

Homework by

νέο φροντιστήριο

Κέντρο μελέτης για μαθητές Δημοτικού & Γυμνασίου



νέο φροντιστήριο

Το βιβλίο αυτό απευθύνεται στους μαθητές της Α Γυμνασίου και είναι γραμμένο σύμφωνα με τις οδηγίες του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου.

Αποτελεί μια καινοτόμο ιδέα του ομίλου Φροντιστηρίων ΝΕΟ για τη διδασκαλία του μαθήματος των μαθηματικών με την παράθεση συμπληρωματικών ασκήσεων για την κατανόηση και την εμπέδωση της ύλης.

Ζαφείρης Βασίλης

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΜΕΡΟΣ Α ΑΛΓΕΒΡΑ

Σελ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο Οι Φυσικοί αριθμοί

1.1 Οι Φυσικοί αριθμοί – Διάταξη Φυσικών - Στρογγυλοποίηση.....	7
1.2 Πρόσθεση , αφαίρεση και πολλαπλασιασμός φυσικών αριθμών.....	9
1.3 Δυνάμεις Φυσικών αριθμών	11
1.4 Ευκλείδεια διαίρεση – Διαιρετότητα	13
1.5 Χαρακτήρες διαιρετότητας – Ε.Κ.Π-Μ.Κ.Δ. – Ανάλυση αριθμού σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.....	16

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο Τα κλάσματα

2.1. Η έννοια του κλάσματος.....	23
2.2. Ισοδύναμα κλάσματα.....	26
2.3. Σύγκριση κλασμάτων.....	29
2.4. Πρόσθεση και αφαίρεση κλασμάτων.....	31
2.5. Πολλαπλασιασμός κλασμάτων	35
2.6. Διαίρεση κλασμάτων.....	39

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο Δεκαδικοί αριθμοί

3.1. Δεκαδικά κλάσματα-Δεκαδικοί αριθμοί – διάταξη δεκαδικών αριθμών - στρογγυλοποίηση	42
3.5. Μονάδες μέτρησης.....	44

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^ο Εξισώσεις και προβλήματα

4.1. Η έννοια της εξίσωσης- Μορφές εξισώσεων	50
4.3. Παραδείγματα επίλυσης προβλημάτων.....	55

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο Ποσοστά

5.1. Ποσοστά.....	59
5.2. Προβλήματα με ποσοστά.....	63

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7^ο Θετικοί και αρνητικοί αριθμοί

7.1. Θετικοί και αρνητικοί αριθμοί (Ρητοί αριθμοί) – Η ευθεία των ρητών αριθμών – Τετμημένη σημείου.....	66
7.2. Απόλυτη τιμή ρητού – Αντίθετοι ρητοί – Σύγκριση ρητών.....	68
7.3. Πρόσθεση ρητών αριθμών.....	71
7.4. Αφαίρεση ρητών αριθμών.....	73
7.5. Πολλαπλασιασμός ρητών αριθμών.....	76
7.6. Διαίρεση ρητών αριθμών	80

ΜΕΡΟΣ Β΄ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ – ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο Βασικές γεωμετρικές έννοιες

1.1 Σημείο – Ευθύγραμμο τμήμα – Ευθεία – Ημιευθεία –Επίπεδο – Ημιεπίπεδο.....	83
1.2 Γωνία – Γραμμή – Επίπεδα σχήματα- Ευθύγραμμα σχήματα –Ίσα σχήματα	85

1.3	Μέτρηση σύγκριση και ισότητα ευθύγραμμων τμημάτων – Απόσταση σημείων – Μέσο ευθύγραμμου τμήματος.....	87
1.4	Πρόσθεση και αφαίρεση ευθύγραμμων τμημάτων.....	90
1.5	Μέτρηση , σύγκριση και ισότητα γωνιών – Διχοτόμος γωνίας.....	93
1.6	Είδη γωνιών – Κάθετες ευθείες.....	96
1.7	Εφεξής και διαδοχικές γωνίες – Άθροισμα γωνιών.....	98
1.8	Παραπληρωματικές και συμπληρωματικές γωνίες – Κατακορυφήν γωνίες.....	100
1.9	Θέσεις ευθειών στο επίπεδο.....	106
1.10	Απόσταση σημείου από ευθεία – Απόσταση παράλληλων.....	108
1.11	Κύκλος και στοιχεία του κύκλου.....	111
1.12	Επίκεντρο γωνία - Σχέση επίκεντρης γωνίας και του αντίστοιχου τόξου - Μέτρηση τόξου.....	114
1.13	Θέσεις ευθείας και κύκλου.....	117

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο Συμμετρία

2.1.	Συμμετρία ως προς άξονα	118
2.2.	Άξονας συμμετρίας.....	121
2.3.	Μεσοκάθετος ευθύγραμμου τμήματος.....	122
2.4.	Συμμετρία ως προς σημείο	124
2.5.	Κέντρο συμμετρίας.....	126
2.6.	Παράλληλες ευθείες που τέμνονται από μια άλλη ευθεία	127

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο Τρίγωνα – Παραλληλόγραμμα - Τραπεζίδια

3.1	Στοιχεία τριγώνου – Άθροισμα γωνιών τριγώνου.....	130
3.2	Είδη τριγώνων – Ιδιότητες ισοσκελούς τριγώνου.....	133
3.3	Παραλληλόγραμμο – Ορθογώνιο – Ρόμβος – Τετράγωνο – Τραπεζίδιο – Ισοσκελές τραπέζιο.....	138
3.4	Ιδιότητες Παραλληλογράμμου – Ορθογωνίου – Ρόμβου – Τετραγώνου – Ισοσκελούς τραπεζίου.....	139

1.1 Φυσικοί αριθμοί – Διάταξη Φυσικών – Στρογγυλοποίηση

1. Να βρείτε την τάξη του υπογραμμισμένου αριθμού

- | | | |
|------|----------------------|-----------------|
| i. | 23 <u>4</u> .642 | Απάντηση: |
| ii. | 3. <u>3</u> 47 | Απάντηση: |
| iii. | <u>4</u> 35.342 | Απάντηση: |
| iv. | 5.89 <u>6</u> | Απάντηση: |
| v. | 2 <u>3</u> 4.769 | Απάντηση: |
| vi. | 98 <u>3</u> .476.819 | Απάντηση: |

2. Να βάλετε σε αύξουσα σειρά τους αριθμούς:

- i. 34, 25, 62, 4, 52, 15

Απάντηση:

- ii. 14, 17, 9, 16, 22, 41, 5

Απάντηση:

3. Να γράψετε τους φυσικούς αριθμούς που είναι:

- i. Μεγαλύτεροι από 26 και μικρότεροι από 39

Απάντηση:

- ii. Μεγαλύτεροι από 9 και μικρότεροι από 17

Απάντηση:

- iii. Μεγαλύτεροι από 236 και μικρότεροι από 245

Απάντηση:

- iv. Μεγαλύτεροι από 1.026 και μικρότεροι από 1.035

Απάντηση:

- ν. Μεγαλύτεροι από 3.426 και μικρότεροι από 3.435

Απάντηση:

4. Να γράψετε δίπλα από τον αριθμό αν είναι άρτιος ή περιττός.

- i. 234
ii. 521
iii. 12
iv. 678
v. 1.456
vi. 8.981

5. Να στρογγυλοποιήσετε τον αριθμό 674.354 στην πλησιέστερη

- i. Δεκάδα Απάντηση:
ii. Εκατοντάδα Απάντηση:
iii. Χιλιάδα Απάντηση:
iv. Δεκάδα χιλιάδα Απάντηση:
v. Εκατοντάδα χιλιάδα Απάντηση:
vii. 670 Απάντηση:

6. Να στρογγυλοποιήσετε τον αριθμό 920.072 στην πλησιέστερη

- i. Δεκάδα Απάντηση:
ii. Εκατοντάδα Απάντηση:
iii. Χιλιάδα Απάντηση:
iv. Δεκάδα χιλιάδα Απάντηση:
v. Εκατοντάδα χιλιάδα Απάντηση:

1.2 Πρόσθεση αφαίρεση και πολλαπλασιασμός φυσικών αριθμών

1. Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά

i. $16 + \dots = 72$

vi. $67 + \dots = 456$

ii. $32 + \dots = 66$

vii. $55 - \dots = 36$

iii. $87 - \dots = 62$

viii. $1001 + \dots = 1908$

iv. $76 + \dots = 152$

ix. $1837 + \dots = 1966$

v. $12 - \dots = 8$

x. $2004 - \dots = 1935$

2. Να κάνετε τους πολλαπλασιασμούς

i. $23 \cdot 6 = \dots$

v. $49 \cdot 53 = \dots$

ii. $83 \cdot 5 = \dots$

vi. $54 \cdot 31 = \dots$

iii. $47 \cdot 4 = \dots$

vii. $45 \cdot 32 = \dots$

iv. $37 \cdot 2 = \dots$

3. Να κάνετε τους πολλαπλασιασμούς

i. $26 \cdot 61 = \dots$

iv. $17 \cdot 100 \cdot 6 = \dots$

ii. $23 \cdot 5 \cdot 7 = \dots$

v. $15 \cdot 43 \cdot 7 = \dots$

iii. $13 \cdot 10 \cdot 4 = \dots$

vi. $100 \cdot 12 \cdot 5 = \dots$

4. Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων

i. $7 \cdot 2 + 5 \cdot 23 = \dots = \dots$

ii. $6 \cdot 2 + 5 \cdot 24 = \dots = \dots$

iii. $6 \cdot 4 + 4 \cdot 9 = \dots = \dots$

5. Να κάνετε τις πράξεις

i. $5 \cdot 4 + 2 \cdot 9 - 3 \cdot 5 = \dots = \dots = \dots$

ii. $2 \cdot 3 + 7 \cdot 6 - 2 \cdot 4 = \dots = \dots = \dots$

iii. $9 \cdot 9 + 7 \cdot 8 - 6 \cdot 4 = \dots = \dots = \dots$

iv. $5 \cdot 9 + 7 \cdot 8 - 3 \cdot 4 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

6. Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων

i. $A = (12 + 54) - (9 + 17) + (17 - 8) =$

$= \dots\dots\dots =$

$= \dots\dots\dots$

ii. $B = (32 + 16) - (20 + 17) + (17 - 15) =$

$= \dots\dots\dots =$

$= \dots\dots\dots$

iii. $A = (64 + 54) - (50 + 55) - (17 - 4) =$

$= \dots\dots\dots =$

$= \dots\dots\dots$

7. Ο Αντρέας έχει 3 χαρτονομίσματα των 20 ευρώ 6 χαρτονομίσματα των 10 ευρώ και 7 χαρτονομίσματα των 5 ευρώ. Πόσα χρήματα έχει στο πορτοφόλι του;

Λύση

.....
.....
.....

8. Ο Γιάννης έχει 4 χαρτονομίσματα των 20 ευρώ 3 χαρτονομίσματα των 10 ευρώ και 4 χαρτονομίσματα των 5 ευρώ. Αγόρασε ρούχα που στοίχιζαν 107 ευρώ. Πόσα χρήματα του έμειναν;

Λύση

.....
.....
.....

1.3 Δυνάμεις φυσικών αριθμών

1. Να συμπληρώσετε τα κενά

i. $50^2 = \dots\dots\dots$

iv. $30^3 = \dots\dots\dots$

ii. $10^2 = \dots\dots\dots$

v. $40^3 = \dots\dots\dots$

iii. $30^2 = \dots\dots\dots$

2. Να γράψετε με μορφή δυνάμεων τα γινόμενα:

i. $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = \dots\dots\dots$

v. $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot \alpha \cdot \alpha \cdot \alpha = \dots\dots\dots$

ii. $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = \dots\dots\dots$

vi. $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot x \cdot x = \dots\dots\dots$

iii. $x \cdot x \cdot x \cdot x = \dots\dots\dots$

vii. $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = \dots\dots\dots$

iv. $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 = \dots\dots\dots$

3. Να βρείτε ποια δύναμη του 10 είναι οι αριθμοί

i. $1.00 = \dots\dots\dots$

ii. $100.000 = \dots\dots\dots$

iii. $10.000.000.000 = \dots\dots\dots$

iv. $1.000.000 = \dots\dots\dots$

4. Να βρείτε τους επόμενους αριθμούς

i. $8 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 1 =$

$= \dots\dots\dots =$

$= \dots\dots\dots =$

$= \dots\dots\dots =$

$= \dots\dots\dots$

ii. $7 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1 + 4$

$= \dots\dots\dots =$

$= \dots\dots\dots =$

$$= \dots\dots\dots =$$

$$= \dots\dots\dots$$

iii. $9 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1 + 3$

$$= \dots\dots\dots =$$

$$= \dots\dots\dots =$$

$$= \dots\dots\dots =$$

$$= \dots\dots\dots$$

5. Να κάνετε τις παρακάτω πράξεις

i. $12 + 3^3 - 2^2 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

ii. $32 + 2^3 - 3^2 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

iii. $5 \cdot 2^3 - 4^2 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

iv. $6 \cdot 2^3 - 2^2 \cdot 5 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

v. $2^4 \cdot 3 - 2 \cdot 3^2 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

6. Να κάνετε τις παρακάτω πράξεις

i. $2^3 \cdot (3^3 - 2 \cdot 3) = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

ii. $(6^2 - 4^2) \cdot (2^3 \cdot 3^2 - 2 \cdot 3^2) = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots =$
 $= \dots\dots\dots$

iii. $(3^2 + 2^3) \cdot 3 - 5 \cdot (10 - 3^2) = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots =$
 $= \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

7. Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά με το κατάλληλο σύμβολο ($<$, $>$, $=$)

i. $2^6 \dots\dots 6^2$

vi. $3^4 \dots\dots 9^2$

ii. $2^4 \dots\dots 5^2$

vii. $2^4 \dots\dots 4^2$

iii. $6^5 \dots\dots 6^3$

viii. $10^4 \dots\dots 3^5$

iv. $1^{12} \dots\dots 1^{25}$

ix. $2^{10} \dots\dots 5^4$

v. $3^5 \dots\dots 5^3$

x. $6^2 \dots\dots 3^3$

1.4 Ευκλείδεια διαίρεση – Διαιρετότητα

1. Να κάνετε τις διαιρέσεις

i. $16:6 = \dots\dots\dots$

iv. $64:8 = \dots\dots\dots$

ii. $63:9 = \dots\dots\dots$

v. $56:7 = \dots\dots\dots$

iii. $28:4 = \dots\dots\dots$

vi. $128:4 = \dots\dots\dots$

2. Να κάνετε τις παρακάτω διαιρέσεις(αν γίνονται)

i. $9:9 = \dots\dots\dots$

iv. $4:0 = \dots\dots\dots$

ii. $51:1 = \dots\dots\dots$

v. $0:0 = \dots\dots\dots$

iii. $0:8 = \dots\dots\dots$

3. Να βρείτε τον αριθμό , ο οποίος:

i. Διαιρείται τέλεια με το 8 και δίνει πηλίκο 4

Απάντηση

ii. Διαιρείται τέλεια με το 7 και δίνει πηλίκο 8

Απάντηση

4. Να βρείτε:

i. Ποιόν αριθμό πρέπει να διαιρέσουμε με το 6 για να βρούμε πηλίκο 5

Απάντηση

ii. Ποιόν αριθμό πρέπει να διαιρέσουμε με το 104 για να βρούμε πηλίκο 5

Απάντηση

5. Να εξετάσετε ποιες από τις παρακάτω ισότητες εκφράζουν Ευκλείδειες διαιρέσεις και να γράψετε το αντίστοιχο πηλίκο.

i. $95 = 8 \cdot 10 + 15$ Απάντηση

ii. $43 = 8 \cdot 5 + 3$ Απάντηση

iii. $59 = 8 \cdot 7 + 3$ Απάντηση

iv. $41 = 3 \cdot 10 + 11$ Απάντηση

6. Να κάνετε κάθε μια από τις παρακάτω Ευκλείδειες διαιρέσεις καθώς και την επαλήθευσή τους.

i. $59:8$

ii. $387:7$

iii. $37:6$

iv. $4.819:16$

Λύση:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

7. Να κάνετε τις παρακάτω πράξεις

i. $50 - 21:3 + 5 \cdot 2 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

ii. $32 - 48:8 + 5 \cdot 5 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

iii. $310 - 60:5 - 8 \cdot 2 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

iv. $99 + 28:7 + 5 \cdot 2 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

8. Να κάνετε τις παρακάτω πράξεις

i. $9 \cdot 2 - 24:4 - 2 \cdot 2 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

ii. $(5 \cdot 2 - 24:6):2 + 14:2 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

iii. $(2 \cdot 7 + 20:5):2 - 30:15 + 6 \cdot 2 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots =$
 $= \dots\dots\dots$

iv. $(18 - 12:2):(7 \cdot 5 - 3^3 - 45:9) = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots =$
 $\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

9. Να κάνετε τις παρακάτω πράξεις

i. $[(2^4 - 6) : 2 + 3 \cdot 7] : 2 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots =$
 $\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

ii. $5^2 \cdot 2 + 2^3 \cdot 4 - 4^2 + 6^2 : 4 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots =$
 $\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

10. Ένας αγρότης έχει στην αποθήκη του 280 κιλά πατάτες. Θέλει να τα βάλει σε σακιά των 15 κιλών.

- i. Πόσα σακιά θα γεμίσει;
- ii. Πόσα κιλά πατάτες θα περισσέψουν;

Λύση:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

11. Κάποιος αγόρασε έπιπλα για το σαλόνι του και πλήρωσε 9700 ευρώ. Έδωσε 4200 ευρώ προκαταβολή και τα υπόλοιπα σε δόσεις.

- i. Να βρείτε πόσο θα πληρώνει την κάθε δόση αν εξοφλήσει σε 5 μήνες;
- ii. Να βρείτε πόσο θα πληρώνει την κάθε δόση αν εξοφλήσει σε 20 μήνες;

Λύση:

.....

.....

.....

.....

.....

**1.5 Χαρακτήρες διαιρετότητας – Μ.Κ.Δ – Ε.Κ.Π. – Ανάλυση αριθμού σε γινόμενο
πρώτων παραγόντων .**

1. Να βρείτε τα πολλαπλάσια του 8 που είναι:

i. Μικρότερα του 52 Απάντηση

ii. Μεταξύ 58 και 82 Απάντηση

iii. Από το 102 μέχρι το 160 Απάντηση

2. Να βρείτε τους διαιρέτες των αριθμών 14 , 44 , 45

Απάντηση

Διαιρέτες του 14: Διαιρέτες του 44:

Διαιρέτες του 45:

3. Ποιοι από τους αριθμούς 12 , 14 , 21 είναι διαιρέτες του 2.142

Απάντηση

4. Ποιοι από τους αριθμούς 1.064 , 1.440 , 7.904 είναι πολλαπλάσια του 32

Απάντηση

5. Να βρείτε τον Μ.Κ.Δ των αριθμών

i. 16 , 20

ii. 18 , 54

iii. 9 , 15

iv. 15 , 55

v. 14 , 26 , 32

vi. 13 , 19

Λύση:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6. Δίνονται οι αριθμοί 2 , 5 , 23 , 35 , 13 και 68

i. Ποιοι από αυτούς είναι πρώτοι;

Απάντηση

ii. Ποιοι από αυτούς είναι σύνθετοι;

Απάντηση

iii. Να βρείτε τα ζεύγη των αριθμών που είναι πρώτοι μεταξύ τους.

Απάντηση

7. Δίνονται οι αριθμοί 82 , 207 , 351 , 176, 180 , 300 , 225 , 525 , 861

Να βρείτε ποιοι διαιρούνται με:

i. Το 2

ii. Το 3

iii. Το 5

iv. Το 9

v. Το 4

vi. Το 25

Απάντηση:

Με το 2 διαιρούνται : Με το 5 διαιρούνται :

Με το 4 διαιρούνται : Με το 3 διαιρούνται :

Με το 9 διαιρούνται : Με το 25 διαιρούνται :

8. Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τους αριθμούς

i. 35

ii. 81

iii. 42

iv. 602

v. 256

vi. 88

Λύση:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

9. Να βρείτε το Μ.Κ.Δ και το Ε.Κ.Π. των αριθμών:

i. 18,27,45

ii. 16,24,32

iii. 24,42,54

iv. 20,30,50

v. 2,3,5

vi. 30, 45, 60

Λύση:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

10. Να συμπληρώσετε με κατάλληλο ψηφίο το τετραγωνάκι στον αριθμό 53 ώστε ο αριθμός που θα προκύψει να διαιρείται με το 3.
11. Να συμπληρώσετε με κατάλληλο ψηφίο το τετραγωνάκι στον αριθμό 724 ώστε ο αριθμός που θα προκύψει να διαιρείται με το 9.
12. Να συμπληρώσετε με κατάλληλο ψηφίο το τετραγωνάκι στον αριθμό 696 ώστε ο αριθμός που θα προκύψει να διαιρείται ταυτόχρονα με το 3 και το 5.
13. Να συμπληρώσετε με κατάλληλο ψηφίο το τετραγωνάκι στον αριθμό 723 ώστε ο αριθμός που θα προκύψει να διαιρείται ταυτόχρονα με το 3 και το 2.
14. Να συμπληρώσετε με κατάλληλο ψηφίο το τετραγωνάκι στον αριθμό 718 ώστε ο αριθμός που θα προκύψει να διαιρείται ταυτόχρονα με το 3 το 9 και το 2.
15. Πρέπει να ποτίζω τα δέντρα μου κάθε 6 μέρες και να βάζω λίπασμα κάθε 15 ημέρες και να το ξεχορταριάζω κάθε 40 μέρες. Αν σήμερα τα ποτίσω τους βάλω λίπασμα και τα ξεχορταριάσω μετά από πόσες μέρες θα πρέπει να κάνω την ίδια μέρα και τις τρεις αυτές εργασίες;

Λύση:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

16. Ένας ηλικιωμένος πρέπει να παίρνει τρία φάρμακα την ημέρα. Το ένα κάθε 8 ώρες το δεύτερο κάθε 9 ώρες και το τρίτο κάθε 12 ώρες. Αν στις 12 το μεσημέρι της Δευτέρας πάρει και τα τρία φάρμακα μαζί μετά από πόσες ώρες θα τα πάρει συγχρόνως; Τι μέρα θα έχουμε τότε;

Λύση:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ΤΕΣΤ ΣΤΟ 1^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ

Θέμα 1^ο

- i. Να γράψετε την επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση και ως προς την αφαίρεση

Απάντηση:

.....
.....

- ii. Να γράψετε τη σειρά των πράξεων (προτεραιότητα) που εκτελούνται σε μια αριθμητική παράσταση.

Απάντηση:

.....
.....
.....

- iii. Πότε δύο αριθμοί λέγονται πρώτοι μεταξύ τους

Απάντηση:

.....
.....

- iv. Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά

α. Στη δύναμη a^n ο αριθμός a λέγεται της δύναμης και ο αριθμός n λέγεται

β. Σε μια Ευκλείδεια διαίρεση ισχύει η σχέση όπου ο αριθμός Δ ονομάζεται, ο δ ονομάζεται, ο αριθμός π ονομάζεται και ο αριθμός υ ονομάζεται

Θέμα 2 °

- i. Να βρείτε ποιον αριθμό παριστάνει η παράσταση

$$2 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

- ii. Να στρογγυλοποιήσετε τον αριθμό 8.959.796 στις πλησιέστερες

α) εκατοντάδες Απάντηση

β) εκατοντάδες χιλιάδες. Απάντηση

- iii. Να γίνουν οι πράξεις

$$\begin{aligned} \alpha. (7 - 2)^2 \cdot 3^2 - 10^2 &= \dots\dots\dots = \dots\dots\dots = \\ &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta. (24 - 12 : 2) : (9 \cdot 5 - 3^3 - 81 : 9) &= \dots\dots\dots = \\ \dots\dots\dots &= \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \end{aligned}$$

- iv. Να συμπληρώσετε τα τετραγωνάκια που λείπουν από τους δύο αριθμούς, ώστε αυτοί να διαιρούνται με το 2 και το 9 συγχρόνως:

α. $43 \square$,

β. $\square 61$

2.1 Η έννοια του κλάσματος

1. Να βρείτε με ποιόν φυσικό αριθμό είναι ίσα τα παρακάτω κλάσματα

i. $\frac{14}{2} = \dots\dots\dots$

v. $\frac{21}{21} = \dots\dots\dots$

ii. $\frac{16}{1} = \dots\dots\dots$

vi. $\frac{40}{5} = \dots\dots\dots$

iii. $\frac{0}{15} = \dots\dots\dots$

vii. $\frac{2460}{6} = \dots\dots\dots$

iv. $\frac{18}{3} = \dots\dots\dots$

viii. $\frac{8109}{9} = \dots\dots\dots$

2. Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά, ώστε να προκύψουν σωστές ισότητες

i. $\frac{\square}{5} = 3$

iv. $\frac{27}{\square} = 3$

ii. $\frac{48}{\square} = 8$

v. $\frac{56}{\square} = 4$

iii. $\frac{\square}{7} = 3$

vi. $\frac{\square}{6} = 9$

3. Να συγκρίνεται τα παρακάτω κλάσματα χρησιμοποιώντας το σωστό σύμβολο ($<$, $=$, $>$)

i. $\frac{4}{7} \dots\dots 1$

iv. $\frac{5}{5} \dots\dots 1$

ii. $\frac{14}{5} \dots\dots 1$

v. $\frac{9}{2} \dots\dots 1$

iii. $\frac{3}{5} \dots\dots 1$

vi. $\frac{35}{13} \dots\dots 1$

4. Να τοποθετήσετε τους αριθμούς σε αύξουσα σειρά

i. $\frac{2}{5}, 1, \frac{7}{5}$ Απάντηση

ii. $\frac{6}{7}, 1, \frac{2}{7}$ Απάντηση

iii. $\frac{3}{4}, 1, \frac{1}{4}$ Απάντηση

iv. $\frac{3}{11}, 1, \frac{3}{5}$ Απάντηση

5. Να βρείτε τα επόμενα μέρη:

i. Το $\frac{1}{2}$ του 14 Απάντηση.....

