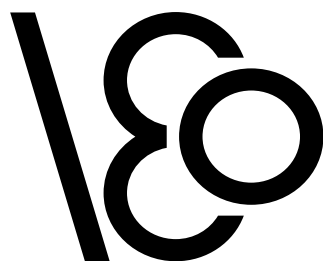


ΦΥΣΙΚΗ

Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΕΚΔΟΣΕΙΣ



νέο φροντιστήριο

Σκοπός αυτού του βιβλίου είναι να βοηθήσει τους μαθητές μας στην προσέγγιση και την κατανόηση των βασικών εννοιών των Καμπυλόγραμμων κινήσεων, της Θερμοδυναμικής, του Ηλεκτρικού και του Βαρυτικού πεδίου. Το βιβλίο αυτό αναπτύσσει σε βάθος την θεωρία όλων των κεφαλαίων του σχολικού βιβλίου οδηγώντας στην ολοκληρωμένη κατανόησή της. Σε κάθε κεφάλαιο υπάρχουν ερωτήσεις όλων των τύπων με βάση τις νέες μεθόδους αξιολόγησης. Επιπλέον το βιβλίο περιέχει πλήθος Β και Δ θεμάτων από την τράπεζα των θεμάτων της Β Λυκείου προσαρμοσμένα στο νέο σύστημα εξετάσεων.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο

Καμπυλόγραμμες κινήσεις : Οριζόντια βολή , κυκλική κίνηση

ΘΕΩΡΙΑ	σελ. 4 – 9
ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ	σελ. 10 – 20
ΑΣΚΗΣΕΙΣ	σελ. 21 - 32

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο

Διατήρηση Ορμής

ΘΕΩΡΙΑ	σελ. 34 - 36
ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ	σελ. 37 – 42
ΑΣΚΗΣΕΙΣ	σελ. 43 – 54

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο

Κινητική θεωρία αερίων

ΘΕΩΡΙΑ	σελ. 56 - 61
ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ	σελ. 62 – 78
ΑΣΚΗΣΕΙΣ	σελ. 79 – 92

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^ο

Θερμοδυναμική

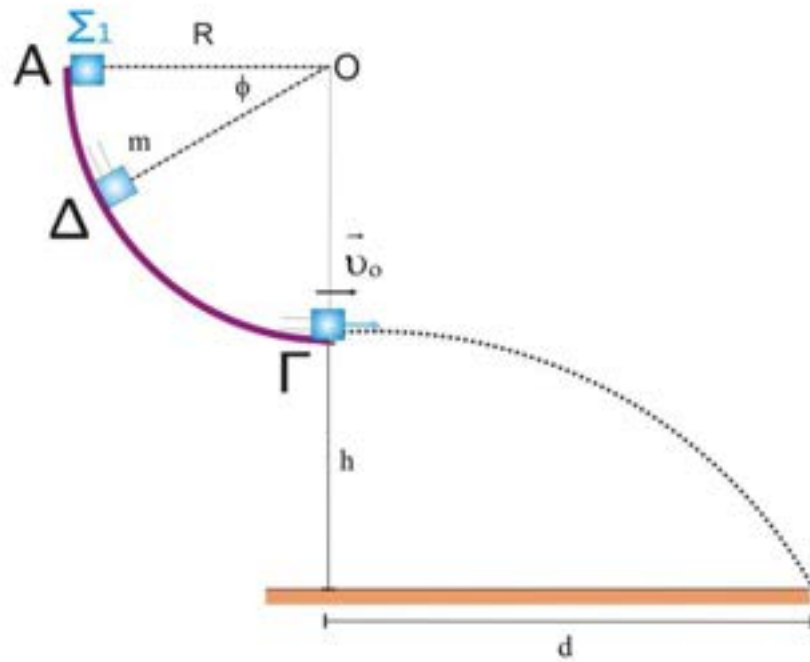
ΘΕΩΡΙΑ	σελ. 94 - 103
ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ	σελ. 104 – 128
ΑΣΚΗΣΕΙΣ	σελ. 129 – 160

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο

Α. Ηλεκτρικό πεδίο

ΘΕΩΡΙΑ	σελ. 162 - 169
ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ	σελ. 170 – 179
ΑΣΚΗΣΕΙΣ	σελ. 180 – 195

Κεφάλαιο 1^ο



Καμπυλόγραμμες κινήσεις:

