά από N ταλαντώσεις είναι:

α. $A_0/2$.

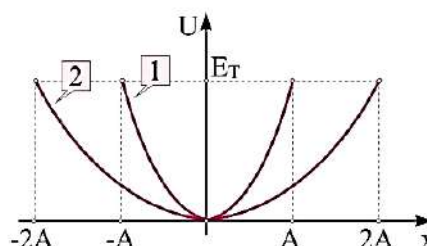
β. $A_0/16$.

γ. $A_0/5$.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

T
Ερώτηση 24.

Στο διπλανό σχήμα φαίνονται τα διαγράμματα της δυναμικής ενέργειας σε συνάρτηση με την απομάκρυνση, $U = f(x)$, για δύο συστήματα μάζας – ελατηρίου που εκτελούν α.α.τ. Αν γνωρίζουμε ότι οι μάζες συνδέονται με τη σχέση $m_1 = m_2$, ο λόγος των περιόδων ταλάντωσης $\frac{T_1}{T_2}$ είναι ίσος με



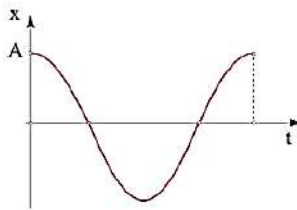
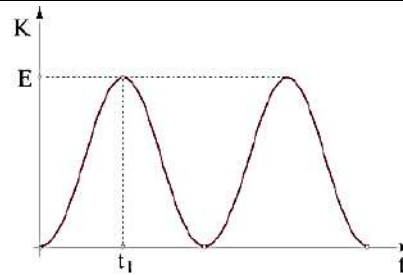
α. 2. β. 1/2. γ. 1/4.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

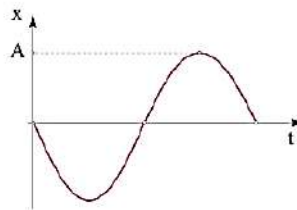
T

Ερώτηση 25.

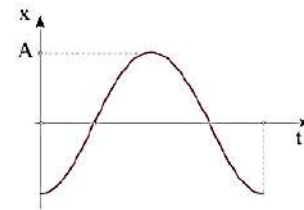
Η γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας ενός απλού αρμονικού ταλαντωτή σε συνάρτηση με το χρόνο φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Αν τη χρονική στιγμή t_1 η ταχύτητα του σώματος έχει θετικό πρόσημο, η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο είναι η



(α)



(β)



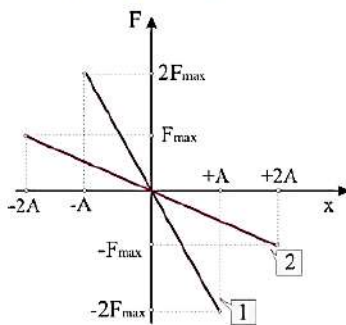
(γ)

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

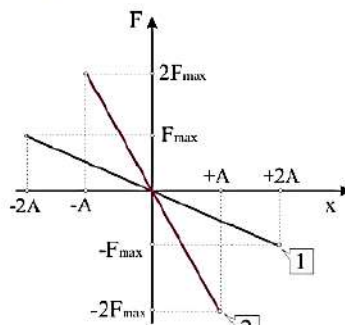
T

Ερώτηση 26.

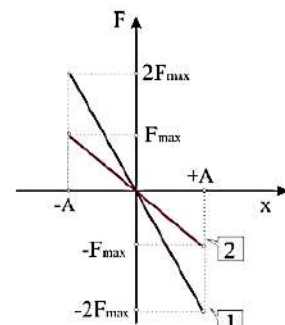
Δύο αρμονικοί ταλαντωτές (1) και (2) με σταθερές επαναφοράς D_1 και D_2 αντίστοιχα, έχουν σώματα των οποίων οι μάζες m_1 και m_2 συνδέονται με τη σχέση $m_1 = 4m_2$. Οι δύο ταλαντωτές έχουν τις ίδιες ενέργειες ταλάντωσης E και τις ίδιες περιόδους T . Το σχήμα που δείχνει τα διαγράμματα των δυνάμεων επαναφοράς τους F σε συνάρτηση με την απομάκρυνση x , $F = f(x)$, είναι το



(α)



(β)



(γ)

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

T

Ερώτηση 27.

Η κινητική ενέργεια ενός σώματος που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση μειώνεται και η αλγεβρική τιμή της επιτάχυνσης αυξάνεται. Άρα η ταχύτητα

α. και η επιτάχυνση έχουν την ίδια κατεύθυνση.

β. είναι αρνητική και το μέτρο της μειώνεται.

γ. είναι θετική και το μέτρο της μειώνεται.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

T

Ερώτηση 28.

Στο σχήμα το σώμα μάζας m_1 ισορροπεί χαμηλότερα κατά h από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου. Από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου αφήνουμε σώμα ίσης μάζας ($m_2 = m_1 = m$) να κάνει ελεύθερη πτώση στην κατακόρυφο που διέρχεται από τον