Νέο Φροντιστήριο

- ii. Το $\frac{1}{3}$ του 15 Απάντηση.....
- iii. Το $\frac{1}{6}$ του 84 Απάντηση.....
- iv. Το $\frac{1}{4}$ του 60 Απάντηση.....
- v. Το $\frac{1}{5}$ του 14 Απάντηση.....
- vi. Τα $\frac{2}{8}$ του 40 Απάντηση.....

6. Να βρείτε:

- i. Ποιο μέρος της ώρας είναι τα 10 λεπτά.

Απάντηση:

- ii. Ποιο μέρος της ημέρας είναι οι δυο ώρες.

Απάντηση:

- iii. Ποιο μέρος της εβδομάδας είναι οι 12 ώρες.

Απάντηση:

7. Τα $\frac{3}{5}$ μιας τάξης είναι αγόρια. Αν τα αγόρια είναι 20 να βρείτε πόσα είναι όλα τα παιδιά της τάξης.

Λύση

.....

.....

.....

8. Τα $\frac{2}{3}$ μιας τάξης είναι αγόρια. Αν τα αγόρια είναι 30 να βρείτε πόσα είναι όλα τα παιδιά της τάξης.

Λύση

.....

.....

.....

9. Ένα κατάστημα κάνει έκπτωση στα παπούτσια ίση με τα $\frac{2}{5}$ της αρχικής τιμής. Αν η αρχική τιμή ήταν 50 ευρώ να βρείτε:

- i. Πόσο είναι η έκπτωση;
- ii. Ποια είναι η τελική τιμή των παπουτσιών;

Λύση

.....

.....

.....

2.2 Ισοδύναμα κλάσματα

1. Να κυκλώσετε ποια από τα παρακάτω κλάσματα είναι ισοδύναμα

i. $\frac{0}{3}$ και $\frac{0}{2}$

iv. $\frac{2}{4}$ και $\frac{1}{3}$

ii. $\frac{5}{5}$ και $\frac{7}{7}$

v. $\frac{2}{5}$ και $\frac{5}{2}$

iii. $\frac{0}{9}$ και $\frac{4}{9}$

vi. $\frac{12}{6}$ και $\frac{4}{2}$

2. Να γράψετε ποια από τα παρακάτω κλάσματα είναι ισοδύναμα

$$\frac{3}{4}, \frac{2}{4}, \frac{5}{10}, \frac{23}{46}, \frac{12}{6}, \frac{12}{16}, \frac{8}{4}, \frac{200}{100}, \frac{33}{44}$$

Απάντηση: , ,

3. Να μετατρέψετε το κλάσμα $\frac{3}{5}$ σε ισοδύναμο με παρονομαστή

i. Το 15 Απάντηση:

ii. Το 20 Απάντηση:

iii. Το 60 Απάντηση:

i. Το 100 Απάντηση:

ii. Το 200 Απάντηση:

i. Να μετατρέψετε το κλάσμα $\frac{12}{18}$ σε ισοδύναμο με παρονομαστή 6 Απάντηση:

ii. 36 Απάντηση:

iii. 9 Απάντηση:

iv. 90 Απάντηση:

4. Να μετατρέψετε τα κλάσματα σε ισοδύναμα ανάγωγα .

i. $\frac{9}{27} = \dots\dots\dots$

ii. $\frac{12}{30} = \dots\dots\dots$

iii. $\frac{60}{40} = \dots\dots\dots$

iv. $\frac{77}{33} = \dots \dots \dots$

5. Να γίνουν τα παρακάτω κλάσματα ομώνυμα

i. $\frac{3}{4}$ και $\frac{2}{5}$ Απάντηση:

ii. $\frac{5}{4}$ και $\frac{2}{6}$ Απάντηση:

iii. $\frac{12}{13}$ και $\frac{2}{5}$ Απάντηση:

iv. $\frac{11}{7}$ και $\frac{4}{9}$ Απάντηση:

v. $\frac{3}{9}$ και $\frac{2}{6}$ Απάντηση:

vi. $\frac{3}{3}$ και $\frac{2}{5}$ Απάντηση:

6. Να γίνουν τα παρακάτω κλάσματα ομώνυμα

i. $\frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{1}{5}$ Απάντηση:

ii. $\frac{2}{6}, \frac{4}{7}, \frac{1}{5}$ Απάντηση:

iii. $\frac{5}{4}, \frac{2}{3}, \frac{1}{9}$ Απάντηση:

iv. $\frac{3}{12}, \frac{2}{18}, \frac{1}{36}$ Απάντηση:

v. $\frac{3}{9}, \frac{2}{6}, \frac{1}{12}$ Απάντηση:

7. Να μετατρέψεις τα παρακάτω κλάσματα σε ανάγωγα και στην συνέχεια να τα κάνετε ομώνυμα.

i. $\frac{12}{15}$ και $\frac{6}{9}$ Απάντηση:

ii. $\frac{4}{8}$ και $\frac{4}{10}$ Απάντηση:

iii. $\frac{3}{6}$ και $\frac{4}{20}$ Απάντηση:

iv. $\frac{5}{20}$ και $\frac{9}{21}$ Απάντηση:

v. $\frac{40}{50}$ και $\frac{6}{12}$ Απάντηση:

8. Να απλοποιήσετε τα παρακάτω κλάσματα

i. $\frac{3+6}{12+9} = \dots\dots\dots$

ii. $\frac{7+14}{9+3} = \dots\dots\dots$

iii. $\frac{31+1}{44+20} = \dots\dots\dots$

iv. $\frac{8+6}{13+7} = \dots\dots\dots$

9. Να απλοποιήσετε τα παρακάτω κλάσματα

i. $\frac{3 \cdot 6}{2 \cdot 3} = \dots\dots\dots$

ii. $\frac{3 \cdot 4}{9 \cdot 2} = \dots\dots\dots$

iii. $\frac{4 \cdot 6}{8 \cdot 3} = \dots\dots\dots$

iv. $\frac{5 \cdot 2}{12 \cdot 5} = \dots\dots\dots$

v. $\frac{3 \cdot 7}{9 \cdot 2} = \dots\dots\dots$

10. Να απλοποιήσετε τα παρακάτω κλάσματα

i. $\frac{2 \cdot 3 \cdot 6}{12 \cdot 9} = \dots\dots\dots$

ii. $\frac{2^2 \cdot 3^2 \cdot 4^2}{2^3 \cdot 3 \cdot 4} = \dots\dots\dots$

iii. $\frac{3^3 \cdot 2^3 \cdot 6}{3^2 2^2} = \dots\dots\dots$

iv. $\frac{16 \cdot 789 + 8 \cdot 789}{12 \cdot 789 + 28 \cdot 789} = \dots\dots\dots$

2.3 Σύγκριση κλασμάτων

1. Να συγκρίνετε τα κλάσματα τοποθετώντας στο κενό το κατάλληλο σύμβολο ($<$, $=$, $>$).

i. $\frac{5}{12} \dots \frac{9}{12}$

iv. $\frac{4}{7} \dots \frac{4}{9}$

ii. $\frac{2}{4} \dots \frac{1}{4}$

v. $\frac{3}{15} \dots \frac{3}{2}$

iii. $\frac{6}{12} \dots \frac{3}{6}$

vi. $\frac{6}{20} \dots \frac{12}{40}$

2. Να συγκρίνετε τα κλάσματα τοποθετώντας στο κενό το κατάλληλο σύμβολο ($<$, $=$, $>$).

i. $\frac{2}{5} \dots \frac{3}{6}$

iv. $\frac{3}{9} \dots \frac{9}{3}$

ii. $\frac{1}{6} \dots \frac{1}{12}$

v. $\frac{4}{5} \dots \frac{20}{25}$

iii. $\frac{6}{2} \dots \frac{12}{4}$

vi. $\frac{9}{9} \dots \frac{12}{12}$

3. Να συγκρίνετε τα κλάσματα τοποθετώντας στο κενό το κατάλληλο σύμβολο ($<$, $=$, $>$).

i. $\frac{5}{2} \dots \frac{6}{4}$

iv. $\frac{4}{23} \dots \frac{4}{27}$

ii. $\frac{3}{7} \dots \frac{4}{9}$

v. $\frac{5}{50} \dots \frac{1}{10}$

iii. $\frac{6}{9} \dots \frac{2}{15}$

vi. $\frac{3}{4} \dots \frac{8}{9}$

4. Να συγκρίνετε τα επόμενα κλάσματα

i. $\frac{2}{3}$ και $\frac{3}{4}$ Απάντηση:

ii. $\frac{5}{3}$ και $\frac{6}{4}$ Απάντηση:

iii. $\frac{2}{7}$ και $\frac{1}{4}$ Απάντηση:

iv. $\frac{24}{5}$ και $\frac{23}{4}$ Απάντηση:

v. $\frac{54}{3}$ και $\frac{56}{4}$ Απάντηση:

5. Να συγκρίνετε τα επόμενα κλάσματα

i. $\frac{33}{3}$ και $\frac{16}{4}$ Απάντηση:

ii. $\frac{2}{2}$ και $\frac{8}{4}$ Απάντηση:

iii. $\frac{51}{3}$ και $\frac{53}{4}$ Απάντηση:

iv. $\frac{213}{6}$ και $\frac{215}{4}$ Απάντηση:

v. $\frac{452}{6}$ και $\frac{542}{4}$ Απάντηση:

6. Σε κάθε μια από τις παρακάτω περιπτώσεις να συγκρίνετε τα κλάσματα με την μονάδα.

i. $\frac{12}{11}$

iv. $\frac{112}{112}$

ii. $\frac{14}{11}$

v. $\frac{125}{1132}$

iii. $\frac{1309}{1121}$

7. Να γράψετε σε αύξουσα σειρά τα κλάσματα

$$\frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{10}, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{13}$$

Απάντηση:

8. Να γράψετε σε φθίνουσα σειρά τα κλάσματα

$$\frac{1}{8}, \frac{1}{7}, \frac{1}{11}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{20}$$

Απάντηση:

9. Να κάνετε ομώνυμα και να γράψετε σε αύξουσα σειρά τα κλάσματα

i. $\frac{1}{4}, \frac{5}{8}, \frac{9}{10}$

Απάντηση:

ii. $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{8}$

Απάντηση:

iii. $\frac{5}{12}, \frac{11}{30}, \frac{7}{20}$

Απάντηση:

2.4 Πρόσθεση και Αφαίρεση κλασμάτων

1. Να βρείτε τα παρακάτω αθροίσματα

i. $\frac{3}{6} + \frac{2}{5} = \dots\dots\dots$

iv. $\frac{3}{6} + \frac{2}{5} = \dots\dots\dots$

ii. $\frac{3}{6} + \frac{2}{5} = \dots\dots\dots$

v. $\frac{3}{6} + \frac{2}{5} = \dots\dots\dots$

iii. $\frac{3}{6} + \frac{2}{5} = \dots\dots\dots$

vi. $\frac{3}{6} + \frac{2}{5} = \dots\dots\dots$

2. Να βρείτε τα παρακάτω αθροίσματα

i. $\frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \dots\dots\dots$

iv. $\frac{23}{9} + \frac{22}{9} = \dots\dots\dots$

ii. $\frac{3}{7} + \frac{12}{7} = \dots\dots\dots$

v. $\frac{134}{60} + \frac{56}{60} = \dots\dots\dots$

iii. $\frac{3}{5} + \frac{7}{5} = \dots\dots\dots$

vi. $\frac{17}{9} + \frac{10}{9} = \dots\dots\dots$

3. Να βρείτε τα παρακάτω αθροίσματα

i. $\frac{3}{5} + \frac{2}{3} + \frac{7}{4} = \dots\dots\dots$

ii. $\frac{2}{7} + \frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \dots\dots\dots$

iii. $\frac{3}{6} + \frac{2}{5} + \frac{5}{12} = \dots\dots\dots$

iv. $\frac{2}{9} + \frac{3}{5} + \frac{6}{4} = \dots\dots\dots$

v. $\frac{3}{7} + \frac{2}{21} + \frac{4}{3} = \dots\dots\dots$

vi. $\frac{3}{27} + \frac{2}{18} + \frac{5}{6} = \dots\dots\dots$

4. Να γράψτε ως κλάσματα τους παρακάτω μεικτούς αριθμούς

i. $1\frac{1}{2} = \dots\dots\dots$

iv. $4\frac{6}{10} = \dots\dots\dots$

ii. $3\frac{2}{3} = \dots\dots\dots$

v. $4\frac{3}{4} = \dots\dots\dots$

iii. $5\frac{4}{7} = \dots\dots\dots$

vi. $8\frac{1}{2} = \dots\dots\dots$

5. Να γράψετε τα παρακάτω κλάσματα ως μεικτούς αριθμούς

i. $\frac{7}{2} = \dots\dots\dots$

iv. $\frac{35}{4} = \dots\dots\dots$

ii. $\frac{9}{2} = \dots\dots\dots$

v. $\frac{64}{7} = \dots\dots\dots$

iii. $\frac{19}{7} = \dots\dots\dots$

vi. $\frac{16}{5} = \dots\dots\dots$

6. Να βρείτε τα παρακάτω αθροίσματα

i. $\frac{3}{4} + 2\frac{2}{5} = \dots\dots\dots$

ii. $2\frac{3}{5} + 5\frac{2}{4} = \dots\dots\dots$

iii. $1\frac{5}{6} + 3\frac{4}{5} = \dots\dots\dots$

iv. $6\frac{3}{6} + 2\frac{1}{6} = \dots\dots\dots$

v. $5\frac{3}{7} + 3\frac{2}{5} = \dots\dots\dots$

vi. $6\frac{1}{6} + 3\frac{1}{5} = \dots\dots\dots$

7. Να κάνετε τις αφαιρέσεις

i. $\frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \dots\dots\dots$

iv. $\frac{15}{19} - \frac{6}{19} = \dots\dots\dots$

ii. $\frac{16}{13} - \frac{3}{13} = \dots\dots\dots$

v. $\frac{12}{15} - \frac{3}{15} = \dots\dots\dots$

iii. $\frac{8}{6} - \frac{2}{6} = \dots\dots\dots$

vi. $\frac{14}{23} - \frac{2}{23} = \dots\dots\dots$

8. Να κάνετε τις αφαιρέσεις

i. $\frac{3}{6} - \frac{2}{5} = \dots\dots\dots$

iv. $\frac{7}{8} - \frac{1}{5} = \dots\dots\dots$

ii. $\frac{7}{6} - \frac{4}{7} = \dots\dots\dots$

v. $\frac{12}{13} - \frac{7}{9} = \dots\dots\dots$

iii. $\frac{15}{9} - \frac{3}{4} = \dots\dots\dots$

vi. $\frac{5}{19} - \frac{1}{20} = \dots\dots\dots$

9. Να κάνετε τις αφαιρέσεις

i. $3 - \frac{5}{4} = \dots\dots\dots$

iii. $1 - \frac{2}{5} = \dots\dots\dots$

ii. $2 - \frac{1}{3} = \dots\dots\dots$

iv. $8 - \frac{4}{3} = \dots\dots\dots$

v. $7 - \frac{7}{8} = \dots\dots\dots$

vi. $12 - \frac{2}{9} = \dots\dots\dots$

10. Να κάνετε τις αφαιρέσεις

i. $7\frac{1}{4} - 3\frac{1}{4} = \dots\dots\dots$

iii. $3\frac{3}{4} - 2\frac{5}{6} = \dots\dots\dots$

ii. $7\frac{1}{4} - 3\frac{1}{2} = \dots\dots\dots$

iv. $\frac{61}{6} - 4\frac{2}{5} = \dots\dots\dots$

11. Να κάνετε τις παρακάτω πράξεις

i. $\left(\frac{3}{4} + \frac{5}{6}\right) - \left(\frac{2}{3} + \frac{2}{15}\right) = \dots\dots\dots$

.....

ii. $\left(\frac{8}{9} + \frac{3}{4}\right) - \left(\frac{17}{18} - \frac{7}{12}\right) = \dots\dots\dots$

.....

iii. $2 - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}\right) = \dots\dots\dots$

.....

iv. $4 - \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{4}{5} + \frac{5}{6}\right) = \dots\dots\dots$

.....

v. $50 - 15\frac{1}{2} - \left(8\frac{1}{4} + 6\frac{1}{6}\right) - \left(9\frac{5}{8} - 3\frac{11}{12}\right) = \dots\dots\dots$

.....

vi. $\frac{5^2 - 2 \cdot 3^2}{1 + 3 \cdot 5} + \frac{3 \cdot 7 - 2 \cdot 5}{17 - 3^2} = \dots\dots\dots$

.....

12. Δυο φίλοι βάφουν έναν τοίχο. Ο πρώτος έχει βάψει τα $\frac{3}{10}$ του τοίχου και ο δεύτερος τα $\frac{8}{15}$ του τοίχου. Τι

μέρος του τοίχου μένει να βαφτεί ακόμα;

Λύση

.....

.....

.....

13. Το μεικτό βάρος μιας κονσέρβας είναι $5\frac{1}{4}$ κιλά. Το βάρος του κουτιού είναι $\frac{1}{6}$ κιλά. Πόσο είναι το βάρος του περιεχομένου;

Λύση

.....

.....

.....

2.5 Πολλαπλασιασμός κλασμάτων

1. Να βρείτε τα γινόμενα

$$\text{i. } \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

$$\text{ii. } \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

$$\text{iii. } \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

$$\text{iv. } \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

$$\text{v. } \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

$$\text{vi. } \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

2. Να βρείτε τα γινόμενα

$$\text{i. } 6 \cdot \frac{2}{5} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

$$\text{ii. } \frac{3}{6} \cdot 4 = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

$$\text{iii. } \frac{3}{6} \cdot 5 = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

$$\text{iv. } 9 \cdot \frac{2}{5} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

$$\text{v. } 2 \cdot \frac{2}{5} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

$$\text{vi. } 8 \cdot \frac{3}{20} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

3. Να βρείτε τα γινόμενα

$$\text{i. } 5 \cdot 2 \cdot \frac{3}{4} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

$$\text{ii. } 8 \cdot 7 \cdot \frac{2}{15} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

$$\text{iii. } 9 \cdot 3 \cdot \frac{2}{27} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

$$\text{iv. } 16 \cdot 2 \cdot \frac{5}{25} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

4. Να βρείτε τα παρακάτω γινόμενα

$$\text{i. } \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{4} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

$$\text{ii. } \frac{2}{7} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

$$\text{iii. } \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{12} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

$$\text{iv. } \frac{2}{9} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{6}{4} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

$$\text{v. } \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{21} \cdot \frac{4}{3} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

$$\text{vi. } \frac{3}{27} \cdot \frac{2}{18} \cdot \frac{5}{6} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

5. Να υπολογίσετε τις παρακάτω δυνάμεις

$$\text{i. } \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{\square}{\square}$$

$$\text{ii. } \left(\frac{3}{5}\right)^3 = \frac{\square}{\square}$$

$$\text{iii. } \left(\frac{6}{7}\right)^2 = \frac{\square}{\square}$$

$$\text{iv. } \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{\square}{\square}$$

6. Να βρείτε

i. Τα $\frac{3}{5}$ του 45

Απάντηση:

ii. Τα $\frac{2}{3}$ του 81

Απάντηση:

iii. Τα $\frac{4}{6}$ του 72

Απάντηση:

iv. Τα $\frac{2}{5}$ του 1000

Απάντηση:

7. Να βρείτε

i. Τα $\frac{3}{5}$ του $\frac{6}{20}$ Απάντηση:

ii. Τα $\frac{2}{3}$ του $\frac{9}{10}$ Απάντηση:

iii. Τα $\frac{4}{6}$ του $\frac{24}{8}$ Απάντηση:

iv. Τα $\frac{2}{5}$ του $\frac{15}{12}$ Απάντηση:

8. Να βρείτε τους αντίστροφους των αριθμών

i. $\frac{4}{7}$ Αντίστροφος:

ii. $\frac{1}{10}$ Αντίστροφος:

iii. $\frac{6}{1}$ Αντίστροφος:

iv. 1 Αντίστροφος:

v. 33 Αντίστροφος:

vi. 4 Αντίστροφος:

9. Να βρείτε τους αντίστροφους των αριθμών

i. $\frac{4}{7} + \frac{1}{2} =$

Αντίστροφος:

ii. $5 + \frac{3}{4} =$

Αντίστροφος:

iii. $\frac{5}{8} + \frac{2}{9} =$

Αντίστροφος:

iv. $\frac{3}{5} + 4 =$

Αντίστροφος:

10. Να κάνετε τις παρακάτω πράξεις

i. $\frac{7}{8} + \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{6} =$

ii. $\frac{5}{3} \cdot \frac{7}{4} - \frac{5}{4} =$

iii. $\frac{11}{9} \cdot \frac{7}{4} - \frac{5}{3} \cdot \frac{5}{6} =$

iv. $\frac{1}{2} \left(\frac{3}{4} + \frac{2}{5} \right) =$

v. $\frac{6}{7} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{8} \right) =$

vi. $\left(3\frac{4}{7} + 1\frac{2}{3} \right) \cdot \frac{21}{110} =$

11. Να κάνετε τις παρακάτω πράξεις

i. $\left(\frac{7}{9} - \frac{1}{6} \right) \cdot \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{10} \right) =$

.....

ii. $\frac{5}{2} \cdot \left(\frac{1}{4} \right)^2 - \frac{1}{20} =$

.....

iii. $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{5}{6}\right)^2 \cdot 3 \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) = \dots\dots\dots$

.....

iv. $\left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \left[18 \cdot \frac{1}{3} + \frac{9}{10} \cdot \left(\frac{5}{3} \cdot \frac{7}{4} - \frac{5}{4}\right)\right] = \dots\dots\dots$

.....

12. Ο Βασίλης αγόρασε μια φόρμα με $30\frac{1}{2}$ ευρώ. Στο ταμείο του έκαναν έκπτωση ίση με τα $\frac{1}{5}$ της τιμής.

- i. Πόσα ευρώ είναι η έκπτωση;
- ii. Πόσα ευρώ αγόρασε τελικά τη φόρμα;

Λύση

.....

.....

.....

2.6 Διαίρεση κλασμάτων

1. Να βρείτε τα πηλίκα

i. $\frac{3}{6} : \frac{2}{5} = \dots\dots\dots$

iv. $\frac{3}{6} : \frac{2}{5} = \dots\dots\dots$

ii. $\frac{3}{6} : \frac{2}{5} = \dots\dots\dots$

v. $\frac{3}{6} : \frac{2}{5} = \dots\dots\dots$

iii. $\frac{3}{6} : \frac{2}{5} = \dots\dots\dots$

vi. $\frac{3}{6} : \frac{2}{5} = \dots\dots\dots$

2. Να βρείτε τα πηλίκα

i. $6 : \frac{2}{5} = \dots\dots\dots$

iv. $9 : \frac{2}{5} = \dots\dots\dots$

ii. $\frac{3}{6} : 4 = \dots\dots\dots$

v. $2 : \frac{2}{5} = \dots\dots\dots$

iii. $\frac{3}{6} : 5 = \dots\dots\dots$

vi. $8 : \frac{3}{20} = \dots\dots\dots$

3. Να βρείτε τα πηλίκα

i. $5 \cdot 2 : \frac{3}{4} = \dots\dots\dots$

ii. $8 \cdot 7 : \frac{2}{15} = \dots\dots\dots$

iii. $9 \cdot 3 : \frac{2}{27} = \dots\dots\dots$

iv. $16 \cdot 2 : \frac{5}{2^5} = \dots\dots\dots$

4. Να βρείτε τα πηλίκα

i. $\frac{4}{3} : 6 : \frac{3}{4} = \dots\dots\dots$

ii. $\frac{7}{5} \cdot 5 : 2 = \dots\dots\dots$

iii. $\frac{9}{20} : 2^3 : \frac{6}{4} = \dots\dots\dots$

iv. $\frac{9}{2} : 3^3 : \frac{5}{9} = \dots\dots\dots$

5. Να βρείτε τα παρακάτω πηλίκα

i. $\frac{3}{5} : \frac{2}{3} : \frac{7}{4} = \dots\dots\dots$

ii. $\frac{2}{7} : \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} = \dots\dots\dots$

iii. $\frac{3}{7} : \frac{2}{21} \cdot \frac{4}{3} = \dots\dots\dots$

iv. $\frac{3}{27} \cdot \frac{2}{18} : \frac{5}{6} = \dots\dots\dots$

6. Να κάνετε τις παρακάτω πράξεις

i. $\frac{7}{8} + \frac{3}{4} : \frac{2}{6} = \dots\dots\dots$

ii. $\frac{11}{9} : \frac{7}{4} + \frac{5}{3} : \frac{5}{6} = \dots\dots\dots$

iii. $\frac{1}{2} : \left(\frac{3}{4} + \frac{2}{5} \right) = \dots\dots\dots$

iv. $\left(3\frac{4}{7} + 1\frac{2}{3} \right) : \frac{21}{110} = \dots\dots\dots$

7. Να κάνετε τις παρακάτω πράξεις

i. $\left(\frac{7}{9} - \frac{1}{6} \right) : \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{10} \right) = \dots\dots\dots$

ii. $\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2} : \frac{5}{3} \right)^2 = \dots\dots\dots$

iii. $\left(\frac{3}{5} - \frac{1}{4} \right)^2 = \dots\dots\dots$

iv. $\frac{5}{2} : \left(\frac{3}{4} \right)^2 - \frac{1}{20} = \dots\dots\dots$

v. $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{5}{6} \right)^2 \cdot 3 : \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5} \right) = \dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$

vi. $\left(\frac{2}{5} \right)^2 : \left[18 \cdot \frac{1}{3} + \frac{9}{10} \cdot \left(\frac{5}{3} : \frac{7}{4} - \frac{5}{4} \right) \right] = \dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$

8. Να μετατρέψετε τα παρακάτω σύνθετα κλάσματα σε απλά

i. $\frac{\frac{2}{5}}{\frac{3}{4}} =$

iv. $\frac{\frac{1}{4}}{\frac{2}{7}} =$

ii. $\frac{\frac{4}{3}}{\frac{3}{4}} =$

v. $\frac{\frac{9}{3}}{\frac{4}{4}} =$

iii. $\frac{\frac{2}{5}}{\frac{6}{6}} =$

vi. $\frac{\frac{2}{5}}{\frac{5}{5}} =$

9. Να μετατρέψετε τα παρακάτω σύνθετα κλάσματα σε απλά

i. $\frac{2\frac{2}{5}}{\frac{1}{3}} =$

iii. $\frac{2\frac{2}{5}}{4\frac{1}{3}} =$

ii. $\frac{3\frac{1}{7}}{\frac{5}{5}} =$

iv. $\frac{2\frac{2}{7}}{9\frac{1}{3}} =$

10. Να υπολογίσετε τα παρακάτω κλάσματα

i. $\frac{\frac{3}{4} - \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{3}} =$

ii. $\frac{4\frac{3}{4} - \frac{5}{2}}{1 - \frac{1}{3}} =$

iii. $\frac{\frac{1}{1}}{1 + \frac{\frac{1}{1}}{2 + \frac{1}{2}}} =$

3.1 Δεκαδικά κλάσματα – Δεκαδικοί αριθμοί – Διάταξη δεκαδικών αριθμών – Στρογγυλοποίηση

1. Να μετατρέψετε τα παρακάτω κλάσματα σε δεκαδικούς αριθμούς

i. $\frac{3}{5} = \dots\dots\dots$

v. $\frac{44}{11} = \dots\dots\dots$

ii. $\frac{4}{20} = \dots\dots\dots$

vi. $\frac{8}{20} = \dots\dots\dots$

iii. $\frac{8}{24} = \dots\dots\dots$

vii. $\frac{120}{8} = \dots\dots\dots$

iv. $\frac{1}{20} = \dots\dots\dots$

viii. $\frac{512}{16} = \dots\dots\dots$

2. Να μετατρέψετε τα παρακάτω δεκαδικά κλάσματα σε δεκαδικούς αριθμούς

i. $\frac{6}{10} = \dots\dots\dots$

v. $\frac{1233}{1.000} = \dots\dots\dots$

ii. $\frac{65}{100} = \dots\dots\dots$

vi. $\frac{344}{100} = \dots\dots\dots$

iii. $\frac{23456}{10.000} = \dots\dots\dots$

vii. $\frac{2311}{10.000} = \dots\dots\dots$

iv. $\frac{4329}{100.000} = \dots\dots\dots$

viii. $\frac{7634978}{1.000.000} = \dots\dots\dots$

3. Να γράψετε τους παρακάτω δεκαδικούς αριθμούς ως δεκαδικά κλάσματα

i. $0,003 = \dots\dots\dots$

v. $5,6003 = \dots\dots\dots$

ii. $3,211 = \dots\dots\dots$

vi. $12,3432234 = \dots\dots\dots$

iii. $31,3241 = \dots\dots\dots$

vii. $0,549462 = \dots\dots\dots$

iv. $0,34123 = \dots\dots\dots$

viii. $12352479 = \dots\dots\dots$

4. Να γράψετε τα επόμενα κλάσματα ως δεκαδικούς αριθμούς και ως δεκαδικά κλάσματα

i. $\frac{19}{2} = \dots\dots\dots$

v. $\frac{4}{25} = \dots\dots\dots$

ii. $\frac{26}{5} = \dots\dots\dots$

vi. $\frac{19}{50} = \dots\dots\dots$

iii. $\frac{17}{20} = \dots\dots\dots$

vii. $\frac{156}{200} = \dots\dots\dots$

iv. $\frac{20}{25} = \dots\dots\dots$

viii. $\frac{66}{12} = \dots\dots\dots$

5. Να συμπληρώσετε τα κενά με ένα από τα σύμβολα $<$, $=$, $>$

- | | |
|------------------------------|---------------------------------|
| i. $0,05 \dots\dots 0,0004$ | v. $0,8874 \dots\dots 0,75214$ |
| ii. $0,434 \dots\dots 0,406$ | vi. $0,3584 \dots\dots 0,06984$ |
| iii. $3.596\dots\dots 5,001$ | vii. $0,002 \dots\dots 0,02$ |
| iv. $0,985 \dots\dots 0,754$ | viii. $0,1574 \dots\dots 0,163$ |

6. Να στρογγυλοποιήσετε στο πλησιέστερο δέκατο τους αριθμούς

- | | |
|---------------------------|---------------------------|
| i. $4,213 \rightarrow$ | iv. $43,2013 \rightarrow$ |
| ii. $29,267 \rightarrow$ | v. $0,019 \rightarrow$ |
| iii. $5,0213 \rightarrow$ | vi. $0,087 \rightarrow$ |

7. Να στρογγυλοποιήσετε στο πλησιέστερο εκατοστό τους αριθμούς

- | | |
|----------------------------|---------------------------|
| i. $1,3636 \rightarrow$ | iv. $8,41453 \rightarrow$ |
| ii. $2,9063 \rightarrow$ | v. $9,50143 \rightarrow$ |
| iii. $0,40365 \rightarrow$ | vi. $63,320 \rightarrow$ |

8. Να στρογγυλοποιήσετε στο πλησιέστερο χιλιοστό τους αριθμούς

- | | |
|-----------------------------|----------------------------|
| i. $54,55313 \rightarrow$ | iv. $5,67908 \rightarrow$ |
| ii. $25,878213 \rightarrow$ | v. $123,3338 \rightarrow$ |
| iii. $54,00001 \rightarrow$ | vi. $206,1983 \rightarrow$ |

9. Να στρογγυλοποιήσετε στη πλησιέστερη μονάδα τους αριθμούς

- | | |
|---------------------------|----------------------------|
| i. $9,219 \rightarrow$ | iv. $143,653 \rightarrow$ |
| ii. $87,018 \rightarrow$ | v. $13,086 \rightarrow$ |
| iii. $63,923 \rightarrow$ | vi. $198,9013 \rightarrow$ |

3.5 Μονάδες μέτρησης

1. Να μετατρέψετε σε m τα παρακάτω μεγέθη

i. $15\text{cm} = \dots\dots\dots$

iv. $54819\text{mm} = \dots\dots\dots$

ii. $45\text{dm} = \dots\dots\dots$

v. $32\text{km} = \dots\dots\dots$

iii. $3587\text{cm} = \dots\dots\dots$

vi. $67\text{mm} = \dots\dots\dots$

2. Να μετατρέψετε σε dm τα παρακάτω μεγέθη

i. $56\text{m} = \dots\dots\dots$

iv. $56893\text{mm} = \dots\dots\dots$

ii. $765\text{mm} = \dots\dots\dots$

v. $6\text{km} = \dots\dots\dots$

iii. $45\text{cm} = \dots\dots\dots$

vi. $456\text{m} = \dots\dots\dots$

3. Να μετατρέψετε σε cm τα παρακάτω μεγέθη

i. $654\text{mm} = \dots\dots\dots$

iv. $6,98\text{dm} = \dots\dots\dots$

ii. $78\text{m} = \dots\dots\dots$

v. $0,674\text{km} = \dots\dots\dots$

iii. $0,94\text{m} = \dots\dots\dots$

vi. $567\text{mm} = \dots\dots\dots$

4. Να μετατρέψετε σε mm τα παρακάτω μεγέθη

i. $7854\text{m} = \dots\dots\dots$

iv. $0,00987\text{km} = \dots\dots\dots$

ii. $0,8753\text{m} = \dots\dots\dots$

v. $65\text{dm} = \dots\dots\dots$

iii. $77\text{km} = \dots\dots\dots$

vi. $3,83\text{cm} = \dots\dots\dots$

5. Να μετατρέψετε σε km τα παρακάτω μεγέθη

i. $3.587\text{m} = \dots\dots\dots$

iv. $34987\text{mm} = \dots\dots\dots$

ii. $2.498\text{dm} = \dots\dots\dots$

v. $28649\text{cm} = \dots\dots\dots$

iii. $690\text{m} = \dots\dots\dots$

vi. $7653098\text{mm} = \dots\dots\dots$

6. Να υπολογίσετε τα παρακάτω αθροίσματα

i. $34\text{dm} + 345\text{mm} + 2,3\text{m} + 0,005\text{km} = \dots\dots\dots =$
 $= \dots\dots\dots$

ii. $135m + 11264dm + 12663cm + 1087342m = \dots\dots\dots =$
 $=\dots\dots\dots$

7. Ένας ξυλουργός έχει τρεις 4 σανίδες ξύλο. Η πρώτη έχει μήκος 5m η δεύτερη 2m λιγότερο από την πρώτη η Τρίτη 1,5m περισσότερα από την πρώτη και η τέταρτη 850cm περισσότερα από την πρώτη.

- i. Να βρείτε τα μήκη της δεύτερης της τρίτης και της τέταρτης σανίδας
- ii. Να βρείτε το συνολικό μήκος που έχουν όλες οι σανίδες

Λύση

.....

.....

.....

.....

.....

.....

8. Ένα χωράφι έχει σχήμα ορθογωνίου με μήκος 2356 dm και πλάτος 27m.

- i. Θέλουμε να περιφράξουμε το χωράφι με συρματοπλέγμα που κοστίζει 7 ευρώ το μέτρο. Να βρείτε πόσα χρήματα θα πληρώσουμε για την περίφραξη.
- ii. Να βρείτε το εμβαδόν του χωραφιού και την αξία του αν γνωρίζουμε ότι το $1m^2$ έχει αξία 25 ευρώ.

Λύση

.....

.....

.....

.....

.....

.....

9. Να μετατρέψετε σε m^2 τα παρακάτω μεγέθη

i. $45cm^2 = \dots \dots \dots$

iv. $670932mm^2 = \dots \dots \dots$

ii. $657 dm^2 = \dots \dots \dots$

v. $32km^2 = \dots \dots \dots$

iii. $23.456 mm^2 = \dots \dots \dots$

vi. $691 mm^2 = \dots \dots \dots$

10. Να μετατρέψετε σε cm^2 τα παρακάτω μεγέθη

i. $53m^2 = \dots \dots \dots$

iv. $5467782 mm^2 = \dots \dots \dots$

ii. $426 dm^2 = \dots \dots \dots$

v. $41 km^2 = \dots \dots \dots$

iii. $23,234 mm^2 = \dots \dots \dots$

vi. $235 mm^2 = \dots \dots \dots$

11. Να μετατρέψετε σε mm^2 τα παρακάτω μεγέθη

i. $23,43m^2 = \dots \dots \dots$

iv. $473 m^2 = \dots \dots \dots$

ii. $0,34 dm^2 = \dots \dots \dots$

v. $5,13 km^2 = \dots \dots \dots$

iii. $0,65 m^2 = \dots \dots \dots$

12. Να μετατρέψετε σε dm^2 τα παρακάτω μεγέθη

i. $4598m^2 = \dots \dots \dots$

iv. $67300 mm^2 = \dots \dots \dots$

ii. $0,14 m^2 = \dots \dots \dots$

v. $4,4 km^2 = \dots \dots \dots$

iii. $5400 cm^2 = \dots \dots \dots$

vi. $3421 cm^2 = \dots \dots \dots$

13. Να βρείτε τα παρακάτω αθροίσματα

i. $54dm^2 + 53.000cm^2 = \dots \dots \dots =$
 $= \dots \dots \dots$

ii. $2,78dm^2 + 6.800mm^2 = \dots \dots \dots$
 $= \dots \dots \dots$

14. Να βρείτε τα παρακάτω αθροίσματα σε m^2

i. $3,15 \text{ στέρμματα} + 0,0876km^2 = \dots \dots \dots$
 $= \dots \dots \dots$

ii. $0,0387 \text{ στρέμματα} + 670dm^2 = \dots \dots \dots$

=... ..

15. Η επιφάνεια της Ελλάδας είναι $131.941 km^2$. Να υπολογίσετε την επιφάνεια της Ελλάδας σε

i. m^2

ii. στρέμματα

Λύση

.....

16. Ένα χαλί σχήματος ορθογωνίου πουλήθηκε προς 150 ευρώ ο m^2 . Αν κάποιος το αγόρασε με 2100 ευρώ να βρείτε πόσα τετραγωνικά μέτρα είναι το χαλί;

Λύση

.....

17. Να μετατρέψετε σε m^3 τα παρακάτω μεγέθη

i. $45000 cm^3 = \dots \dots \dots$

iv. $341.8340 mm^3 = \dots \dots \dots$

ii. $9830 dm^3 = \dots \dots \dots$

v. $85349 lt = \dots \dots \dots$

iii. $65.3230 mm^3 = \dots \dots \dots$

vi. $87504 ml = \dots \dots \dots$

18. Να μετατρέψετε σε cm^3 τα παρακάτω μεγέθη

i. $1087 m^3 = \dots \dots \dots$

iv. $458210 mm^3 = \dots \dots \dots$

ii. $580 lt = \dots \dots \dots$

v. $42 lt = \dots \dots \dots$

iii. $34.145 mm^3 = \dots \dots \dots$

vi. $5622 mm^3 = \dots \dots \dots$

19. Να μετατρέψετε σε dm^3 τα παρακάτω μεγέθη

i. $3112 m^3 = \dots \dots \dots$

iii. $1200 cm^3 = \dots \dots \dots$

ii. $0,84 m^3 = \dots \dots \dots$

iv. $45212 mm^3 = \dots \dots \dots$

v. $0,12 \text{ mm}^3 = \dots \dots \dots$

20. Να μετατρέψετε τις παρακάτω μάζες σε Kg

i. $5000\text{g} = \dots \dots \dots$

iv. $5760\text{g} = \dots \dots \dots$

ii. $650\text{g} = \dots \dots \dots$

v. $5.987.200\text{mg} = \dots \dots \dots$

iii. $906\text{g} = \dots \dots \dots$

21. Να μετατρέψεις σε g τις παρακάτω μάζες

i. $4,156\text{kg} = \dots \dots \dots$

iv. $3,345\text{kg} = \dots \dots \dots$

ii. $2,34\text{kg} = \dots \dots \dots$

v. $765\text{mg} = \dots \dots \dots$

iii. $0,567\text{kg} = \dots \dots \dots$

vi. $0,005\text{kg} = \dots \dots \dots$

22. Οι μαθητές της Α΄ Γυμνασίου πήγαν εκδρομή. Έφυγαν από το σχολείο στις 8:25 και επέστρεψαν μετά από 5h και 25min. Τι ώρα επέστρεψαν;

Λύση

.....

.....

.....

=

23. Σε ένα τουρνουά τένις έγιναν τρεις αγώνες που διήρκησαν 2h και 6min ο πρώτος , 3h και 16min ο δεύτερος και 1h και 27min ο τρίτος. Αν οι αγώνες ξεκίνησαν στις 2:45 και ανάμεσα σε κάθε αγώνα υπήρχε διακοπή 10min να βρείτε τι ώρα τελείωσαν οι αγώνες;

Λύση

.....

.....

.....

.....

.....

.....

24. Σε ένα ζαχαροπλαστείο ο Γιώργος αγόρασε 3 είδη γλυκών και πήρε 350g από το πρώτο είδος 674g από το δεύτερο είδος και 550 από το τρίτο είδος; Ποια είναι η συνολική ποσότητα γλυκών σε g και σε kg που αγόρασε ο Γιώργος;

Λύση

.....
.....
.....
.....
.....
.....

25. Να βρείτε πόσα min και πόσα sec έχουν οι παρακάτω ώρες

i. $4h = \dots \dots \dots$

ii. $9h = \dots \dots \dots$

iii. $2,5h = \dots \dots \dots$

iv. $\frac{1}{4}h = \dots \dots \dots$

v. $3\frac{1}{2}h = \dots \dots \dots$

4.1 Η έννοια ης εξίσωσης – Οι εξισώσεις $a + x = \beta$, $x - \alpha = \beta$,

$$a - x = \beta , a \cdot x = \beta , \alpha : x = \beta , x : \alpha = \beta$$

1. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις

i. $x + x + x + x = \dots \dots \dots$

iii. $\beta + \beta + \beta + \beta + \alpha + \alpha = \dots \dots \dots$

ii. $a + a + x + x + x = \dots \dots \dots$

iv. $a + a + 4 + 6 + 3 = \dots \dots \dots$

2. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις

i. $3x + 3x = \dots \dots \dots$

ii. $6x + x + 2x = \dots \dots \dots$

iii. $3x + 2x + 8x + 5 + 2a + 7a + 8 = \dots \dots \dots$

iv. $3x + 7x + 2x + 9a + 6a + 2a = \dots \dots \dots$

3. Να λύσετε τις εξισώσεις

i. $5 + x = 6$ ή

..... ή

.....

iii. $4 + x = 43$ ή

..... ή

.....

ii. $9 + x = 18$ ή

..... ή

.....

iv. $34 + x = 76$

..... ή

.....

4. Να λύσετε τις εξισώσεις

i. $12 - x = 5$ ή

..... ή

.....

iii. $44 - x = 32$ ή

..... ή

.....

ii. $18 - x = 13$ ή

..... ή

.....

iv. $43 - x = 2$ ή

..... ή

.....

5. Να λύσετε τις εξισώσεις

i. $x - 4 = 8$

..... ή

.....

ii. $x - 3 = 23$ ή

..... ή

.....

iii. $x - 34 = 88$ ή

..... ή

.....

iv. $x - 76 = 234$ ή

..... ή

.....

6. Να λύσετε τις εξισώσεις

i. $5 \cdot x = 95$ ή

..... ή

.....

ii. $3 \cdot x = 45$ ή

..... ή

.....

iii. $7 \cdot x = 77$ ή

..... ή

.....

iv. $13 \cdot x = 52$ ή

..... ή

.....

7. Να λύσετε τις εξισώσεις

i. $8 : x = 4$ ή

..... ή

.....

ii. $18 : x = 1$ ή

..... ή

.....

iii. $42 : x = 7$ ή

..... ή

.....

iv. $24 : x = 8$ ή

..... ή

.....

8. Να λύσετε τις εξισώσεις

i. $x : 4 = 6$ ή

..... ή

.....

ii. $x : 3 = 18$ ή

..... ή

.....

iii. $x:9 = 34$ ή

..... ή

.....

iv. $x:18 = 44$ ή

..... ή

.....

9. Να λύσετε τις εξισώσεις

i. $\frac{12}{7} + x = \frac{25}{7}$ ή

..... ή

.....

iii. $\frac{12}{13} - x = 1$ ή

..... ή

.....

ii. $\frac{19}{6} + x = \frac{24}{6}$ ή

..... ή

.....

i. $\frac{1}{3} + x = \frac{25}{4}$ ή

..... ή

.....

10. Να λύσετε τις εξισώσεις

i. $\frac{14}{3} \cdot x = \frac{25}{2}$ ή

..... ή

..... ή

.....

iii. $\frac{2}{3} \cdot x = \frac{5}{9}$ ή

..... ή

..... ή

.....

ii. $\frac{2}{5} \cdot x = \frac{5}{4}$ ή

..... ή

..... ή

.....

iv. $\frac{2}{5} : x = \frac{8}{10}$ ή

..... ή

..... ή

.....

11. Να λύσετε τις εξισώσεις

i. $(3 + 7) + x = 64$

..... ή

..... ή

.....

ii. $(5 + 6) + x = 19 + 3$ ή

..... ή

..... ή

.....

iii. $(4 + 7) + x = 98$

..... ή

..... ή

.....

iv. $(3 \cdot 6) + x = 36$ ή

..... ή

..... ή

.....

12. Να λύσετε τις εξισώσεις

i. $(5 \cdot 3 - 10) \cdot x = 35$ ή

..... ή

..... ή

.....

ii. $(6 + 7) \cdot x = 39$

..... ή

..... ή

.....

iii. $(3^2 + 1) \cdot x = 90$

..... ή

..... ή

.....

iv. $(2^3 + 4 + 3 \cdot 5) \cdot x = 27$

..... ή

..... ή

.....

13. Να εξετάσετε ποιες από τις παρακάτω εξισώσεις είναι αδύνατες και ποιες αόριστες.

i. $0 \cdot x = 0 \rightarrow \dots\dots\dots$

ii. $0 \cdot x = 15 \rightarrow \dots\dots\dots$

iii. $0 = 0 \cdot x \rightarrow \dots\dots\dots$

iv. $0 \cdot x = 9 \cdot 0 \rightarrow \dots\dots\dots$

14. Να λύσετε τις εξισώσεις

i. $3 \cdot x + 6 = 30$ ή

..... ή

.....

ii. $9 \cdot x - 5 = 68$ ή

..... ή

.....

iii. $8 + 4 \cdot x = 32$ ή

..... ή

.....

iv. $x:2 + 18 = 41$ ή

..... ή

.....

4.3 Παραδείγματα επίλυσης προβλημάτων

1. Ο Γιάννης είχε στο κουμπαρά του x €. Πήρε 29€ και του έμειναν 85€. Να βρείτε το x με την βοήθεια εξίσωσης

Λύση

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. Ο Γιώργος αγόρασε x πένες αξίας 4€ η κάθε μια. Αν πλήρωσε συνολικά 32€ να βρείτε με την βοήθεια μιας εξίσωσης το x .

Λύση

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. Ο Παύλος έχει 5 χαρτονομίσματα των 5€ και x χαρτονομίσματα των 10€. Αν συνολικά έχει 95€ να βρείτε το x με την βοήθεια εξίσωσης.

Λύση

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. Η Αγνή είχε x λουλούδια και τα μοίρασε εξίσου σε 12 βάζα. Αν κάθε βάζο είχε 6 λουλούδια να βρείτε το x με την βοήθεια εξίσωσης.

Λύση

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. Ο Γιώργος είναι 30 χρόνια μικρότερος από τον Πατέρα του. Αν ο πατέρας του είναι 42 χρονών να βρείτε με την βοήθεια εξίσωσης την ηλικία του Γιώργου.

Λύση

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6. Ένας πατέρας ταξίδεψε με τον γιο του με τρένο και πλήρωσαν για τα εισιτήρια τους 120€. Το εισιτήριο του γιού κόστιζε το μισό του πατέρα. Να βρείτε πόσο κόστιζε το κάθε εισιτήριο;

Λύση

.....

.....

.....

.....

.....

.....

7. Να βρείτε 3 διαδοχικούς φυσικούς με άθροισμα 39

Λύση

.....

.....

.....

.....

.....

.....

8. Ο Γιάννης είχε x €, ο Παναγιώτης είχε τα διπλάσια από τον Γιάννη και η Ελένη 10 € παραπάνω από τον Γιάννη. Αν συνολικά είχαν 82 € πόσα είχε ο κάθε ένας;

Λύση

.....

.....

.....

.....

.....

.....

9. Ο Γιάννης είχε x €, ο Παναγιώτης είχε τα διπλάσια από τον Γιάννη και 10 € ακόμα και η Ελένη $\frac{1}{2}$ των χρημάτων του Γιάννη. Αν συνολικά είχαν 185 € πόσα είχε ο κάθε ένας;

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5.1 Ποσοστά

1. Να μετατρέψετε τα παρακάτω % σε δεκαδικά κλάσματα

i. $15\% = \dots$

iv. $200\% = \dots$

ii. $22\% = \dots$

v. $19,5\% = \dots$

iii. $46\% = \dots$

vi. $141,5\% = \dots$

2. Να μετατρέψετε τα παρακάτω % σε δεκαδικούς αριθμούς

i. $9\% = \dots$

iv. $43,65\% = \dots$

ii. $34\% = \dots$

v. $1.982\% = \dots$

iii. $1,459\% = \dots$

vi. $587,75\% = \dots$

3. Να μετατρέψετε σε ποσοστά % τους παρακάτω δεκαδικούς αριθμούς

i. $0,4 = \dots$

iv. $33,562 = \dots$

ii. $0,56 = \dots$

v. $0,88 = \dots$

iii. $1,76 = \dots$

vi. $0,871 = \dots$

4. Να μετατρέψετε σε % τα παρακάτω κλάσματα

i. $\frac{1}{4} = \dots$

iv. $\frac{3}{5} = \dots$

ii. $\frac{5}{8} = \dots$

v. $\frac{4}{25} = \dots$

iii. $\frac{3}{10} = \dots$

vi. $\frac{65}{1000} = \dots$

5. Να μετατρέψετε τα παρακάτω ‰ σε δεκαδικά κλάσματα και στη συνέχεια σε %

i. $12\text{‰} = \dots$

ii. $450\text{‰} = \dots$

iii. $610\text{‰} = \dots$

iv. $2240\text{‰} = \dots$

v. $65,5\text{‰} = \dots$

vi. $116,5\% = \dots$

6. Να μετατρέψετε σε ποσοστά % τους παρακάτω δεκαδικούς αριθμούς

i. 0,332

ii. 0,213

iii. 1,324

iv. 55,125

v. 0,99

vi. 0,023

7. Να μετατρέψετε σε % τα παρακάτω κλάσματα

i. $\frac{1}{400} = \dots$

ii. $\frac{1}{8} = \dots$

iii. $\frac{1}{4} = \dots$

iv. $\frac{30}{50} = \dots$

v. $\frac{6}{25} = \dots$

vi. $\frac{16}{1000} = \dots$

8. Να υπολογίσετε

i. Το 50% του 50 = =

ii. Το 25% ου 60 = =

iii. Το 20% του 400 = =

iv. Το 12% του 80 = =

v. Το 5% του 45 = =

9. Να υπολογίσετε

- i. Πόσο θα γίνει ο αριθμός 30 , αν αυξηθεί κατά 10%

.....

- ii. Πόσο θα γίνει ο αριθμός 44 , αν αυξηθεί κατά 10%

.....

- iii. Πόσο θα γίνει ο αριθμός 60 , αν αυξηθεί κατά 30%

.....

10. Να υπολογίσετε

- i. Πόσο θα γίνει ο αριθμός 40 , αν μειωθεί κατά 10%

.....

- ii. Πόσο θα γίνει ο αριθμός 50 , αν μειωθεί κατά 10%

.....

- iii. Πόσο θα γίνει ο αριθμός 70 , αν μειωθεί κατά 20%

.....

11. Να βρείτε

- i. Ποιος αριθμός αν αυξηθεί κατά 20% θα γίνει 24

.....

- ii. Ποιος αριθμός αν μειωθεί κατά 30% θα γίνει 28

.....

- iii. Ποιος αριθμός αν αυξηθεί κατά 40% θα γίνει 280

.....

12. Σε έναν αγώνα μπάσκετ ένας αθλητής έριξε 10 τρίποντα με ποσοστό ευστοχίας 50% , 20 δίποντα με ποσοστό ευστοχίας 60% και 20 ελεύθερες βολές με ποσοστό ευστοχίας 80%. Πόσους πόντους έβαλε ο αθλητής;

Λύση

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5.2 Προβλήματα με ποσοστά

1. Σε ένα προϊόν αξίας 80€ γίνεται έκπτωση 30%

- i. Πόσα € είναι η έκπτωση;
- ii. Ποια θα είναι η τελική τιμή του προϊόντος;

Λύση

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. Ένα βιντεοπαιχνίδι κοστίζει 4000€ και πωλείται με έκπτωση 20%. Ποια είναι η τιμή του βιντεοπαιχνιδιού;

Λύση

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. Σε μια μπλούζα αρχικής αξίας 80€ γίνεται έκπτωση 25%. Πόσα € είναι η έκπτωση και πόσα € κοστίζει η μπλούζα;

Λύση

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. Μια κουζίνα κόστιζε 700€ . Κάποιος την αγόρασε με έκπτωση και έδωσε 560€. Ποιο είναι το ποσοστό της έκπτωσης που έγινε στην κουζίνα;

Λύση

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. Μια τηλεόραση αξίας 300€ έχει Φ.Π.Α 23%. . Πόσα χρήματα θα πληρώσουμε για να αγοράσουμε την τηλεόραση;

Λύση

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6. Ένα ποσό 4.500€ κατατέθηκε σε τράπεζα σε κλειστό λογαριασμό για 2 χρόνια με επιτόκιο 2% τον χρόνο. Να βρείτε

Νέο Φροντιστήριο

- i. Τον τόκο μετά από 1 χρόνο
- ii. Το κεφάλαιο μετά από 1 χρόνο
- iii. Τον τόκο μετά από 2 χρόνια
- iv. Το συνολικό κεφάλαιο μετά από 2 χρόνια.

Λύση

.....

.....

.....

.....

.....

.....

7. Η τιμή μιας μετοχής την Δευτέρα στο χρηματιστήριο ήταν 15€. Την Τρίτη η τιμή αυξήθηκε κατά 4%. Την Τετάρτη η τιμή αυξήθηκε κατά 2% , την Πέμπτη μειώθηκε κατά 5% και την Παρασκευή αυξήθηκε κατά 4%. Ποια είναι η τιμή της μετοχής στο τέλος της εβδομάδας;

Λύση

.....

.....

.....

.....

.....

7.1 Θετικοί και αρνητικοί αριθμοί (Ρητοί αριθμοί) – Η ευθεία των ρητών – Τετμημένη σημείου.

1. Δίνονται οι αριθμοί -5 , $+\frac{1}{5}$, -11 , $-2,5$, 67 , $+\frac{2}{13}$, $+11,6$, 0 . Να βρείτε ποιοι από αυτούς είναι:

- i. Θετικοί $\rightarrow$
- ii. Αρνητικοί $\rightarrow$
- iii. Φυσικοί $\rightarrow$
- iv. Ακέραιοι $\rightarrow$
- v. Ρητοί $\rightarrow$

2. Δίνονται οι αριθμοί $+5$, $-6,2$, $\frac{15}{4}$, $-\frac{8}{10}$, $-8,6$. Να βρείτε ποιοι από αυτούς είναι:

- i. Ομόσημοι με το $-12 \rightarrow$
- ii. Ομόσημοι με το $\frac{2}{9} \rightarrow$
- iii. Ετερόσημοι με το $-3,6 \rightarrow$
- iv. Ετερόσημοι με το $+19 \rightarrow$

3. Να εκφράσετε με ρητούς αριθμούς τις εκφράσεις

- i. Θερμοκρασία 20°C κάτω από το μηδέν
.....
- ii. Θερμοκρασία 12°C πάνω από το μηδέν
.....
- iii. Αύξηση της τιμής ενός προϊόντος κατά 54%
.....
- iv. Μείωση της τιμής ενός προϊόντος κατά 6%
.....
- v. Το υψόμετρο μιας περιοχής κάτω από την επιφάνεια της θάλασσας κατά 15m

.....

4. Να τοποθετήσετε σε άξονα ρητών αριθμών τους αριθμούς: $+6, -7, 0, 3, -2, 4, -5$
5. Να τοποθετήσετε σε άξονα ρητών αριθμών τους αριθμούς: $+\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}, 0, 2, -1, 3, -\frac{4}{8}, -\frac{10}{4}$
6. Το σημείο Α έχει τετμημένη -6 και το σημείο Β έχει τετμημένη $+5$. Να βρείτε
- i. Το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ
 - ii. Την τετμημένη του μέσου Μ του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ
 - iii. Την τετμημένη Δ του συμμετρικού του σημείου Α ως προς την αρχή του άξονα.
 - iv. Την τετμημένη Ε του συμμετρικού του σημείου Β ως προς την αρχή του άξονα.
 - v. Την τετμημένη Ν του συμμετρικού του σημείου Μ ως προς την αρχή του άξονα.

Λύση

.....

.....

.....

.....

.....

.....

7.2 Απόλυτη τιμή ρητού – Αντίθετοι ρητοί – Σύγκριση ρητών

1. Να βρείτε τους αντίθετους των παρακάτω αριθμών

i. $+8 \rightarrow \dots\dots\dots$

v. $\frac{1}{5} \rightarrow \dots\dots\dots$

ii. $4,2 \rightarrow \dots\dots\dots$

vi. $-76 \rightarrow \dots\dots\dots$

iii. $-75 \rightarrow \dots\dots\dots$

vii. $-45 \rightarrow \dots\dots\dots$

iv. $-\frac{15}{4} \rightarrow \dots\dots\dots$

2. Να βρείτε τις παρακάτω απόλυτες τιμές

i. $|+6| = \dots\dots\dots$

iv. $\left|\frac{7}{9}\right| = \dots\dots\dots$

ii. $|-13| = \dots\dots\dots$

v. $|-87| = \dots\dots\dots$

iii. $\left|-\frac{2}{3}\right| = \dots\dots\dots$

vi. $|-34| = \dots\dots\dots$

3. Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων

i. $|6| + |-8| = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

ii. $|-7| + |-7| = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

iii. $|-5| - |5| = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

iv. $|+16| - |-37| = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

v. $|68| - |+91| = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

vi. $|+136| + |-34| = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

4. Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων

i. $\left|\frac{3}{2}\right| + \left|-\frac{5}{2}\right| = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

ii. $\left|-\frac{8}{3}\right| + \left|-\frac{15}{3}\right| = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

iii. $\left|-\frac{9}{5}\right| - |-1| = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

iv. $\left|-\frac{19}{7}\right| - \left|\frac{5}{7}\right| = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

5. Να βρείτε την απόσταση από την αρχή Ο του άξονα των αριθμών με τετμημένες

i. $+4,3 \rightarrow \dots\dots\dots$

iii. $-0,2 \rightarrow \dots\dots\dots$

ii. $+9 \rightarrow \dots\dots\dots$

iv. $-8 \rightarrow \dots\dots\dots$

6. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα

α	16		-5		2,9
$-\alpha$		33		-8	
$ \alpha $					
$- \alpha $					
$ - \alpha $					
$-(-\alpha)$					

7. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα

α	$\frac{2}{9}$		$-\frac{3}{4}$		0
$-\alpha$		-5,2		-14,1	
$ \alpha $					
$- \alpha $					
$ - \alpha $					
$-(-\alpha)$					

8. Να βρείτε τους αριθμούς που έχουν απόλυτη τιμή ίση με

i. $16 \rightarrow \dots\dots\dots$

ii. $+5,9 \rightarrow \dots\dots\dots$

iii. $-8 \rightarrow \dots\dots\dots$

iv. $0 \rightarrow \dots\dots\dots$

9. Να συγκρίνετε τους επόμενους αριθμούς τοποθετώντας τα κατάλληλα σύμβολα (< , = , >)

i. $15 \dots \dots +31$

vi. $0 \dots \dots -63$

ii. $-53 \dots \dots -39$

vii. $-355 \dots \dots +361$

iii. $0 \dots \dots +35$

viii. $-152 \dots \dots 143$

iv. $-1255 \dots \dots -1253$

ix. $0 \dots \dots +144$

v. $+523 \dots \dots +122$

x. $-54,15 \dots \dots -55,21$

10. Να συγκρίνετε τους επόμενους αριθμούς τοποθετώντας τα κατάλληλα σύμβολα (< , = , >)

i. $+\frac{1}{6} \dots \dots +2$

iv. $-\frac{12}{3} \dots \dots +\frac{11}{2}$

ii. $-\frac{5}{2} \dots \dots -2$

v. $0 \dots \dots \frac{5}{3}$

iii. $-\frac{1}{2} \dots \dots -\frac{4}{5}$

11. Να συγκρίνετε τους επόμενους αριθμούς τοποθετώντας τα κατάλληλα σύμβολα (< , = , >)

i. $|8| \dots \dots -8$

vii. $-|+85| \dots \dots |-85|$

ii. $|+19| \dots \dots |-19|$

viii. $-|-23| \dots \dots -|+23|$

iii. $-|-24| \dots \dots +24$

ix. $\frac{2}{3} \dots \dots \left| -\frac{6}{9} \right|$

iv. $|-142| \dots \dots -(-142)$

x. $\left| -\frac{3}{7} \right| \dots \dots \left| \frac{7}{3} \right|$

v. $|0| \dots \dots 0$

vi. $-|-66| \dots \dots -66$

12. Να γράψετε σε αύξουσα σειρά τους αριθμούς

$$11, -32,5, -42, -35, 0, -41, 34,1, 8, -25$$

.....

13. Να γράψετε σε φθίνουσα σειρά τους αριθμούς

$$|-5|, -\left| \frac{8}{2} \right|, -9, 0, -1, |-3|, \left| \frac{9}{3} \right|, 12, 6$$

.....

7.3 Πρόσθεση ρητών αριθμών

1. Να υπολογίσετε τα παρακάτω αθροίσματα

i. $(+8) + (+12) = \dots\dots\dots$

i. $(-32) + (-41) = \dots\dots\dots$

ii. $(-15) + (+45) = \dots\dots\dots$

iii. $(-38) + (+46) = \dots\dots\dots$

iv. $(+76) + (-54) = \dots\dots\dots$

2. Να υπολογίσετε τα παρακάτω αθροίσματα

i. $(+61) + (-61) = \dots\dots\dots$

ii. $(+67) + 0 = \dots\dots\dots$

iii. $0 + (-43) = \dots\dots\dots$

iv. $(-81) + (-81) = \dots\dots\dots$

v. $(-125) + (+125) = \dots\dots\dots$

3. Να υπολογίσετε τα παρακάτω αθροίσματα

i. $(+5,1) + (+11,9) = \dots\dots\dots$

ii. $(-51,2) + (-6,9) = \dots\dots\dots$

iii. $(-9,9) + (+2,9) = \dots\dots\dots$

iv. $(+9,1) + (-15,1) = \dots\dots\dots$

v. $(-31,7) + (-51,3) = \dots\dots\dots$

4. Να υπολογίσετε τα παρακάτω αθροίσματα

i. $\left(+\frac{3}{7}\right) + (-5) = \dots\dots\dots$

ii. $\frac{8}{3} + (-6) = \dots\dots\dots$

iii. $\left(+\frac{1}{3}\right) + \left(-\frac{5}{2}\right) = \dots\dots\dots$

iv. $\left(-\frac{2}{7}\right) + \left(-\frac{4}{7}\right) = \dots\dots\dots$

v. $\left(-\frac{5}{9}\right) + \left(-\frac{6}{7}\right) = \dots\dots\dots$

5. Να υπολογίσετε τα αθροίσματα

i. $(+6) + (+19) + (-72) = \dots\dots\dots$

ii. $(-9) + (+6) + (+16) = \dots\dots\dots$

iii. $(-45) + (+61) + (-85) = \dots\dots\dots$

iv. $(-13) + (+6) + (-112) = \dots\dots\dots$

v. $(-43) + (-91) + 52 = \dots\dots\dots$

6. Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων

i. $||+25| + (-53)| = \dots\dots\dots$

ii. $|(-7) + (-5) + (+8) + 24| = \dots\dots\dots$

iii. $(-9) + |-11| = \dots\dots\dots$

iv. $+|-16| + |-7| = \dots\dots\dots$

v. $-|-19| + (-|-21|) = \dots\dots\dots$

7. Να συμπληρώσετε τα επόμενα κενά με το κατάλληλο πρόσημο ώστε να προκύψουν σωστές ισότητες.

i. $(\dots 3) + (\dots 9) = -12$

vi. $(-9) + (\dots) = -1$

ii. $(\dots 14) + (\dots 12) = -2$

vii. $(+8) + (\dots) = -5$

iii. $(\dots 5) + (\dots 11) = +16$

viii. $(\dots) + (-15) = -18$

iv. $(\dots 5) + (\dots 20) = -15$

ix. $(\dots) + (-3) = +5$

v. $(\dots 12) + (\dots 31) = +19$

x. $(\dots) + (+12) = -16$

8. Να υπολογίσετε τα αθροίσματα

i. $(+3,5) + (+3,2) + (-1,6) = \dots\dots\dots$

ii. $(-2,3) + (-6,7) + (+13) = \dots\dots\dots$

iii. $\left(-\frac{3}{5}\right) + \left(-\frac{3}{4}\right) + \left(-\frac{2}{3}\right) = \dots\dots\dots$

iv. $\left(+\frac{6}{10}\right) + \left(+\frac{3}{10}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right) = \dots\dots\dots$

7.4 Αφαίρεση ρητών αριθμών

1. Να υπολογίσετε τις παρακάτω διαφορές

i. $(+31) - (+19) = \dots\dots\dots$

ii. $(-51) - (-34) = \dots\dots\dots$

iii. $(-16) - (+18) = \dots\dots\dots$

iv. $(-41) - (+53) = \dots\dots\dots$

v. $(+84) - (-97) = \dots\dots\dots$

2. Να υπολογίσετε τις παρακάτω διαφορές

i. $(+61) - (-61) = \dots\dots\dots$

ii. $(+6) - 0 = \dots\dots\dots$

iii. $0 - (-8) = \dots\dots\dots$

iv. $(-15) - (-15) = \dots\dots\dots$

v. $(-13) - (-13) = \dots\dots\dots$

3. Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων

i. $-8 + 61 = \dots\dots\dots$

ii. $-41 - 93 = \dots\dots\dots$

iii. $-23 - (-32) = \dots\dots\dots$

iv. $41 - 26 = \dots\dots\dots$

v. $124 - 125 = \dots\dots\dots$

4. Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων

i. $-8,1 + 6,3 = \dots\dots\dots$

ii. $-7,5 - 3,6 = \dots\dots\dots$

iii. $-\frac{5}{3} - \frac{8}{5} = \dots\dots\dots$

iv. $\frac{1}{4} - 6 = \dots\dots\dots$

v. $\frac{3}{7} - \left(-\frac{5}{2}\right) = \dots\dots\dots$

vi. $-\frac{2}{7} + \frac{1}{5} = \dots\dots\dots$

5. Να υπολογίσετε τις παρακάτω διαφορές

i. $(+32,1) - (+17,9) = \dots\dots\dots$

ii. $(-15,2) - (-14,9) = \dots\dots\dots$

iii. $(-3,29) - (+56,9) = \dots\dots\dots$

iv. $(-97,63) - (+84,9) = \dots\dots\dots$

v. $(+25,3) - (+24,7) = \dots\dots\dots$

6. Να υπολογίσετε τις παρακάτω διαφορές

i. $\left(+\frac{6}{5}\right) - (-1) = \dots\dots\dots$

ii. $\frac{5}{4} - (-5) = \dots\dots\dots$

iii. $\left(+\frac{6}{2}\right) - \left(-\frac{9}{3}\right) = \dots\dots\dots$

iv. $\left(+\frac{3}{5}\right) - \left(-\frac{7}{4}\right) = \dots\dots\dots$

v. $\left(-\frac{8}{11}\right) - \left(+\frac{4}{5}\right) = \dots\dots\dots$

vi. $\left(-\frac{11}{3}\right) - \left(+\frac{21}{6}\right) = \dots\dots\dots$

7. Να υπολογίσετε τις διαφορές

i. $(+13) - (+19) - (-12) = \dots\dots\dots$

ii. $(-51) - (+38) - (+16) = \dots\dots\dots$

iii. $(-31) - (+81) - (-75) = \dots\dots\dots$

iv. $(+57) - (+42) - (+84) = \dots\dots\dots$

v. $(-43) - (-46) - (-88) = \dots\dots\dots$

vi. $(-34) - (-61) - (+70) = \dots\dots\dots$

8. Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων

i. $-(+15 - 13) - (-18 + 14) = \dots\dots\dots$

ii. $-(+27) - (-23 - 25 + 26) = \dots\dots\dots$

iii. $(+51,6 - 31,1) - (-51,2 + 31,4) = \dots\dots\dots$

iv. $-(+5,21 - 32,24) - (-8,23 + 2,24) = \dots\dots\dots$

9. Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων

i. $-[-(-12 + 15 - 19) - (26 - 25 - 29) + 8 - 3 + 6] = \dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$

ii. $-(-12 - 15) + [-41 + 16 - (14 - 18 + 17)] = \dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$

iii. $15 + \{13 - [26 - (18 - 3)]\} + 5 = \dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$

10. Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων

i. $||+12| - (-12)| = \dots\dots\dots$

ii. $|(-39) - (-34) - (+33) - 30| = \dots\dots\dots$

iii. $(-24) - |-22| = \dots\dots\dots$

iv. $-|-71| - (-|-75|) = \dots\dots\dots$

11. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις

i. $(+31,1) - (+31,9) + (-11,2) = \dots\dots\dots$

ii. $(-55,3) + (-44,7) - (+12) = \dots\dots\dots$

iii. $(-17,23) - (+11,23) + (-22,22) = \dots\dots\dots$

iv. $(-42,6) - (+15,4) + (-31,8) = \dots\dots\dots$

v. $(-19,5) - (-16,9) - (-21,2) = \dots\dots\dots$

vi. $\left(-\frac{3}{5}\right) - \left(+\frac{9}{2}\right) + \left(-\frac{7}{3}\right) = \dots\dots\dots$

7.5 Πολλαπλασιασμός ρητών αριθμών

1. Να υπολογίσετε τα παρακάτω γινόμενα

i. $(+5) \cdot (+8) = \dots\dots\dots$

iv. $(-21) \cdot (+33) = \dots\dots\dots$

ii. $(-7) \cdot (-4) = \dots\dots\dots$

v. $(+54) \cdot (-27) = \dots\dots\dots$

iii. $(-12) \cdot (+15) = \dots\dots\dots$

2. Να υπολογίσετε τα παρακάτω γινόμενα

i. $(+18) \cdot 0 = \dots\dots\dots$

iv. $(-6) \cdot (+6) = \dots\dots\dots$

ii. $0 \cdot (-41) = \dots\dots\dots$

v. $(-7) \cdot (-7) = \dots\dots\dots$

iii. $(+5) \cdot (-5) = \dots\dots\dots$

3. Να υπολογίσετε τα παρακάτω γινόμενα

i. $-5 \cdot 8 = \dots\dots\dots$

iv. $-12 \cdot (-9) = \dots\dots\dots$

ii. $-7 \cdot 9 = \dots\dots\dots$

v. $25 \cdot (-29) = \dots\dots\dots$

iii. $-6 \cdot (-8) = \dots\dots\dots$

4. Να υπολογίσετε τα παρακάτω γινόμενα

i. $-2,1 \cdot 4,3 = \dots\dots\dots$

ii. $-6,5 \cdot (-3,6) = \dots\dots\dots$

iii. $-\frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{9}{2}\right) = \dots\dots\dots$

iv. $\left(-\frac{1}{5}\right) \cdot (-5) = \dots\dots\dots$

v. $\frac{7}{4} \cdot \left(-\frac{4}{7}\right) = \dots\dots\dots$

vi. $\frac{6}{3} \cdot \left(-\frac{5}{2}\right) = \dots\dots\dots$

5. Να υπολογίσετε τα παρακάτω γινόμενα

i. $(-14,2) \cdot (-15,9) = \dots\dots\dots$

Νέο Φροντιστήριο

ii. $(-23,9) \cdot (+16,9) = \dots\dots\dots$

iii. $(+23,1) \cdot (-11,1) = \dots\dots\dots$

iv. $(+13,3) \cdot (+14,7) = \dots\dots\dots$

v. $(+31,1) \cdot (+11,9) = \dots\dots\dots$

6. Να υπολογίσετε τα παρακάτω γινόμενα

i. $\left(+\frac{6}{5}\right) \cdot (-4) = \dots\dots\dots$

ii. $\frac{7}{4} \cdot (-5) = \dots\dots\dots$

iii. $\left(+\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{7}{4}\right) = \dots\dots\dots$

iv. $\left(-\frac{5}{13}\right) \cdot \left(+\frac{4}{5}\right) = \dots\dots\dots$

v. $\left(-\frac{4}{3}\right) \cdot \left(+\frac{2}{7}\right) = \dots\dots\dots$

7. Να υπολογίσετε τα γινόμενα

i. $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = \dots\dots\dots$

ii. $(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = \dots\dots\dots$

iii. $(-2) \cdot (+5) \cdot (-5) = \dots\dots\dots$

iv. $(-4) \cdot (-6) \cdot (-8) = \dots\dots\dots$

v. $(-524) \cdot (+160) \cdot 0 = \dots\dots\dots$

8. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις

i. $(-8,3) + (-2,7) \cdot (+10) = \dots\dots\dots$

ii. $\left(+\frac{4}{3}\right) \cdot (+3) \cdot \left(-\frac{8}{3}\right) = \dots\dots\dots$

iii. $\left(-\frac{5}{9}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = \dots\dots\dots$

iv. $\left(+\frac{2}{10}\right) \cdot \left(+\frac{8}{10}\right) \cdot \left(-\frac{5}{2}\right) = \dots\dots\dots$

v. $(+2,1) \cdot (+2,9) + (-1,2) = \dots\dots\dots$

9. Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων

- i. $-[+3 \cdot (-3)] - (-6 \cdot 4) = \dots\dots\dots$
- ii. $(-1) \cdot (+8) - 2 \cdot (-2 - 7 + 6) = \dots\dots\dots$
- iii. $-(19 - 21) - (-4 \cdot 5 - 6) = \dots\dots\dots$
- iv. $-(-6 \cdot 9) - (5 \cdot 5) = \dots\dots\dots$
- v. $[+4,6 \cdot (-4,1)] - 6 \cdot (-3,2 + 3,4) = \dots\dots\dots$
- vi. $-3 \cdot (+8,1 - 5,4) - 6 \cdot (-7,3 + 5,4) = \dots\dots\dots$

10. Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων

- i. $-\{ -(-3 \cdot 6 - 8) - [2 \cdot (-4)(-7)] + 9 - 5 + 8 \} = \dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$
- ii. $-(-6 - 9) + [-8 + 3 - (5 - 9 + 4)] = \dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$
- iii. $19 + \{ 3 \cdot [16 - 5 \cdot (9 - 6)] \} - 34 = \dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$

11. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα

.	-1	$-\frac{1}{2}$	+10	+3
-5				
$\frac{5}{4}$				
$-\frac{2}{3}$				
0				

12. Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων

- i. $||+5| \cdot (-42)| = \dots\dots\dots$

- ii. $|(-6) \cdot (-5) - (+7) \cdot 10| = \dots\dots\dots$
- iii. $(-9) \cdot |-13| = \dots\dots\dots$
- iv. $-|-5| \cdot (-9) = \dots\dots\dots$
- v. $+|-16| \cdot |-23| = \dots\dots\dots$
- vi. $-|-12| \cdot (-|-12|) = \dots\dots\dots$

13. Να κάνετε τους παρακάτω πολλαπλασιασμούς

- i. $(\alpha - 5) \cdot (\alpha + 5) = \dots\dots\dots$
- ii. $(\alpha - 1) \cdot (\alpha - 1) = \dots\dots\dots$
- iii. $(\alpha + 8) \cdot (\alpha + 8) = \dots\dots\dots$
- iv. $(-\alpha - 2) \cdot (-\alpha + 2) = \dots\dots\dots$
- v. $(\alpha - 4) \cdot (\beta + 2) = \dots\dots\dots$
- vi. $(\alpha - 6) \cdot (\alpha - 3) = \dots\dots\dots$
- vii. $(\alpha + 1) \cdot (\beta + 1) = \dots\dots\dots$
- viii. $(\alpha - 1) \cdot (\beta - 5) = \dots\dots\dots$

7.6 Διαίρεση ρητών αριθμών

1. Να κάνετε τις διαιρέσεις

i. $(+63):(+9) = \dots\dots\dots$

ii. $(-30):(-3) = \dots\dots\dots$

iii. $(-155):(+5) = \dots\dots\dots$

iv. $(-60):(+15) = \dots\dots\dots$

v. $(-88):8 = \dots\dots\dots$

vi. $(-210):(+30) = \dots\dots\dots$

2. Να κάνετε τις διαιρέσεις

i. $(+15):(-1) = \dots\dots\dots$

ii. $0:(+7) = \dots\dots\dots$

iii. $(-16):(+16) = \dots\dots\dots$

iv. $(-7):7 = \dots\dots\dots$

v. $(+8):(8) = \dots\dots\dots$

3. Να κάνετε τις διαιρέσεις

i. $-6,2:2 = \dots\dots\dots$

ii. $-6,4:(-1,6) = \dots\dots\dots$

iii. $+24,8:(-6,2) = \dots\dots\dots$

iv. $-5,2:(-5,2) = \dots\dots\dots$

v. $\left(-\frac{6}{7}\right):\left(-\frac{6}{5}\right) = \dots\dots\dots$

4. Να κάνετε τις διαιρέσεις

i. $\frac{5}{4}:(-6) = \dots\dots\dots$

ii. $\left(+\frac{3}{2}\right):\left(-\frac{8}{3}\right) = \dots\dots\dots$

iii. $\left(-\frac{5}{11}\right) : \left(+\frac{6}{7}\right) = \dots\dots\dots$

iv. $\left(+\frac{7}{5}\right) : (-3) = \dots\dots\dots$

v. $\left(-\frac{5}{3}\right) : \left(+\frac{2}{3}\right) = \dots\dots\dots$

5. Να απλοποιήσετε τα κλάσματα

i. $\frac{-20}{-4} = \dots\dots\dots$

iv. $\frac{-54}{-9} = \dots\dots\dots$

ii. $\frac{-15}{+3} = \dots\dots\dots$

v. $\frac{0}{-7} = \dots\dots\dots$

iii. $\frac{-12}{-1} = \dots\dots\dots$

6. Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων

i. $-[+5 \cdot (-6)] : 15 - (-12 : 4) = \dots\dots\dots$

.....

ii. $(-1) \cdot (+9) : (-9) - 2 : (-8 - 9 + 15) = \dots\dots\dots$

.....

iii. $-(16 - 21) : (-1) - (-5 \cdot 8 - 4) : (-2) = \dots\dots\dots$

.....

iv. $-(-6 \cdot 8) : (-4) - (8 \cdot 6) : 4 = \dots\dots\dots$

.....

v. $-2 \cdot (-3,3 : 1,1) - 25 \cdot (-4,3 + 3,3) = \dots\dots\dots$

.....

7. Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων

i. $-\{-(-25 : 5 - 6) - [8 \cdot (-5) : (-10)] + 4 - 3 + 2\} = \dots\dots\dots$

.....

ii. $-42 : (-2 - 4) + [-4 + 6 - 32 : (9 - 8 + 7)] = \dots\dots\dots$

.....

iii. $+ \{ - [+ (-9)] \} : (-9) = \dots\dots\dots$

.....

8. Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων

i. $| +52 | : (-52) | = \dots\dots\dots$

ii. $| (-12) : (-3) - (+6) : 6 | = \dots\dots\dots$

iii. $+ | -15 | : | -3 | = \dots\dots\dots$

iv. $- | -84 | : (- | -12 |) = \dots\dots\dots$

9. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα κάνοντας της διαίρεση του αριθμού της στήλης δια τον αριθμό της γραμμής όπως στο παράδειγμα.

:	-1	$-\frac{1}{2}$	+4	+6
-6	$(-6) : (-1) = 8$			
$\frac{5}{4}$				
$-\frac{2}{3}$				
0				

10. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις

i. $(-6,5) : (-5) \cdot (+12) = \dots\dots\dots$

ii. $(-9,2) : (+2) \cdot (-2) = \dots\dots\dots$

iii. $\left(-\frac{5}{7}\right) : \left(-\frac{1}{3}\right) : \left(-\frac{2}{3}\right) = \dots\dots\dots$

iv. $\left(+\frac{6}{10}\right) \cdot \left(+\frac{4}{10}\right) : \left(-\frac{3}{100}\right) = \dots\dots\dots$

v. $\left(-\frac{5}{8}\right) \cdot \left(-\frac{3}{3}\right) : \left(+\frac{7}{5}\right) = \dots\dots\dots$

vi. $(+2,1) : (-2,1) \cdot (-6,2) = \dots\dots\dots$

1.1 Σημείο – Ευθύγραμμο τμήμα – Ευθεία - Ημιευθεία – Επίπεδο – Ημιεπίπεδο

1. Να σχεδιάσετε 3 σημεία K , N , M μη συνευθειακά. Να ονομάσετε και να σχεδιάσετε όλα τα ευθύγραμμα τμήματα που δημιουργούνται

Λύση:

2. Να σχεδιάσετε ένα πεντάπλευρο $KLMNP$ και στην συνέχεια να ονομάσετε
- Τις κορυφές του
 - Τις πλευρές του
 - Τις διαγωνίους του.

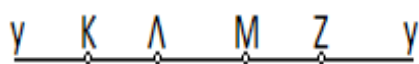
Λύση:

3. Να ονομάσετε όλα τα ευθύγραμμα τμήματα που ορίζονται στο σχήμα



Λύση:

4. Με τη βοήθεια του διπλανού σχήματος

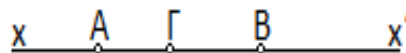


- Να ονομάσετε όλα τα ευθύγραμμα τμήματα που ορίζονται
- Να ονομάσετε όλες τις ημιευθείες που ορίζονται

Λύση:

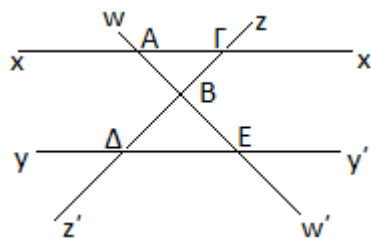
5. Με τη βοήθεια του διπλανού σχήματος

- i. Να ονομάσετε όλα τα ευθύγραμμα τμήματα που ορίζονται
- ii. Να ονομάσετε όλες τις ημιευθείες που ορίζονται
- iii. Ποιες ημιευθείες είναι αντικείμενες;



Λύση:

6. Να γράψετε όλα τα ευθύγραμμα τμήματα, όλες τις ημιευθείες και όλες τις ευθείες που ορίζονται στο διπλανό σχήμα.



Λύση:

1.2 Γωνία – Γραμμή – Επίπεδα σχήματα – Ευθύγραμμα σχήματα –

Ίσα σχήματα

1. Να σχεδιάσετε ένα τρίγωνο ΑΒΓ

- i. Να ονομάσετε τις γωνίες του με τρία γράμματα
- ii. Ποια γωνία περιέχεται μεταξύ των πλευρών ΑΒ και ΑΓ;
- iii. Ποια γωνία βρίσκεται απέναντι από την πλευρά ΒΓ;
- iv. Ποιές γωνίες είναι προσκείμενες στην πλευρά ΑΓ;

Λύση:

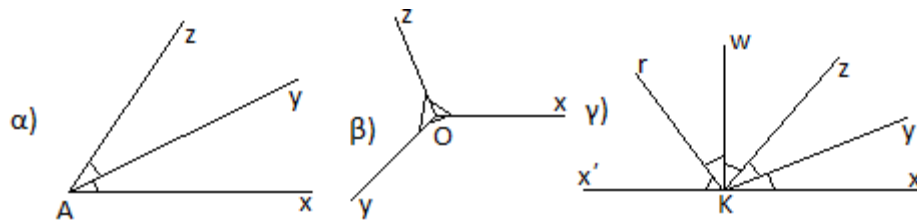
2. Να φτιάξετε ένα τετράπλευρο ΚΛΜΝ και να ονομάσετε με τρία γράμματα όλες τις γωνίες του.

Λύση:

3. Να φτιάξετε ένα πεντάγωνο και να ονομάσετε με τρία γράμματα όλες τις γωνίες του.

Λύση:

4. Να ονομάσετε με τρία γράμματα όλες τις γωνίες των παρακάτω σχημάτων.



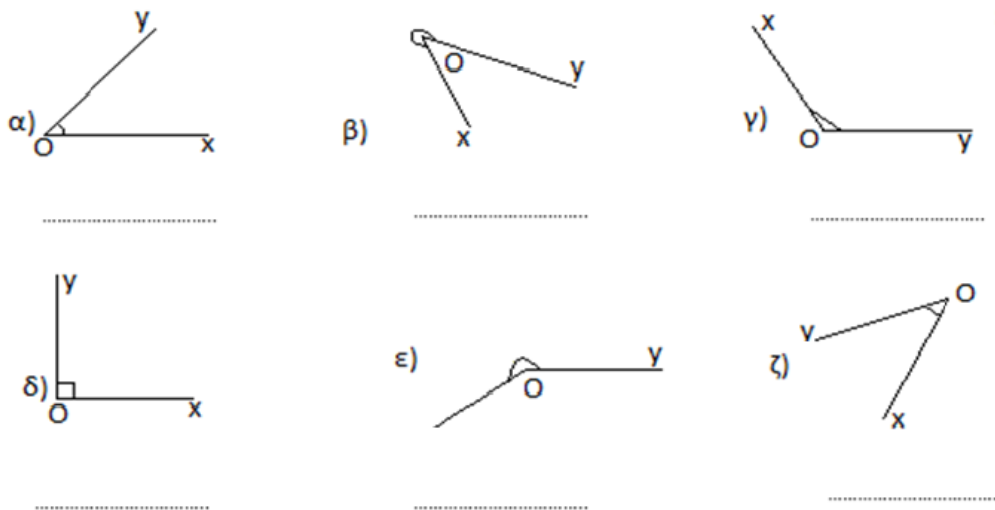
Λύση

Σχήμα α) :

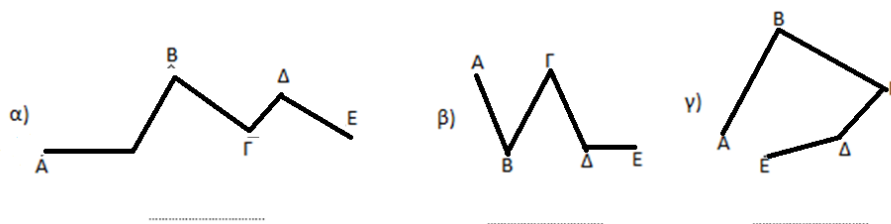
Σχήμα β) :

Σχήμα γ) :

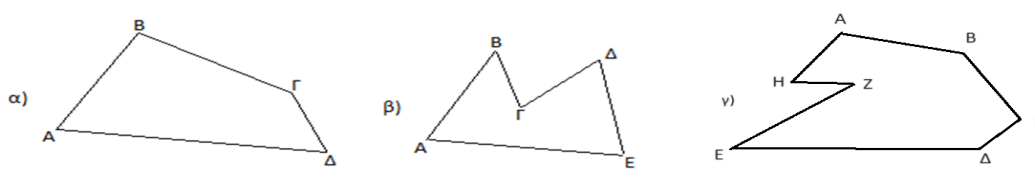
5. Ποιες από τις παρακάτω γωνίες είναι κυρτές και ποιες μη κυρτές;



6. Ποιες από τις παρακάτω τεθλασμένες γραμμές είναι κυρτές και ποιες μη κυρτές;



7. Ποια από τα παρακάτω ευθύγραμμα σχήματα είναι κυρτά και ποια μη κυρτά;



1.3 Μέτρηση , σύγκριση και ισότητα ευθύγραμμων τμημάτων –

Απόσταση σημείων – Μέσο ευθύγραμμου τμήματος .

1. Να μετατρέψετε τα παρακάτω μήκη σε m

- i. 32dm →.....
- ii. 2,6km→.....
- iii. 165cm→.....
- iv. 267dm→.....
- v. 498cm→.....
- vi. 6400mm→.....

2. Να μετατρέψετε τα παρακάτω μήκη σε dm

- i. 65m→.....
- ii. 49cm→.....
- iii. 5km→.....
- iv. 430cm→.....
- v. 8700mm→.....
- vi. 6,6m→.....

3. Να μετατρέψετε τα παρακάτω μήκη σε cm

- i. 4m→.....
- ii. 45dm→.....
- iii. 5,7km→.....
- iv. 0,2m→.....
- v. 87mm→.....
- vi. 840dm→.....

4. Να μετατρέψετε τα παρακάτω μήκη σε mm

- i. 76m→.....
- ii. 2,1dm→.....
- iii. 45cm→.....
- iv. 0,043km→.....
- v. 3,165m→.....
- vi. 23,4dm→.....

5. Να μετατρέψετε τα παρακάτω μήκη σε km

- i. 8700m→.....
- ii. 56.000dm→.....
- iii. 270.000cm→.....
- iv. 984.000mm→.....
- v. 98.000m→.....
- vi. 457.000 dm→.....

6. Οι αριθμοί που εμφανίζονται στον παρακάτω πίνακα είναι τα μήκη των πλευρών ενός πενταγώνου και εμφανίζονται με διαφορετικές μονάδες μέτρησης. Να συμπληρώσετε τον πίνακα και να υπολογίσετε την περίμετρο του πενταγώνου σε cm και m .

	AB	ΒΓ	ΓΔ	ΔΕ	ΑΕ
m				5	
cm	240				
dm			31		
mm					67.100

7. Να φτιάξετε ένα σημείο Α και να βρείτε 3 σημεία που απέχουν από το Α 2,4cm

Λύση:

8. Να σχεδιάσετε ένα πεντάγωνο ΑΒΓΔΕ και να βρείτε τα μέσα των πλευρών του.

Λύση:

9. Πάνω σε μια ευθεία ε να πάрте τρία διαδοχικά σημεία Α , Β , Γ ώστε $AB = 3,8\text{cm}$, $ΒΓ = 4,2\text{cm}$. Να βρείτε το μέσο Μ του τμήματος ΑΓ.

Λύση:

10. Να σχεδιάσετε ένα ευθύγραμμο τμήμα $KL = 4\text{cm}$ και να πάρετε ένα σημείο A που να απέχει από το K 2cm και δεν βρίσκεται πάνω στο τμήμα KL . Στη συνέχεια να βρείτε το μέσο M του KL και να φτιάξετε την ευθεία που διέρχεται από τα σημεία A και M .

11. Κάποιος θέλει να κάνει μια εγκατάσταση κεραίας σε 3 δωμάτια και αγόρασε 3 καλώδια με μήκη $23,5\text{ m}$, 5.500 cm και $0,014\text{km}$. Πόσα μέτρα καλώδιο αγόρασε τελικά;

Λύση:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

12. Κάποιος αγρότης θέλει να περιφράξει το χωράφι του σχήματος ορθογωνίου με συρματόπλεγμα. Το μήκος του ορθογωνίου είναι 234m και το πλάτος του 15.100 cm . Αν αγόρασε 894m συρματόπλεγμα θα του φτάσει για να το περιφράξει όλο; Αν του φτάσει πόσα dm συρματόπλεγμα θα του περισσέψει ή αν δεν του φτάσει πόσα dm συρματόπλεγμα πρέπει να αγοράσει ακόμα;

Λύση:

.....

.....

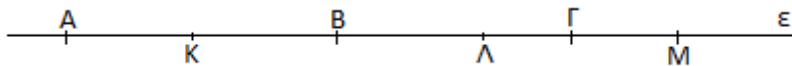
.....

.....

.....

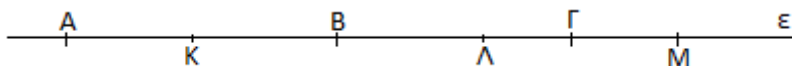
Β 1.4 Πρόσθεση και αφαίρεση ευθύγραμμων τμημάτων

1. Με την βοήθεια του παρακάτω σχήματος να συμπληρώσετε τα κενά



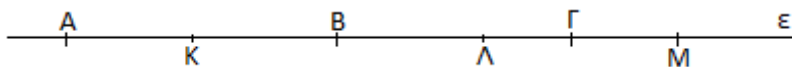
- i. $AB + B\Gamma = \dots \dots$
- ii. $AK + KM = \dots \dots$
- iii. $AB + BM = \dots \dots$
- iv. $AB + B\Gamma + \Gamma M = \dots \dots$
- v. $AK + K\Lambda + \Lambda\Gamma = \dots \dots$
- vi. $B\Gamma + \Gamma M = \dots \dots$
- vii. $KB + B\Lambda + \Lambda\Gamma = \dots \dots$
- viii. $AK + KB + B\Lambda = \dots \dots$

2. Με την βοήθεια του παρακάτω σχήματος να συμπληρώσετε τα κενά



- i. $A\Lambda - AK = \dots \dots$
- ii. $A\Gamma - AB = \dots \dots$
- iii. $B\Gamma - B\Lambda = \dots \dots$
- iv. $KM - K\Lambda = \dots \dots$
- v. $BM - \Lambda\Gamma = \dots \dots$
- vi. $AM - A\Gamma = \dots \dots$

3. Στο παρακάτω σχήμα ισχύει ότι $AK = 3cm$, $KB = 2,5cm$, $B\Lambda = 3,5cm$, $\Lambda\Gamma = 0,8cm$ και $\Gamma M = 2cm$. Να βρείτε τα μήκη των τμημάτων



- i. $A\Lambda = \dots \dots \dots$
- ii. $AM = \dots \dots \dots$
- iii. $B\Gamma = \dots \dots \dots$
- iv. $K\Gamma = \dots \dots \dots$
- v. $BM = \dots \dots \dots$
- vi. $A\Gamma = \dots \dots \dots$
- vii. $KM = \dots \dots \dots$

4. Ένα τετράπλευρο ΑΒΓΔ έχει πλευρές $AB = 2,5cm$, $BΓ = 4dm$,
 $ΓΔ = 0,2m$ και $ΔΑ = 450mm$ να βρείτε την περίμετρο του σε cm και dm.
Λύση:

5. Ένα τετράπλευρο ΑΒΓΔ έχει πλευρές $AB = 4,5cm$, $BΓ = 3dm$,
 $ΓΔ = 0,2m$ και $ΔΑ = 530mm$ να βρείτε την περίμετρο του σε cm και dm.
Λύση:

6. Η περίμετρος ενός τριγώνου ισούται με $16,5m$.Αν $AB = 25dm$ και
 $BΓ = 470cm$ να βρείτε το μήκος της πλευράς ΑΓ σε m και σε cm.
Λύση:

7. Να βρεις το μήκος της τεθλασμένης γραμμής ΑΒΓΔ με πλευρές $AB = 22dm$,
 $BΓ = 3,5m$, $ΓΔ = 340cm$.
Λύση:

8. Πάνω σε μια ευθεία ε να φτιάξετε διαδοχικά ευθύγραμμα τμήματα ώστε $AB = 1,5cm$, $B\Gamma = 4 \cdot AB$, $\Gamma\Delta = B\Gamma:2$ και $\Delta E = AB + B\Gamma - \Gamma\Delta$
Λύση:

9. Να πάρετε πάνω σε μια ευθεία ε διαδοχικά τμήματα ώστε $AB = 4cm$,
 $B\Gamma = \frac{AB}{2}$, $\Gamma\Delta = \frac{AB}{4}$, $\Delta E = \frac{AB+B\Gamma}{\Gamma\Delta}$

Λύση:

1.5 Μέτρηση , σύγκριση και ισότητα γωνιών – Διχοτόμος γωνίας.

1. Με μοιρογνωμόνιο να σχεδιάσετε γωνίες

- i. 45°
- ii. 20°
- iii. 15°
- iv. 90°
- v. 137°
- vi. 245°
- vii. 290°
- viii. 370°

Λύση:

2. Να σχεδιάσετε μια γωνία $\widehat{xOy} = 60^\circ$ στη συνέχεια να φτιάξετε την διχοτόμο της Οδ.

Λύση:

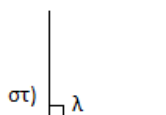
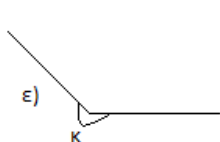
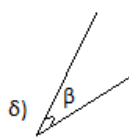
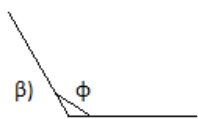
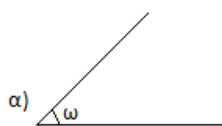
3. Να σχεδιάσετε μια γωνία $\widehat{xOy} = 50^\circ$ στη συνέχεια να φτιάξετε μια γωνία $\widehat{xOz}$ ώστε η Ογ να είναι διχοτόμος της $\widehat{xOz}$.

Λύση:

4. Να κατασκευάσετε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με $AB = AG$, $BΓ = 3cm$ και $\widehat{B} = 70^\circ$. Να βρείτε πόσες μοίρες είναι η γωνία $\widehat{A}$.

5. Να κατασκευάσετε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$, $B\Gamma = 4cm$ και $\hat{B} = 40^\circ$. Να βρείτε πόσες μοίρες είναι η γωνία $\hat{A}$.

6. Να βρείτε τα μέτρα των παρακάτω γωνιών



Γωνία ω :

Γωνία ϕ :

Γωνία α :

Γωνία β :

Γωνία ϵ :

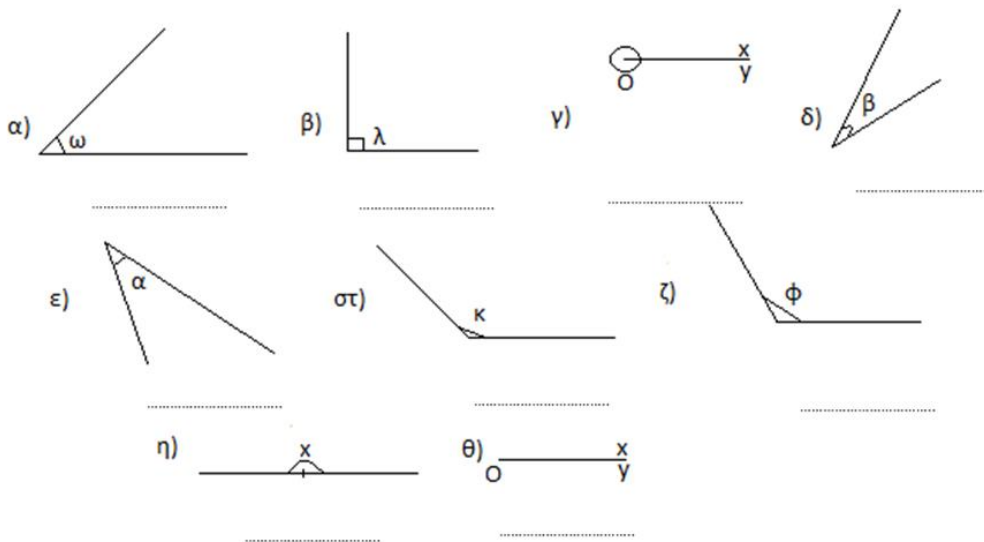
Γωνία κ :

Γωνία λ :

Γωνία χ :

1.6 Είδη γωνιών – Κάθετες ευθείες

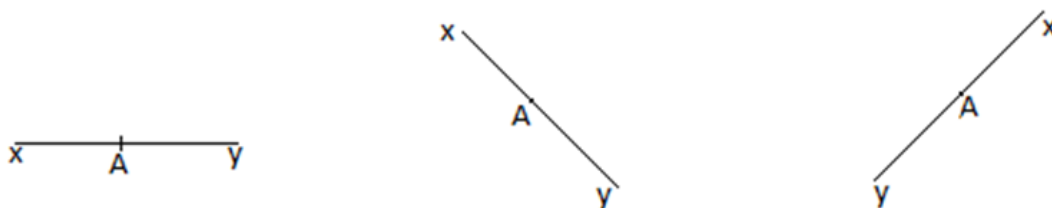
1. Να βρείτε το είδος των παρακάτω γωνιών.



2. Να βρείτε το είδος των παρακάτω γωνιών.

- i. $23^\circ \rightarrow \dots\dots\dots$
- ii. $154^\circ \rightarrow \dots\dots\dots$
- iii. $95^\circ \rightarrow \dots\dots\dots$
- iv. $156^\circ \rightarrow \dots\dots\dots$
- v. $0^\circ \rightarrow \dots\dots\dots$
- vi. $180^\circ \rightarrow \dots\dots\dots$
- vii. $177^\circ \rightarrow \dots\dots\dots$
- viii. $360^\circ \rightarrow \dots\dots\dots$
- ix. $90^\circ \rightarrow \dots\dots\dots$
- x. $5^\circ \rightarrow \dots\dots\dots$

3. Σε κάθε μια από τις παρακάτω περιπτώσεις να φέρετε κάθετη στο σημείο A.



4. Να σχεδιάσετε μια γωνία $\widehat{xOy} = 160^\circ$ και στην συνέχεια να φέρετε κάθετη στην Ox στο σημείο O .

Λύση:

5. Να φτιάξετε μια ορθή γωνία $\widehat{xOy} = 90^\circ$.

- i. Να πάρετε πάνω στην Ox σημεία A ώστε $OA=4\text{ cm}$ και πάνω στην Oy σημείο B ώστε $OB = 3\text{ cm}$.
- ii. Να μετρήσετε το ευθύγραμμο τμήμα AB .

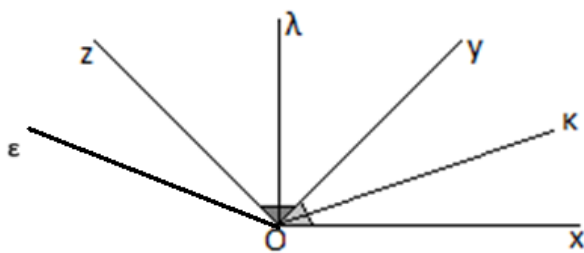
Λύση:

6. Να σχεδιάσετε μια γωνία $\widehat{xOy} = 140^\circ$ και στην συνέχεια να φτιάξετε την διχοτόμο της $O\delta$.

Λύση:

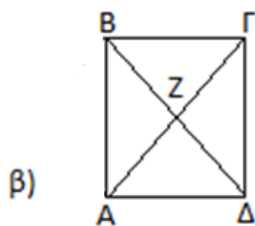
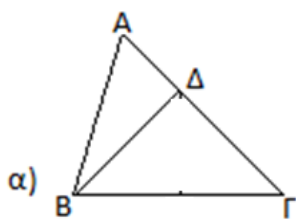
1.7 Εφεξής και διαδοχικές γωνίες – Άθροισμα γωνιών

1. Να γράψετε όλα τα ζεύγη των εφεξής γωνιών του παρακάτω σχήματος



Λύση:

2. Να γράψετε τις εφεξής και διαδοχικές γωνίες των παρακάτω σχημάτων.



Λύση:

3. Να σχεδιάσετε τις εφεξής γωνίες $\widehat{xOy} = 140^\circ$ και $\gamma Oz = 20^\circ$

Λύση:

4. Να σχεδιάσετε τις εφεξής γωνίες $x\hat{O}y = 55^\circ$ και $yOz = 30^\circ$

Λύση:

5. Να σχεδιάσετε τις εφεξής γωνίες $x\hat{O}y = 60^\circ$ και $yOz = 100^\circ$

Λύση:

6. Να σχεδιάσετε τις διαδοχικές γωνίες

$$x\hat{O}y = 30^\circ, yOz = 30^\circ, zOk = 40^\circ \text{ και } kOl = 50^\circ$$

Λύση:

7. Να σχεδιάσετε τις διαδοχικές γωνίες

$$x\hat{O}y = 30^\circ, yOz = 60^\circ, zOk = 120^\circ \text{ και } kOl = 100^\circ$$

Λύση:

8. Να σχεδιάσετε τις διαδοχικές γωνίες

$$x\hat{O}y = 25^\circ, yOz = 20^\circ, zOk = 70^\circ \text{ και } kOl = 110^\circ$$

Λύση:

1.8 Παραπληρωματικές και Συμπληρωματικές γωνίες – Κατακορυφήν γωνίες

1. Να βρείτε τις βρείτε τις παραπληρωματικές των γωνιών

- i. $140^\circ \rightarrow \dots\dots\dots$
- ii. $115^\circ \rightarrow \dots\dots\dots$
- iii. $30^\circ \rightarrow \dots\dots\dots$
- iv. $70^\circ \rightarrow \dots\dots\dots$
- v. $160^\circ \rightarrow \dots\dots\dots$
- vi. $0^\circ \rightarrow \dots\dots\dots$
- vii. $45^\circ \rightarrow \dots\dots\dots$
- viii. $117^\circ \rightarrow \dots\dots\dots$
- ix. $33^\circ \rightarrow \dots\dots\dots$
- x. $140^\circ \rightarrow \dots\dots\dots$

2. Να βρείτε τις συμπληρωματικές των γωνιών

- i. $50^\circ \rightarrow \dots\dots\dots$
- ii. $33^\circ \rightarrow \dots\dots\dots$
- iii. $90^\circ \rightarrow \dots\dots\dots$
- iv. $45^\circ \rightarrow \dots\dots\dots$
- v. $68^\circ \rightarrow \dots\dots\dots$
- vi. $89^\circ \rightarrow \dots\dots\dots$
- vii. $11^\circ \rightarrow \dots\dots\dots$
- viii. $15^\circ \rightarrow \dots\dots\dots$
- ix. $0^\circ \rightarrow \dots\dots\dots$
- x. $42^\circ \rightarrow \dots\dots\dots$

3. Να βρείτε τις παραπληρωματικές και τις συμπληρωματικές των γωνιών

- i. $42^\circ 67' \rightarrow \dots\dots\dots$
- ii. $15^\circ 27' \rightarrow \dots\dots\dots$
- iii. $55^\circ 62' \rightarrow \dots\dots\dots$
- iv. $63^\circ 65' 12'' \rightarrow \dots\dots\dots$
- v. $59^\circ 19' 35'' \rightarrow \dots\dots\dots$
- vi. $27^\circ 31' 45'' \rightarrow \dots\dots\dots$

4. Να σχεδιάσετε μια γωνία 50° και στη συνέχεια την εφεξής και παραπληρωματική της.

Λύση:

5. Να σχεδιάσετε μια γωνία 140° και στη συνέχεια την εφεξής και παραπληρωματική της

Λύση:

6. Να σχεδιάσετε μια γωνία 40° και στη συνέχεια την εφεξής και συμπληρωματική της.

Λύση:

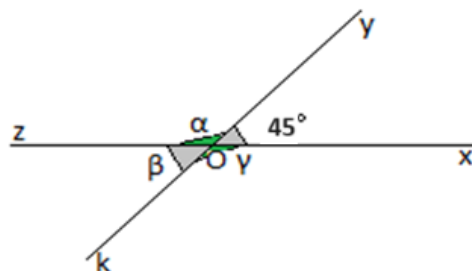
7. Να σχεδιάσετε μια γωνία 20° και στη συνέχεια την κατακορυφήν της.

Λύση:

8. Να σχεδιάσετε μια γωνία 130° και στη συνέχεια την κατακορυφήν της.

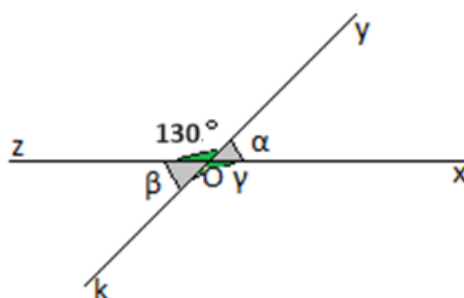
Λύση:

9. Στο παρακάτω σχήμα να υπολογίσετε τις γωνίες που είναι σημειωμένες.



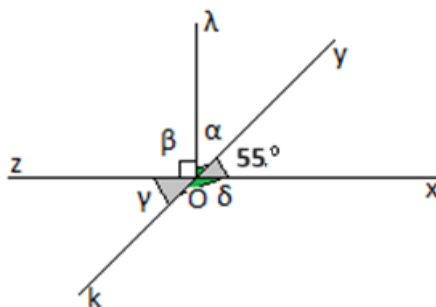
Λύση:

10. Στο παρακάτω σχήμα να υπολογίσετε τις γωνίες που είναι σημειωμένες.



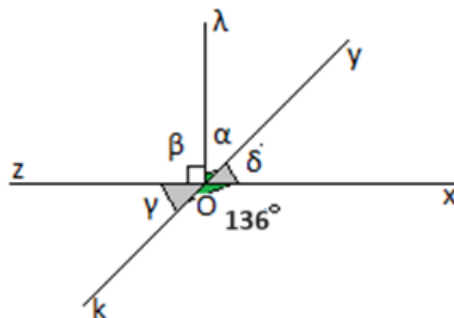
Λύση:

11. Στο παρακάτω σχήμα να υπολογίσετε τις γωνίες που είναι σημειωμένες.



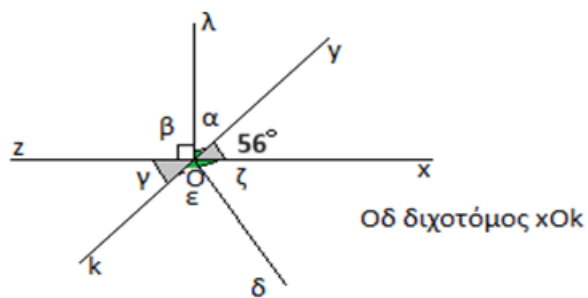
Λύση:

12. Στο παρακάτω σχήμα να υπολογίσετε τις γωνίες που είναι σημειωμένες.



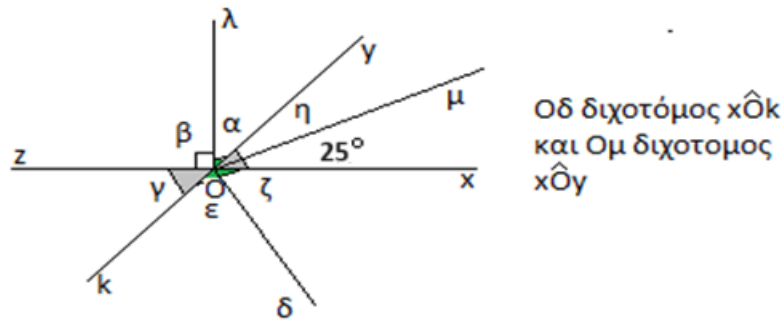
Λύση:

13. Στο παρακάτω σχήμα να υπολογίσετε τις γωνίες που είναι σημειωμένες.



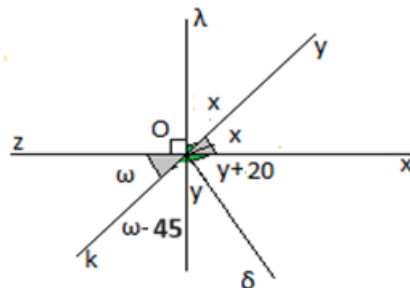
Λύση:

14. Στο παρακάτω σχήμα να υπολογίσετε τις γωνίες που είναι σημειωμένες.



Λύση:

15. Στο παρακάτω σχήμα να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{x}$, $\hat{y}$ και $\hat{\omega}$.



Λύση:

16. Δυο γωνίες $x\hat{O}y$ και $y\hat{O}z$ είναι εφεξής και παραπληρωματικές. Αν ισχύει ότι $x\hat{O}y = 40^\circ$ να βρείτε την γωνία $y\hat{O}z$.

Λύση:

17. Δυο γωνίες $x\hat{O}y$ και $y\hat{O}z$ είναι εφεξής και παραπληρωματικές. Αν ισχύει ότι $x\hat{O}y = 115^\circ$ να βρείτε την γωνία $y\hat{O}z$

Λύση:

18. Δυο γωνίες $\widehat{xOy}$ και $\widehat{yOz}$ είναι εφεξής και συμπληρωματικές. Αν ισχύει ότι $\widehat{xOy} = 57^\circ$ να βρείτε την γωνία $\widehat{yOz}$

Λύση:

19. Δυο γωνίες $\widehat{xOy}$ και $\widehat{yOz}$ είναι εφεξής και παραπληρωματικές. Αν ισχύει ότι $\widehat{xOy} = 70^\circ$ να βρείτε την γωνία $\widehat{yOz}$

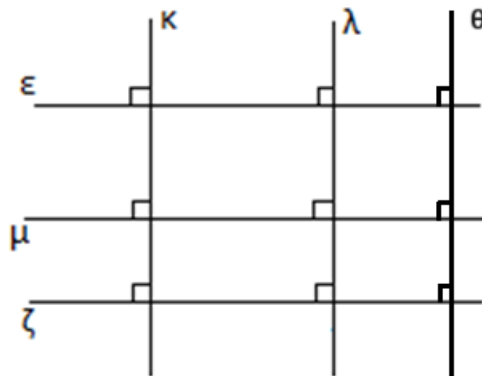
Λύση:

20. Δυο γωνίες $\widehat{xOy}$ και $\widehat{yOz}$ είναι εφεξής και παραπληρωματικές. Αν ισχύει ότι $\widehat{xOy} = 40^\circ$ και Οδ διχοτόμος της γωνίας $\widehat{yOz}$ να βρείτε την γωνία $\widehat{xOd}$

Λύση:

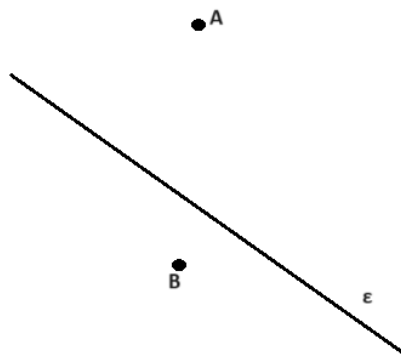
1.9 Θέσεις ευθειών στο επίπεδο

1. Στο παρακάτω σχήμα να γράψετε τα ζεύγη των παράλληλων και κάθετων ευθειών.

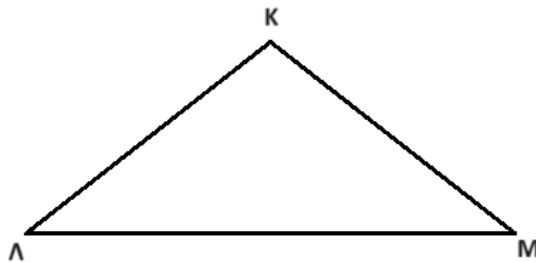


Λύση:

2. Να σχεδιάσετε τις ευθείες που διέρχονται από τα σημεία A και B και είναι παράλληλες στην ευθεία ε

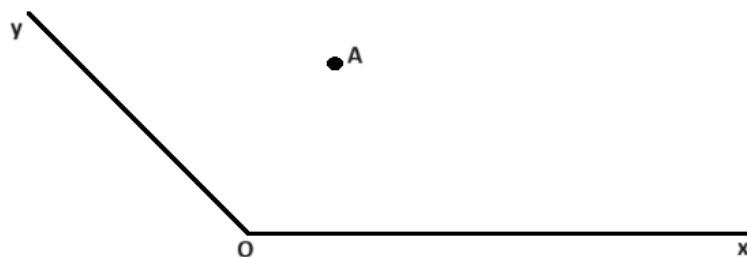


3. Στο παρακάτω τρίγωνο να φέρετε τις ευθείες που διέρχονται από τις κορυφές του και είναι παράλληλες προς την απέναντι πλευρά.



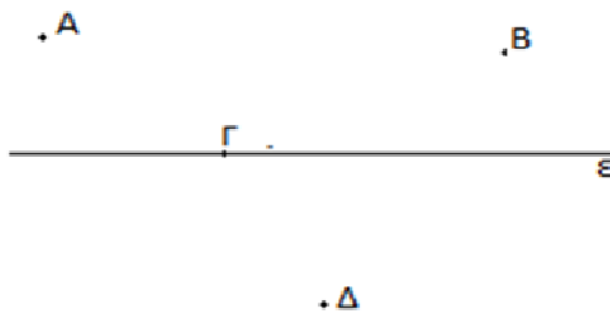
4. Να σχεδιάσετε ένα ευθύγραμμο τμήμα ΚΛ και στη συνέχεια δυο ευθείες κάθετες στα άκρα Κ και Λ.
Ποια η θέση των δυο ευθειών στο επίπεδο;
Λύση:

5. Να σχεδιάσετε δυο ευθείες ε_1 και ε_2 που να είναι παράλληλες στις Ox και Oy αντίστοιχα και διέρχονται από το σημείο Α.



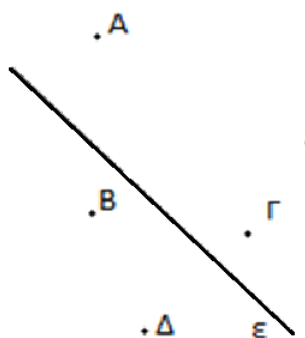
1.10 Απόσταση σημείου από ευθεία

1. Να βρείτε τις αποστάσεις των σημείων A , B , Γ και Δ από την ευθεία ε.



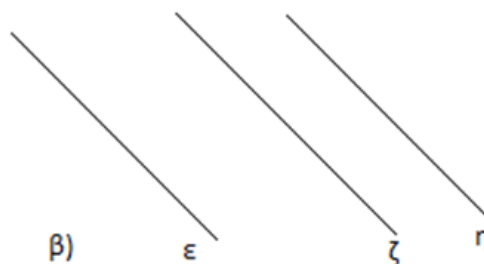
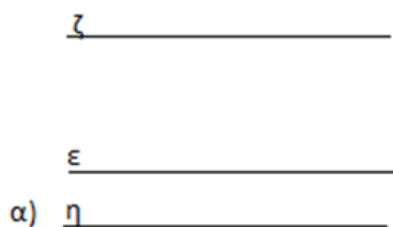
Λύση:

2. Να βρείτε τις αποστάσεις των σημείων A , B , Γ και Δ από την ευθεία ε.



Λύση:

3. Στα παρακάτω σχήματα να σχεδιάσετε τις αποστάσεις των παράλληλων ευθειών.



4. Να σχεδιάσετε δυο παράλληλες ευθείες που να έχουν απόσταση 42mm

Λύση:

5. Να σχεδιάσετε δυο παράλληλες ευθείες που να έχουν απόσταση 0,2dm

Λύση:

6. Να σχεδιάσετε δυο παράλληλες ευθείες που να έχουν απόσταση 5cm

Λύση:

7. Να σχεδιάσετε μια ευθεία ϵ και στην συνέχεια δυο ευθείες που να απέχουν από την ϵ 2cm.

Λύση:

8. Να σχεδιάσετε δυο παράλληλες ευθείες ϵ και ζ που να απέχουν απόσταση 3cm. Στη συνέχεια να πάρετε δυο τυχαία σημεία A και B πάνω στις ευθείες ϵ και ζ αντίστοιχα και να βρείτε το μέσο M του τμήματος AB. Να φτιάξετε την ευθεία $\chi\chi'$ που διέρχεται από το M και είναι παράλληλη στην ϵ . Ποια η απόσταση της ευθείας $\chi\chi'$ από τις ϵ και ζ ;

Λύση:

9. Να σχεδιάσετε μια γωνία $\hat{xOy} = 50^\circ$ και να πάρετε ένα σημείο A της O χ με $OA = 4\text{cm}$. Στη συνέχεια να φέρετε την απόσταση του σημείου A από την Oy.

Λύση:

10. Να σχεδιάσετε μια γωνία $\hat{xOy} = 110^\circ$ και να πάρετε ένα σημείο A της Oy με $OA = 5\text{cm}$. Στη συνέχεια να φέρετε την απόσταση του σημείου A από την O χ .

Λύση:

1.11 Κύκλος και στοιχεία του κύκλου

1. Να σχεδιάσετε τους κύκλους με ακτίνες

- i. 3cm
- ii. 2,5cm
- iii. 35mm
- iv. 0,12dm
- v. 33mm

Λύση:

2. Να σχεδιάσετε τους κύκλους

- i. (A, 2cm)
- ii. (B, 15mm)
- iii. (K, 35mm)
- iv. (Λ, 0,11dm)

Λύση:

3. Να σχεδιάσετε 3 ομόκεντρους κύκλους με ακτίνες 1cm , 35mm , $0,6\text{dm}$

Λύση:

4. Να φτιάξετε ευθύγραμμο τμήμα $AB = 4\text{cm}$ και τον κύκλο (A, AB)

Λύση:

5. Να φτιάξετε ευθύγραμμο τμήμα $AB = 6\text{cm}$ και τον κύκλο (B, AB)

Λύση:

6. Να φτιάξετε ευθύγραμμο τμήμα $AB = 8\text{cm}$ και το μέσο του M . Στη συνέχεια τον κύκλο (M, MA)

Λύση:

7. Να φτιάξετε ευθύγραμμο τμήμα $AB = 5\text{cm}$ και τον κύκλο με διάμετρο AB

Λύση:

8. Να φτιάξετε ευθύγραμμο τμήμα $AB = 4\text{cm}$. Να βρεις τα σημεία του επιπέδου που απέχουν από το A 2cm και από το B 3cm . Ποια σημεία απέχουν ταυτόχρονα από το A 3cm και από το B 4cm ;

Λύση:

9. Να φτιάξετε ευθύγραμμο τμήμα $AB = 6\text{cm}$. Να βρεις τα σημεία του επιπέδου που απέχουν από το A λιγότερο από 5cm και από το B λιγότερο από 3cm .

Λύση:

1.12 Επίκεντρη γωνία – Σχέση επίκεντρης γωνίας και του αντίστοιχου τόξου της – Μέτρηση τόξου.

1. Δυο διάμετροι ενός κύκλου σχηματίζουν γωνία 40° . Να βρεις πόσες μοίρες είναι κάθε ένα από τα τόξα του κύκλου στα οποία χωρίζεται ο κύκλος από τις διαμέτρους αυτές.

Λύση:

2. Τέσσερις διάμετροι χωρίζουν το κύκλο σε 8 ίσα τόξα. Να βρεις πόσες μοίρες είναι κάθε μια από τα επίκεντρες γωνίες που σχηματίζονται από τα τόξα αυτά.

Λύση:

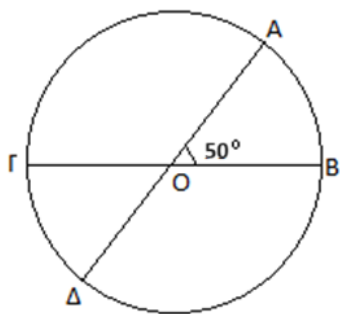
3. Να σχεδιάσετε έναν κύκλο με διάμετρο 4cm και πάνω σε αυτόν να σημειώσετε τα τόξα $\widehat{AB} = 50^\circ$ και $\widehat{BT} = 120^\circ$.

Λύση:

4. Να σχεδιάσετε έναν κύκλο και πάνω σε αυτόν να σημειώσετε τα τόξα $\widehat{AB} = 40^\circ$ και $\widehat{B\Gamma} = 110^\circ$. Πόσες μοίρες είναι το τόξο $\widehat{\Gamma A}$;

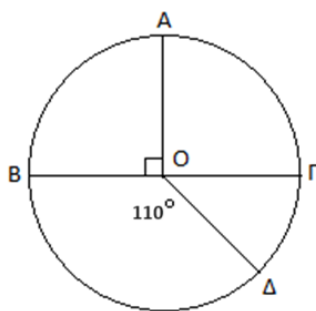
Λύση:

5. Στο παρακάτω σχήμα τα βρείτε τα μέτρα των τόξων $\widehat{AB}$, $\widehat{B\Gamma}$, $\widehat{\Gamma\Delta}$ και $\widehat{\Delta B}$, $\widehat{A\Gamma}$



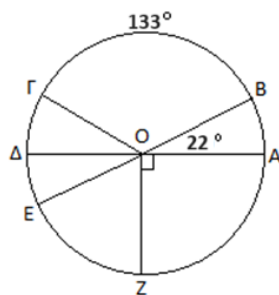
Λύση:

6. Στο παρακάτω σχήμα τα βρείτε τα μέτρα των τόξων $\widehat{AB}$, $\widehat{B\Gamma}$, $\widehat{B\Delta}$ και $\widehat{\Delta\Gamma}$



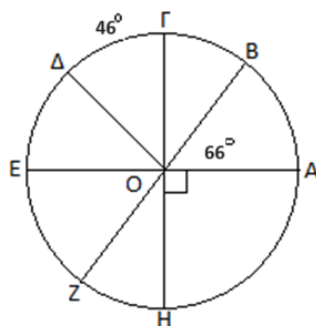
Λύση:

7. Στο παρακάτω σχήμα τα βρείτε τα μέτρα των τόξων $\widehat{AB}$, $\widehat{AZ}$ και $\widehat{DE}$, $\widehat{\Gamma\Delta}$, $\widehat{EZ}$



Λύση:

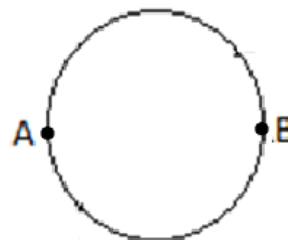
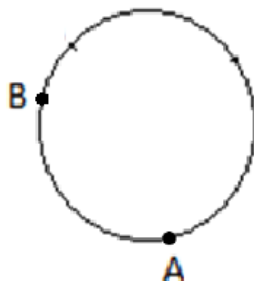
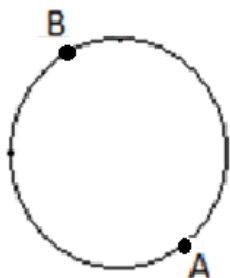
8. Στο παρακάτω σχήμα τα βρείτε τα μέτρα των τόξων $\widehat{AB}$, $\widehat{B\Gamma}$, $\widehat{DE}$, $\widehat{EZ}$, $\widehat{ZH}$, $\widehat{HA}$, $\widehat{AD}$, $\widehat{AZ}$, $\widehat{AZ}$



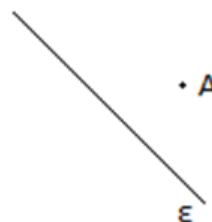
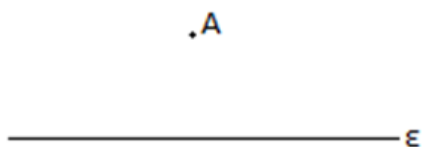
Λύση:

1.13 Σχετικές θέσεις ευθείας και κύκλου

1. Να σχεδιάσετε τις εφαπτόμενες στα σημεία A και B των παρακάτω κύκλων.



2. Να σχεδιάσετε τον κύκλο που έχει κέντρο το σημείο A και εφάπτεται στην ευθεία ε.



3. Να σχεδιάσετε κύκλο με διάμετρο $KL = 5 \text{ cm}$ και τις εφαπτόμενες ευθείες στα σημεία K και Λ
Λύση:

4. Να φτιάξετε δυο κάθετες ευθείες ε_1 και ε_2 και να ονομάσετε Α το σημείο τομής τους. Πάνω στην ευθεία ε_1 να πάρετε σημείο Β ώστε $AB = 2 \text{ cm}$ Να φτιάξετε τον κύκλο $(B, 1\text{cm})$. Ποια η θέση της ευθείας ε_2 ως προς τον κύκλο αυτό;

Λύση:

5. Να φτιάξετε δυο κάθετες ευθείες ε_1 και ε_2 και να ονομάσετε Κ το σημείο τομής τους. Πάνω στην ευθεία ε_2 να πάρετε σημείο Β ώστε $KB = 3 \text{ cm}$ Να φτιάξετε τον κύκλο $(B, 4\text{cm})$. Ποια η θέση της ευθείας ε_1 ως προς τον κύκλο αυτό;

Λύση:

6. Να σχεδιάσετε έναν κύκλο με κέντρο Ο και διάμετρο ΑΒ Στη συνέχεια να βρείτε

- i. Το σημείο Κ του κύκλου ώστε $\widehat{AK} = 90^\circ$
- ii. Να φτιάξετε την εφαπτομένη στο σημείο Κ
- iii. Ποια η θέση της εφαπτομένης σε σχέση με την διάμετρο ΑΒ;

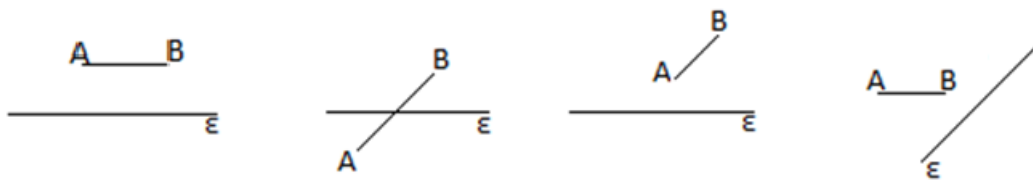
Λύση:

2.1 Συμμετρία ως προς άξονα

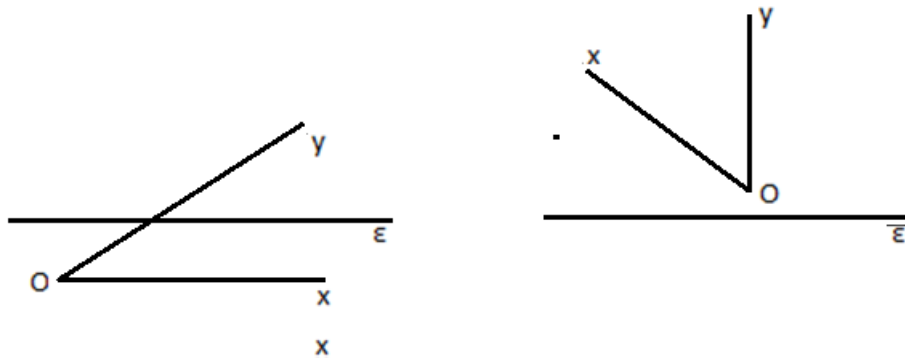
1. Να βρείτε τα συμμετρικά των σημείων A , B , Γ ως προς την ευθεία ϵ στις παρακάτω περιπτώσεις.



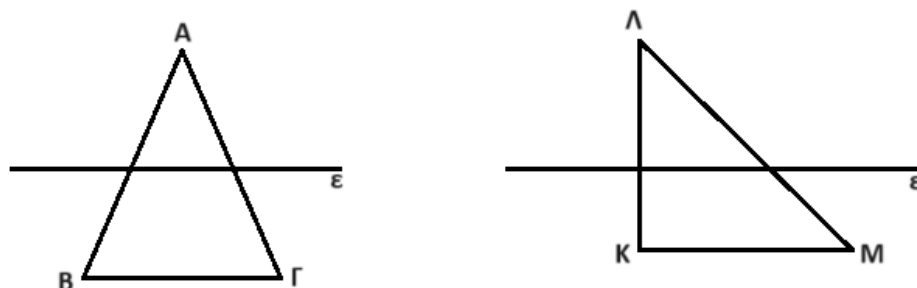
2. Να βρείτε το συμμετρικό του ευθύγραμμου τμήματος AB ως προς την ευθεία ϵ στις παρακάτω περιπτώσεις.



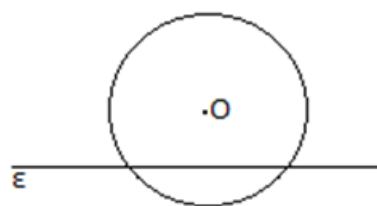
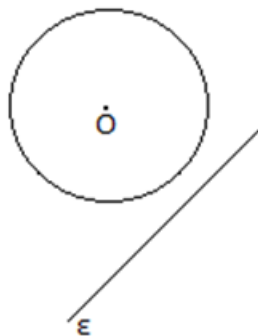
3. Να βρείτε την συμμετρική της γωνίας $x\hat{O}y$ ως προς την ευθεία ϵ στις παρακάτω περιπτώσεις.



4. Να βρείτε το συμμετρικό του τριγώνου $AB\Gamma$ ως προς την ευθεία ϵ στις παρακάτω περιπτώσεις



5. Να βρείτε το συμμετρικό του κύκλου (O , ρ) ως προς την ευθεία ε στις παρακάτω περιπτώσεις.



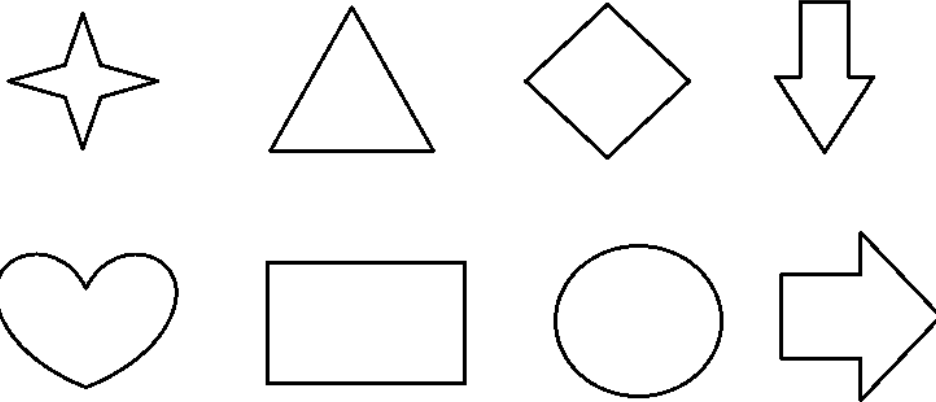
6. Να κατασκευάσετε ευθύγραμμο τμήμα $KL = 4 \text{ cm}$. Να σχεδιάσετε

- i. Τον κύκλο με διάμετρο KL
- ii. Τις εφαπτόμενες ε_1 και ε_2 του κύκλου στα σημεία K και L
- iii. Τους συμμετρικούς του κύκλου ως προς τις ευθείες ε_1 και ε_2

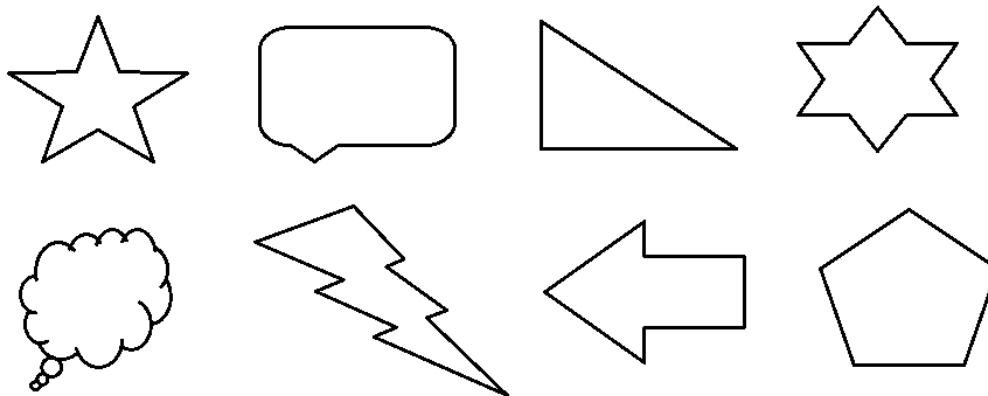
Λύση:

2.2 Άξονας συμμετρίας

1. Να βρείτε τους άξονες συμμετρίας των παρακάτω σχημάτων



2. Να βρείτε τους άξονες συμμετρίας των παρακάτω σχημάτων αν υπάρχουν.



3. Να βρείτε τους άξονες συμμετρίας των γραμμάτων των λέξεων ΑΛΓΕΒΡΑ και ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ.

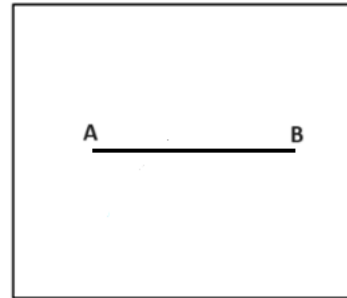
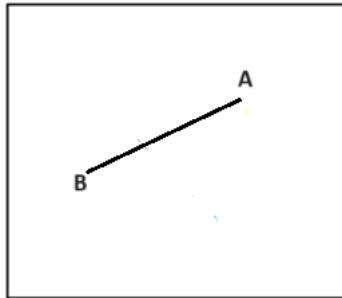
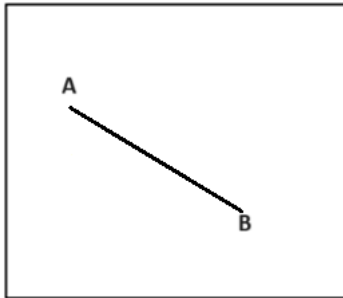
Λύση:

4. Να σχεδιάσετε έναν κύκλο ($O, 3cm$) και δυο κάθετες διαμέτρους του, στη συνέχεια να φτιάξετε τους άξονες συμμετρίας του σχήματος που προκύπτει.

Λύση:

2.3 Μεσοκάθετος ευθύγραμμου τμήματος

1. Με κανόνα και διαβήτη να σχεδιάσετε τις μεσοκάθετους των ευθύγραμμων τμημάτων AB

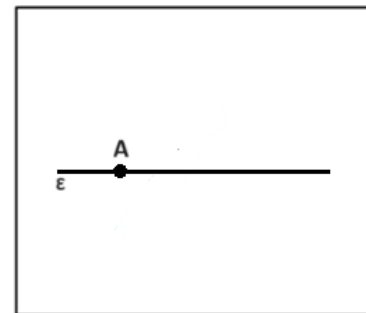
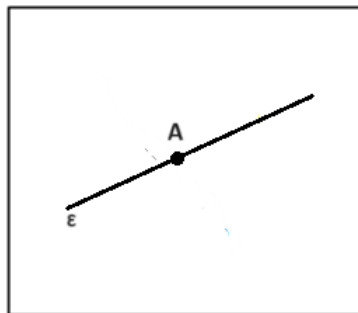
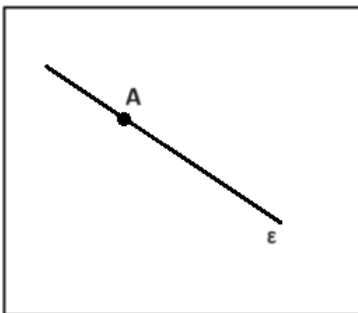


2. Να σχεδιάσετε ένα ευθύγραμμο τμήμα ΓΔ και με κανόνα και διαβήτη να βρείτε

- i. Το μέσο M του ΓΔ
- ii. Το μέσο N του ΜΔ

Λύση:

3. Με την βοήθεια κανόνα και διαβήτη να φτιάξετε μια ευθεία κάθετη στην ευθεία ε στο σημείο A



4. Να σχεδιάσετε ένα ευθύγραμμο τμήμα $AB = 5 \text{ cm}$ και με την βοήθεια κανόνα και διαβήτη να φτιάξετε μια κάθετη στο AB στο σημείο A.

Λύση:

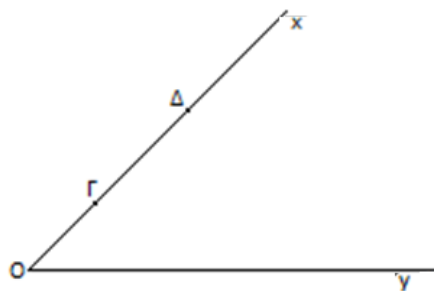
5. Να φτιάξετε ένα ευθύγραμμο τμήμα $AB = 3\text{cm}$ και να σχεδιάσετε την μεσοκάθετό του.

Λύση:

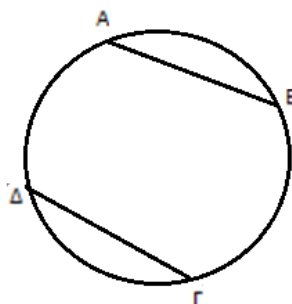
6. Να φτιάξετε ένα ευθύγραμμο τμήμα $AB = 7\text{cm}$ και να βρείτε το μέσο του M . Στη συνέχεια να φτιάξετε τις μεσοκάθετους των ευθύγραμμων τμημάτων AM και MB .

Λύση:

7. Στο διπλανό σχήμα με την βοήθεια κανόνα και διαβήτη να βρείτε σημείο της πλευράς $O\gamma$ που να ισαπέχει από τα σημεία Γ και Δ .

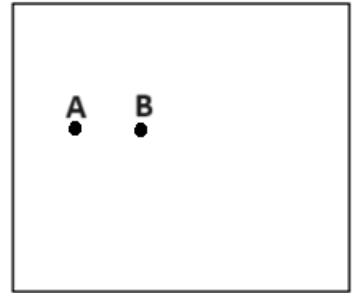
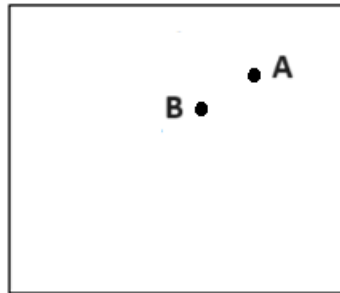
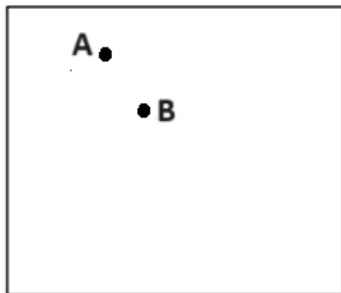


8. Στο παρακάτω σχήμα να βρείτε με την βοήθεια κανόνα και διαβήτη το κέντρο K του κύκλου.

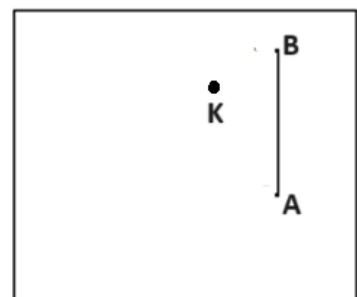
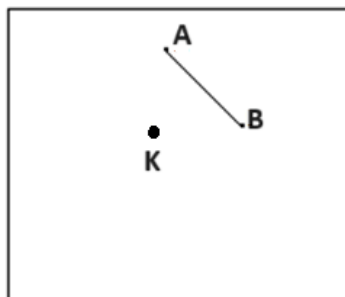
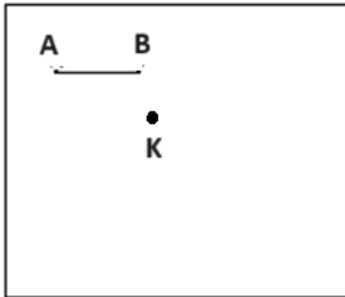


2.4 Συμμετρία ως προς σημείο

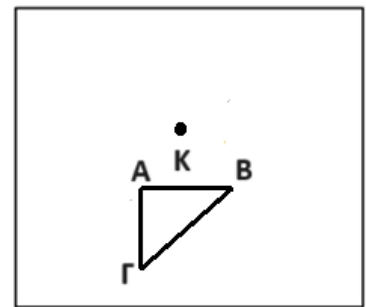
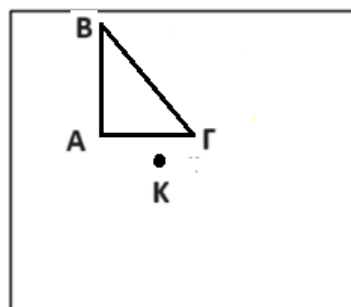
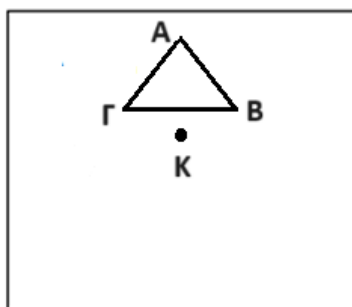
1. Να βρείτε το συμμετρικό του σημείου A ως προς το σημείο B στις παρακάτω περιπτώσεις



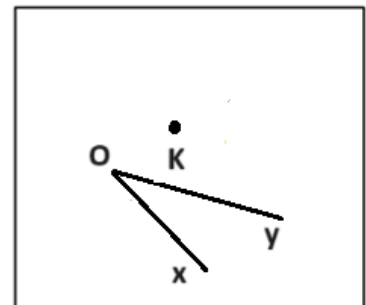
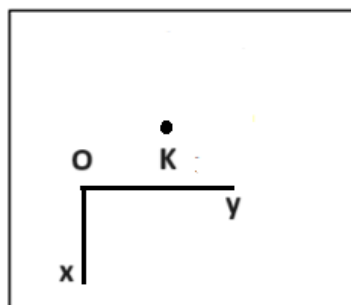
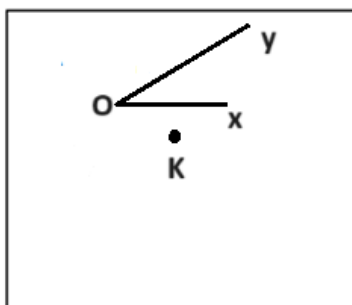
2. Να φτιάξετε το συμμετρικό του ευθύγραμμου τμήματος AB ως προς το σημείο K στις παρακάτω περιπτώσεις



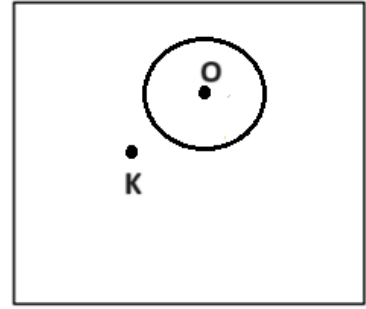
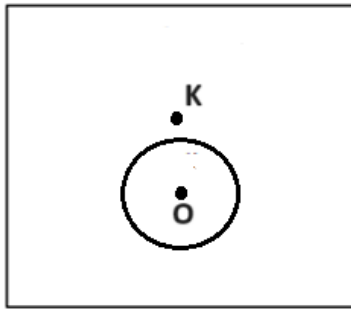
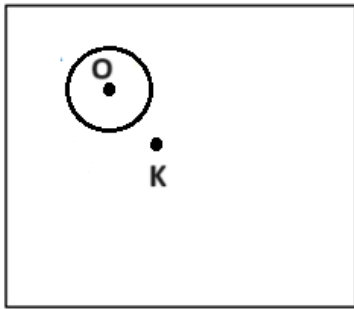
3. Να φτιάξετε το συμμετρικό του τριγώνου ABΓ ως προς το σημείο K στις παρακάτω περιπτώσεις



4. Να φτιάξετε τη συμμετρική της γωνίας $\chi\hat{\theta}y$ ως προς το σημείο K στις παρακάτω περιπτώσεις



5. Να φτιάξετε το συμμετρικό του κύκλου (O, ρ) ως προς το σημείο K στις παρακάτω περιπτώσεις.



6. Να σχεδιάσετε ένα ευθύγραμμο τμήμα $AB = 3\text{cm}$ και να πάρετε σημείο Γ ώστε $A\Gamma = 2\text{cm}$. Στη συνέχεια να κατασκευάσετε το συμμετρικό το $A\Gamma$ ως προς το σημείο B .

Λύση:

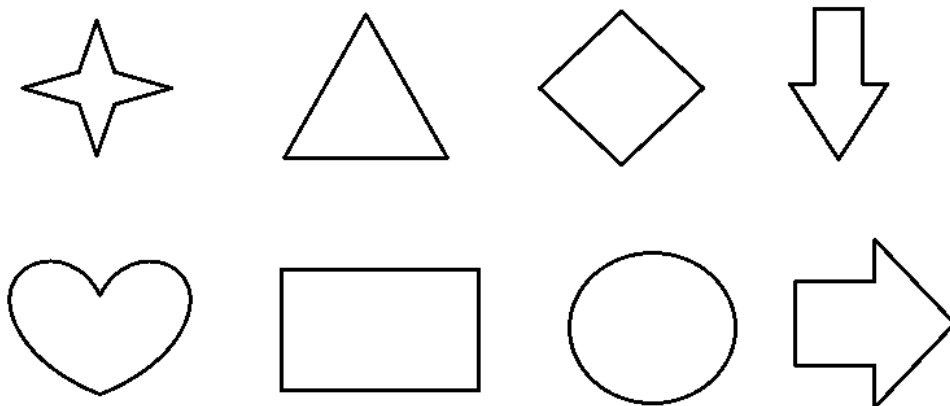
7. Να φτιάξετε ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ και στη συνέχεια να κατασκευάσετε το συμμετρικό του ως προς

- i. Την κορυφή A
- ii. Την κορυφή B
- iii. Ένα τυχαίο εξωτερικό σημείο του K .

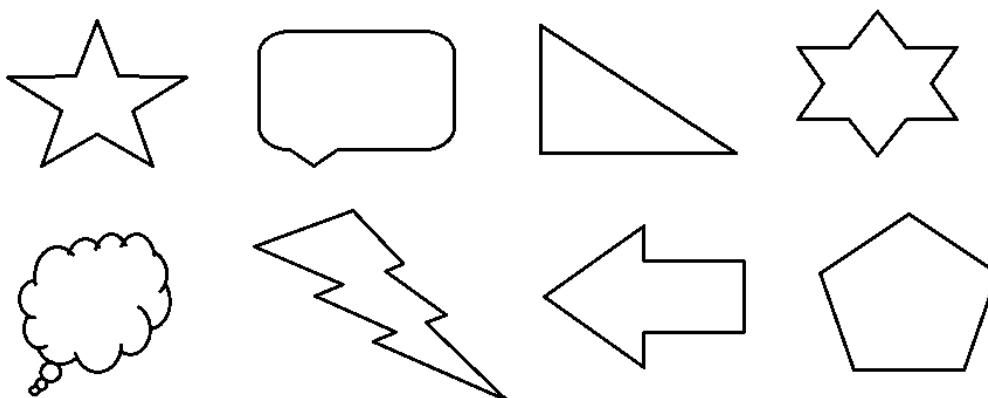
Λύση:

2.5 Κέντρο συμμετρίας

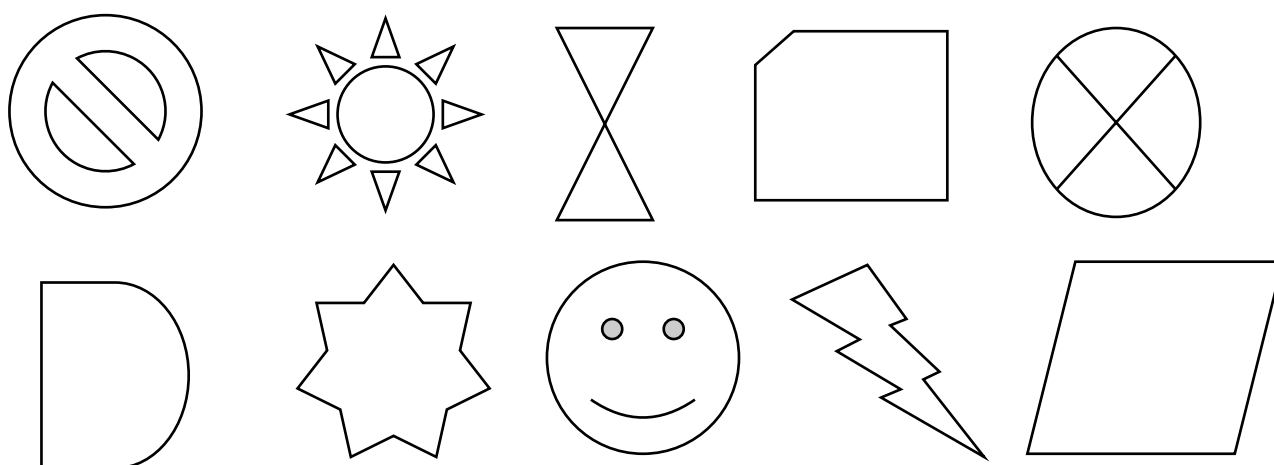
1. Να βρείτε στα επόμενα σχήματα το κέντρο συμμετρίας αν υπάρχει



2. Να βρείτε στα επόμενα σχήματα το κέντρο συμμετρίας αν υπάρχει

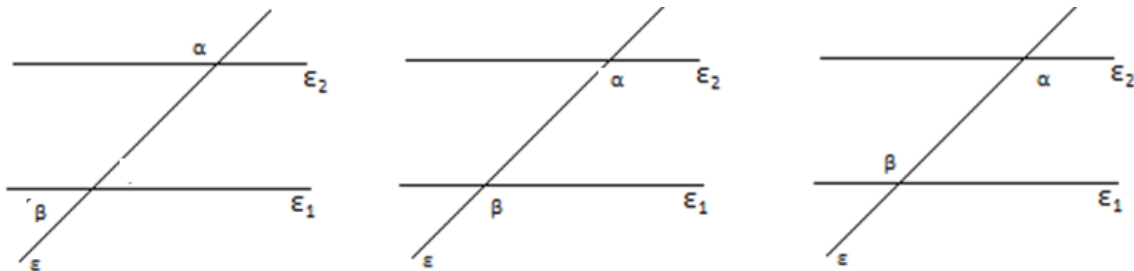


3. Να βρείτε στα επόμενα σχήματα το κέντρο συμμετρίας αν υπάρχει



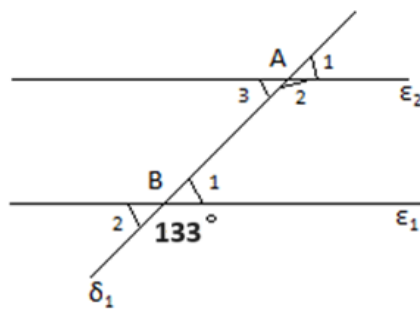
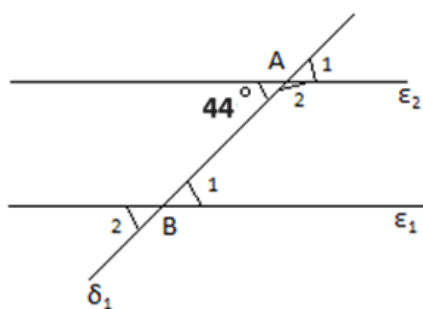
2.6 Παράλληλες ευθείες που τέμνονται από μια άλλη ευθεία

1. Στα παρακάτω σχήματα ισχύει $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$ να χαρακτηρίσετε τις γωνίες α και β σε κάθε περίπτωση.



.....

2. Στα παρακάτω σχήματα ισχύει ότι $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$ να βρείτε τις σημειωμένες γωνίες.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

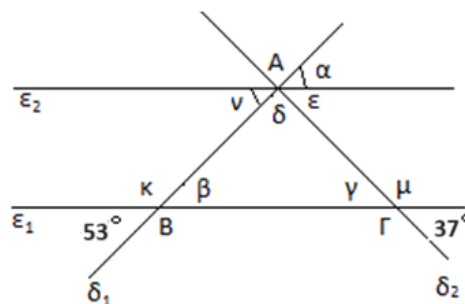
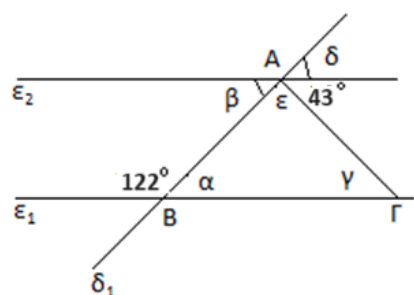
.....

.....

.....

.....

3. Στα παρακάτω σχήματα ισχύει ότι $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$ να βρείτε τις σημειωμένες γωνίες.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

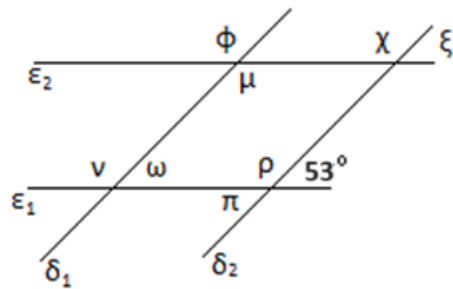
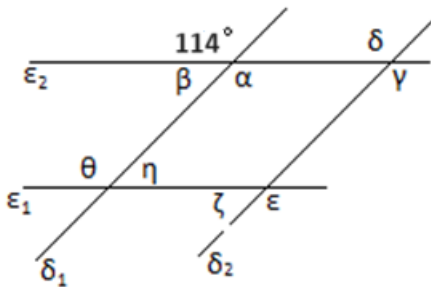
.....

.....

.....

.....

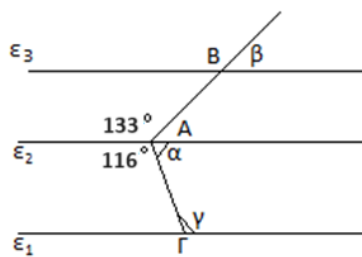
4. Αν $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$ και $\delta_1 // \delta_2$ να βρείτε τις σημειωμένες γωνίες των παρακάτω σχημάτων.



.....

.....

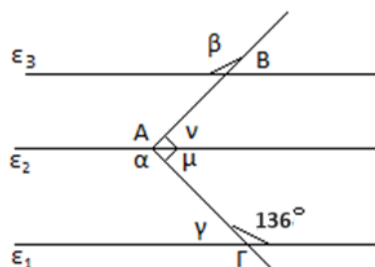
5. Αν $\varepsilon_1 // \varepsilon_2 // \varepsilon_3$ να βρείτε τις σημειωμένες γωνίες του παρακάτω σχήματος.



Λύση:

.....

6. Αν $\varepsilon_1 // \varepsilon_2 // \varepsilon_3$ να βρείτε τις σημειωμένες γωνίες του παρακάτω σχήματος.



Λύση:

.....

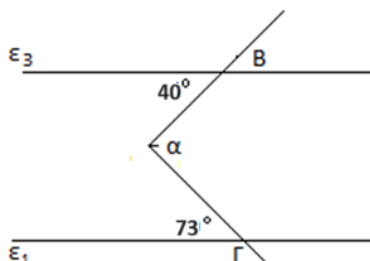
.....

.....

.....

.....

7. Αν $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$ να βρείτε τις σημειωμένες γωνίες του παρακάτω σχήματος.



Λύση:

.....

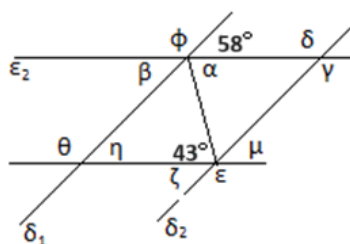
.....

.....

.....

.....

8. Αν $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$ και $\delta_1 // \delta_2$ να βρείτε τις σημειωμένες γωνίες του παρακάτω σχήματος.



Λύση:

.....

.....

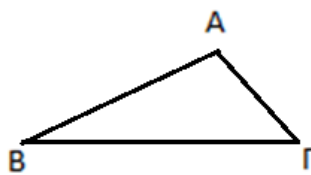
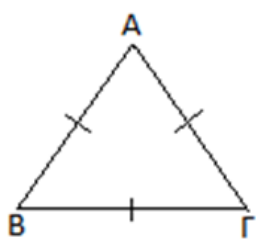
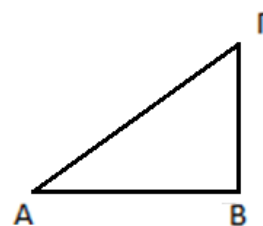
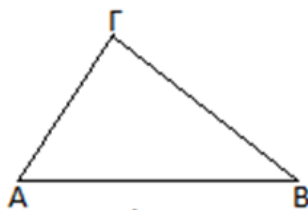
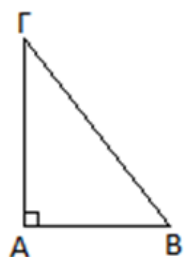
.....

.....

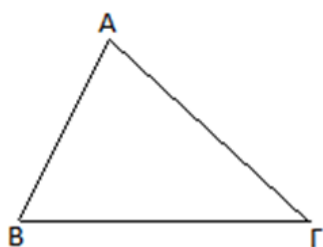
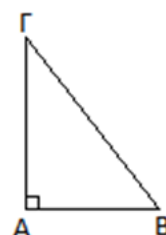
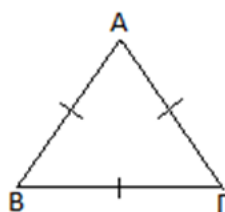
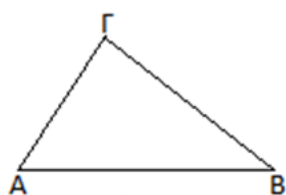
.....

3.1 Στοιχεία τριγώνου – Είδη τριγώνων

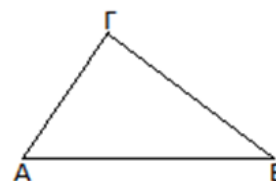
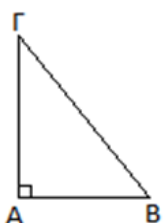
1. Να σχεδιάσετε τις διαμέσους στα παρακάτω τρίγωνα

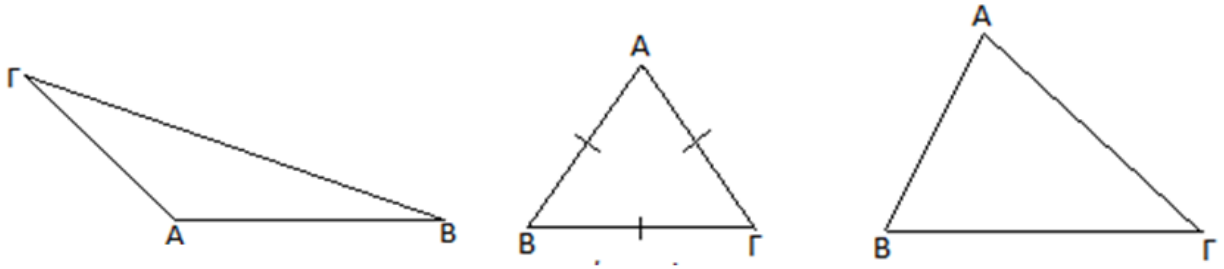


2. Να σχεδιάσετε τις διχοτόμους στα παρακάτω τρίγωνα



3. Να σχεδιάσετε τα ύψη στα παρακάτω τρίγωνα.





4. Να σχεδιάσετε τρίγωνο ABΓ με $B\Gamma=4\text{cm}$ $AB = A\Gamma = 4\text{cm}$ και στη συνέχεια

- i. Την διάμεσο AM
- ii. Το ύψος ΒΔ
- iii. Την διχοτόμο ΓΕ

Λύση:

5. Να σχεδιάσετε τρίγωνο ABΓ με $B\Gamma=6\text{cm}$ $AB = A\Gamma = 4\text{cm}$ και στη συνέχεια

- i. Την διάμεσο AM
- ii. Το ύψος ΒΔ
- iii. Την διχοτόμο ΓΕ

Λύση:

6. Να σχεδιάσετε τρίγωνο ABΓ με $B\Gamma=6\text{cm}$ $\hat{B} = 20^\circ$ και $\hat{\Gamma} = 50^\circ$ και στη συνέχεια

- i. Την διάμεσο AM
- ii. Το ύψος ΒΔ
- iii. Την διχοτόμο ΓΕ

Λύση:

7. Να σχεδιάσετε ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ με $B\Gamma = 6\text{cm}$, $\hat{B} = 40^\circ$, $\hat{\Gamma} = 60^\circ$ και να φέρετε τα ύψη $\Gamma\Delta$ και BE και AZ .

Λύση:

3.2 Άθροισμα γωνιών τριγώνου – Ιδιότητες ισοσκελούς τριγώνου.

1. Στις παρακάτω περιπτώσεις δίνονται τα μέτρα δυο γωνιών τριγώνου ΑΒΓ να βρείτε την τρίτη γωνία.

i. $\hat{A} = 35^\circ$ και $\hat{B} = 85^\circ$

Λύση:

ii. $\hat{A} = 20^\circ$ και $\hat{B} = 70^\circ$

Λύση:

iii. $\hat{A} = 137^\circ$ και $\hat{B} = 16^\circ$

Λύση:

iv. $\hat{A} = 166^\circ$ και $\hat{B} = 9^\circ$

Λύση:

v. $\hat{A} = 55^\circ$ και $\hat{B} = 90^\circ$

Λύση:

2. Να βρείτε το είδος ως προς τις γωνίες των τριγώνων ΑΒΓ όταν:

i. $\hat{A} = 15^\circ$ και $\hat{B} = 67^\circ$

Λύση:

ii. $\hat{A} = 35^\circ$ και $\hat{B} = 45^\circ$

Λύση:

iii. $\hat{A} = 22^\circ$ και $\hat{B} = 55^\circ$

Λύση:

iv. $\hat{A} = 43^\circ$ και $\hat{B} = 37^\circ$

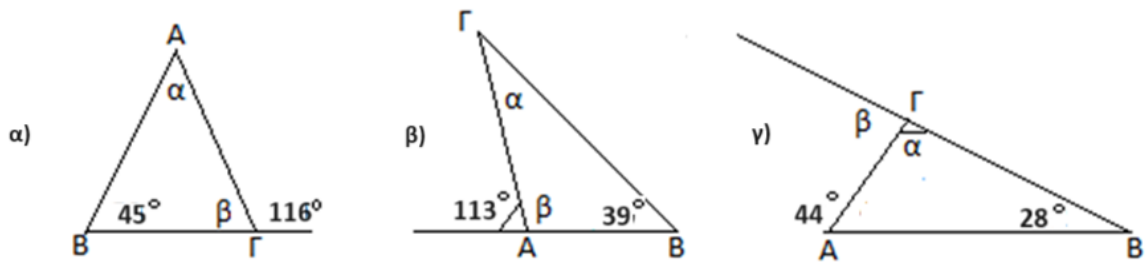
Λύση:

3. Ένα τρίγωνο ΑΒΓ έχει την γωνία $\hat{A} = 48^\circ$. Αν η $\hat{B}$ είναι διπλάσια από τη $\hat{A}$ να βρείτε τις γωνίες $\hat{B}$ και $\hat{C}$.

Λύση:

.....

4. Να υπολογίσετε τις γωνίες α και β των παρακάτω σχημάτων.



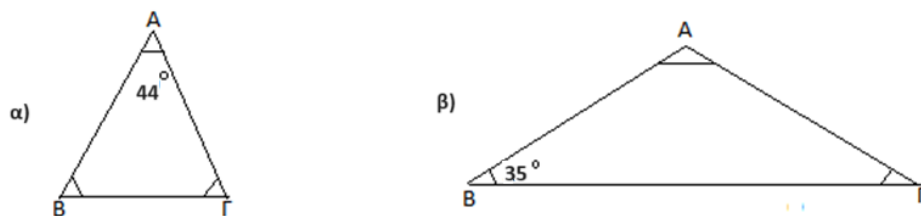
Λύση:

Σχήμα α)

Σχήμα β)

Σχήμα γ)

5. Σε κάθε ένα από τα παρακάτω ισοσκελή τρίγωνα ABΓ ($AB = AG$) να υπολογίσετε τις γωνίες που λείπουν.



Λύση:

Σχήμα α)

Σχήμα β)

6. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται ότι $BD = BG$ και $AB = AG$. Να υπολογίσετε τις σημειωμένες γωνίες



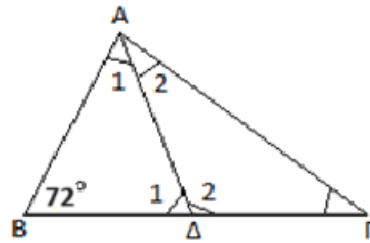
Λύση:

.....

.....

.....

7. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται ότι $AB = AD = \Delta\Gamma$. Να υπολογίσετε τις σημειωμένες γωνίες.



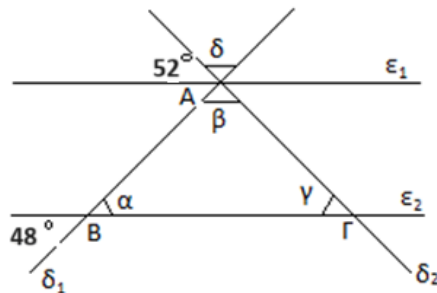
Λύση:

.....

.....

.....

8. Στο παρακάτω σχήμα να υπολογίσετε τις σημειωμένες γωνίες δίνεται ότι $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$



Λύση:

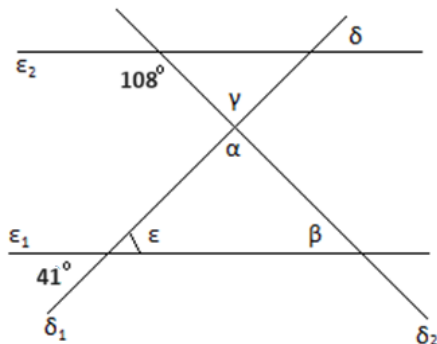
.....

.....

.....

.....

9. Στο παρακάτω σχήμα να υπολογίσετε τις σημειωμένες γωνίες δίνεται ότι $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$

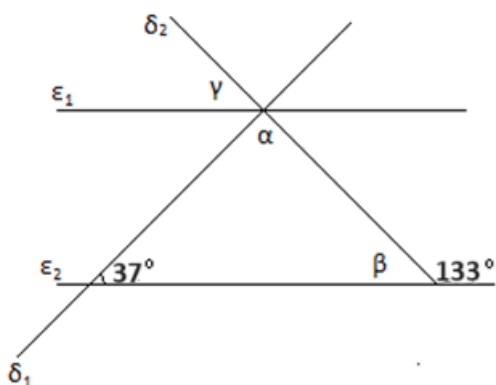


Λύση:

.....

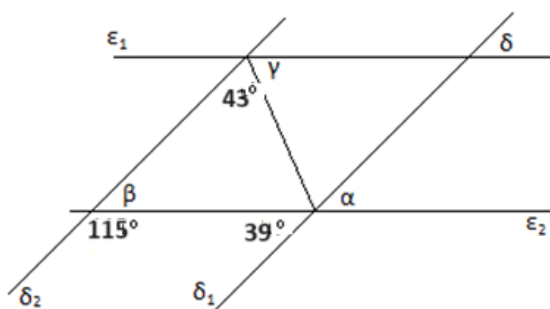
.....

10. Στο παρακάτω σχήμα να υπολογίσετε τις σημειωμένες γωνίες δίνεται ότι $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$



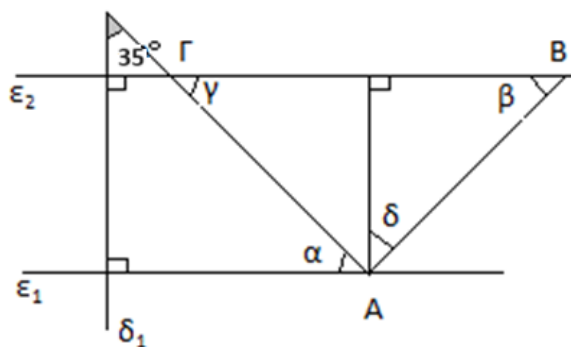
Λύση:

11. Στο παρακάτω σχήμα να υπολογίσετε τις σημειωμένες γωνίες δίνεται ότι $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$ και $\delta_1 // \delta_2$.



Λύση:

12. Στο παρακάτω σχήμα να υπολογίσετε τις σημειωμένες γωνίες δίνεται ότι $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$ και $AB = AG$



Λύση:

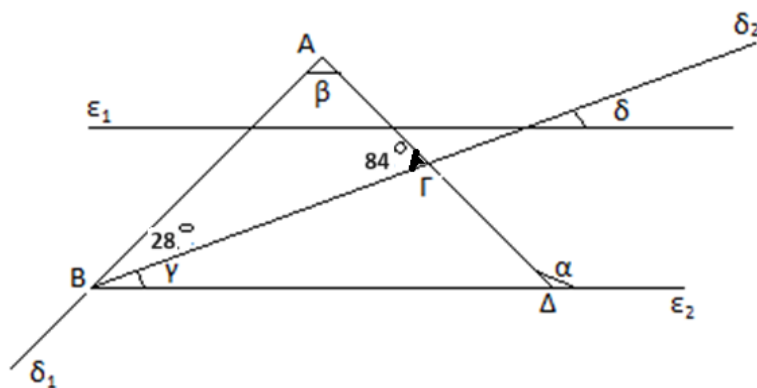
.....

.....

.....

.....

13. Στο παρακάτω σχήμα να υπολογίσετε τις σημειωμένες γωνίες δίνεται ότι $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$ και δ_2 διχοτόμος της $\widehat{B\Delta}$.



Λύση:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3.3 Παραλληλόγραμμο – Ορθογώνιο – Ρόμβος – Τετράγωνο – Τραπεζίο – Ισοσκελές τραπέζιο

1. Να φτιάξετε ένα παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και στην συνέχεια να φέρετε τα ύψη του από τις κορυφές Δ και A .

Λύση:

2. Να φτιάξετε ένα ρόμβο $AB\Gamma\Delta$ και στην συνέχεια να φέρεται τα ύψη από τις κορυφές B και Δ .

Λύση:

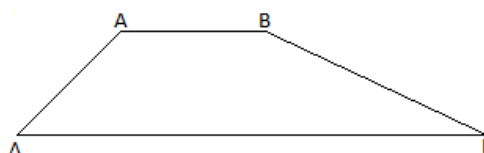
3. Πόσα ισοσκελή τρίγωνα σχηματίζονται από τις διαγωνίους ενός ορθογωνίου;

Λύση:

4. Να σχεδιάσετε ένα ευθύγραμμο τμήμα $AB = 4\text{cm}$. Στη συνέχεια να φτιάξετε τους κύκλους ($A, 2\text{cm}$) και ($B, 3\text{cm}$). Αν Γ και Δ είναι τα κοινά σημεία των δυο κύκλων, τι είδους τετράπλευρο είναι το $AB\Gamma\Delta$;

Λύση:

5. Να σχεδιάσετε τα ύψη από τις κορυφές Δ και B του παρακάτω τραπέζιου.



3.4 Ιδιότητες Παραλληλογράμμου – Ορθογωνίου – Ρόμβου – Τετραγώνου – Ισοσκελούς τραπεζίου.

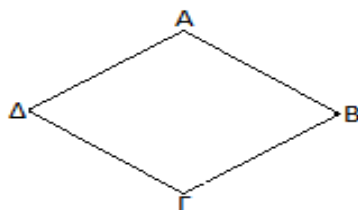
1. Να φτιάξετε ένα ορθογώνιο $AB\Gamma\Delta$ με $AB = 5\text{cm}$ και $B\Gamma = 4\text{cm}$. Να φέρετε τις διαγωνίους του $A\Gamma$ και $B\Delta$ και να φτιάξετε τον κύκλο με διάμετρο την $B\Delta$. Τι παρατηρείτε;

Λύση:

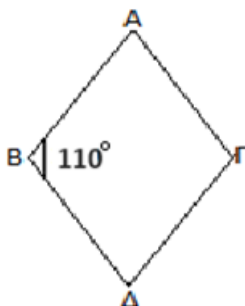
2. Να φτιάξετε ένα ορθογώνιο $AB\Gamma\Delta$ με $AB = 3\text{cm}$ και $B\Gamma = 4\text{cm}$. Να υπολογίσετε την περίμετρο του και να φτιάξετε όλους τους άξονες συμμετρίας του.

Λύση:

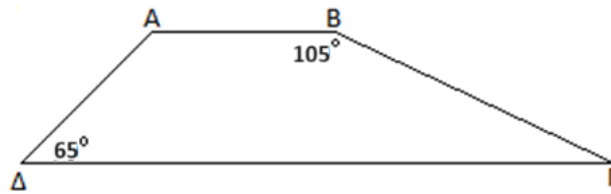
3. Στο διπλανό ρόμβο να βρείτε τις γωνίες του και να σχεδιάσετε τα ύψη από τις κορυφές B και Δ .



4. Στο παρακάτω ρόμβο να βρείτε τις γωνίες του και να σχεδιάσετε τα ύψη από τις κορυφές A και Δ .



5. Στο παρακάτω τραπέζιο να υπολογίσετε τις γωνίες του και να φέρετε τις διαγωνίους του και τα ύψη του



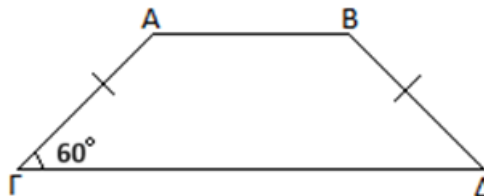
Λύση:

.....

.....

.....

6. Στο διπλανό ισοσκελές τραπέζιο να υπολογίσετε τις γωνίες του και να φέρετε τις διαγωνίους του και τα ύψη του



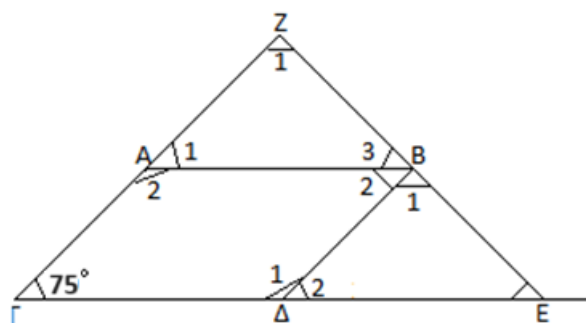
Λύση:

.....

.....

.....

7. Στο σχήμα το ABΓΔ είναι παραλληλόγραμμο και ΒΔ = BE. Να υπολογίσετε τις σημειωμένες γωνίες του.



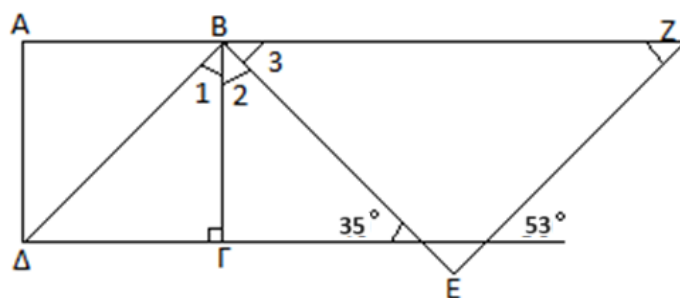
Λύση:

.....

.....

.....

8. Στο σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι τετράγωνο. Να υπολογίσετε τις σημειωμένες γωνίες του.



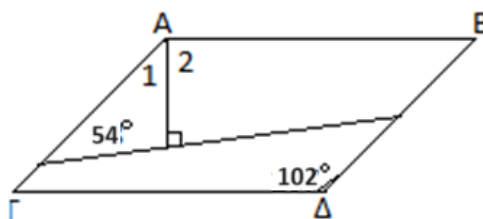
Λύση:

.....

.....

.....

9. Να υπολογίσετε τις γωνίες A_1 και A_2 στο διπλανό παραλληλόγραμμο.



Λύση:

.....

.....

.....