Οριζόντια βολή, Κυκλική κίνηση

ΘΕΩΡΙΑ

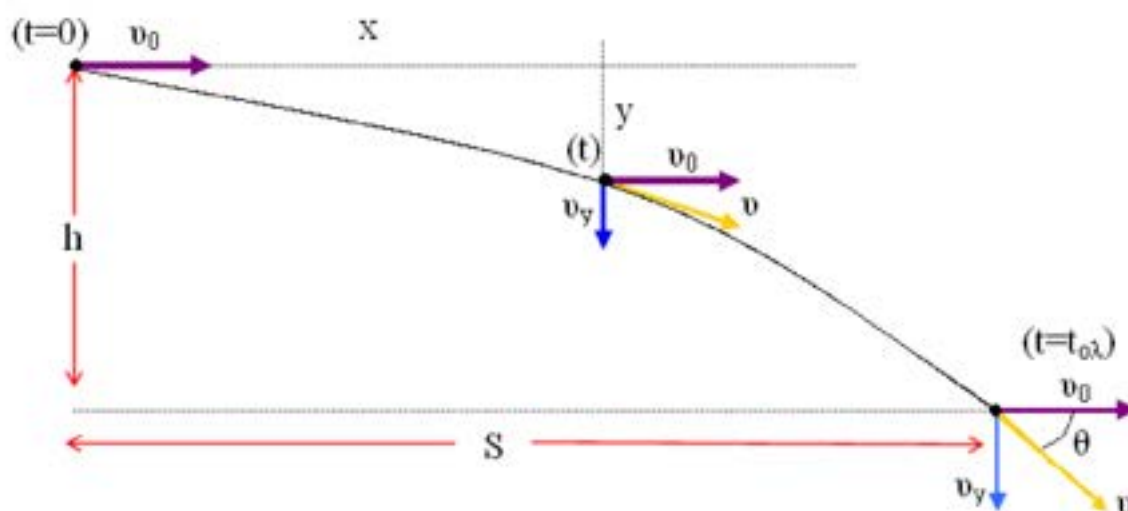
1.1 Οριζόντια βολή

Αρχή της Ανεξαρτησίας των Κινήσεων

- ☞ Όταν ένα κινητό εκτελεί ταυτόχρονα δύο ή περισσότερες κινήσεις τότε κάθε μια από αυτές εξελίσσεται ανεξάρτητα από τις άλλες (αρχή της ανεξαρτησίας των κινήσεων).
- ☞ Η θέση ενός σώματος που εκτελεί μια σύνθετη κίνηση για χρόνο t , προσδιορίζεται αν υπολογίσουμε ξεχωριστά και διαδοχικά την μετατόπιση για κάθε κίνηση για τον ίδιο χρόνο t .
- ☞ Η ταχύτητα ενός σώματος που εκτελεί μια σύνθετη κίνηση για χρόνο t , προσδιορίζεται αν υπολογίσουμε το διανυσματικό άθροισμα των ταχυτήτων που θα είχε το σώμα αν εκτελούσε καθεμία κίνηση ανεξάρτητα και για χρόνο t .

Μελέτη της Οριζόντιας Βολής

Όταν ρίχνουμε ένα σώμα οριζόντια από ένα σημείο O που απέχει ύψος h από το έδαφος, με ταχύτητα v_0 η κίνηση που κάνει το σώμα λέγεται **οριζόντια βολή** (δείτε το σχήμα).



Η οριζόντια βολή είναι μια σύνθετη κίνηση η οποία αποτελείται από δύο απλές κινήσεις.

(α) την ευθύγραμμη ομαλή στον οριζόντιο άξονα x όπου:

$$\Sigma F_x = 0 \quad (1)$$

(β) την ελεύθερη πτώση λόγω της βαρύτητας στον άξονα y όπου:

$$\Sigma F_y = w = mg. \quad (2)$$

Εξισώσεις κίνησης στην οριζόντια βολή

Σε μια τυχαία χρονική στιγμή t ισχύει:

- ✓ Η θέση του σώματος θα δίνεται από τις συντεταγμένες (x, y) όπου:

$$x = v_o t \quad (3) \quad \text{και} \quad y = \frac{1}{2} g t^2 \quad (4)$$

Όπου:

x , είναι η οριζόντια μετατόπιση λόγω της ομαλής κίνησης και
 y , είναι η κάθετη μετατόπιση λόγω της ελεύθερης πτώσης στον ίδιο χρόνο).

- ✓ **Η ταχύτητα v του σώματος** θα υπολογίζεται από το διανυσματικό άθροισμα των ταχυτήτων :

$$v_x = v_o \quad (5) \quad \text{και} \quad v_y = g t \quad (6)$$

Δηλαδή θα έχει μέτρο:

$$v = \sqrt{v_o^2 + v_y^2} \quad (7)$$

και διεύθυνση που σχηματίζει γωνία θ με την διεύθυνση της v_o . Η γωνία θ υπολογίζεται από την σχέση:

$$\epsilon\phi\theta = \frac{v_y}{v_o} \quad (8)$$

- ✓ **Η εξίσωση της τροχιάς** που θα έχει ένα σώμα που εκτελεί οριζόντια βολή προκύπτει ως εξής:

Από την εξίσωση $x = v_o t$ έχουμε $t = \frac{x}{v_o}$. Αντικαθιστώντας τον χρόνο t στην εξίσωση $y = \frac{1}{2} g t^2$

θα βρούμε:

$$y = \frac{g}{2v_o^2} x^2 \quad (9)$$

Η παραπάνω εξίσωση τροχιάς παριστάνει μια καμπύλη γραμμή (**παραβολή**) παρατηρούμε ότι η εξίσωση τροχιάς συνδέει τις συντεταγμένες x , y με μια σχέση η οποία είναι ανεξάρτητη του χρόνου t .

Παρατηρήσεις

- ✓ **Την απόσταση S** του σημείου πτώσης από το σημείο βολής την βρίσκουμε εύκολα αν στην εξίσωση τροχιάς θέσουμε όπου: $y = h$ και $x = S$. Έτσι θα έχουμε:

$$h = \frac{g}{2v_o^2} S^2 \Rightarrow S = v_o \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad (10) \quad (\text{η απόσταση } S \text{ καλείται και βεληνεκές})$$

- ✓ **Τον ολικό χρόνο κίνησης $t_{ολ}$** ενός σώματος που εκτελεί οριζόντια βολή τον βρίσκουμε αν στην εξίσωση $y = \frac{1}{2} g t^2$ θέσουμε όπου: $y = h$ και $t = t_{ολ}$. Έτσι θα έχουμε:

$$h = \frac{1}{2} g t_{ολ}^2 \Rightarrow t_{ολ} = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad (11)$$

Η ταχύτητα v στο σημείο πτώσης έχει μέτρο $v = \sqrt{v_o^2 + v_y^2}$ όπου:

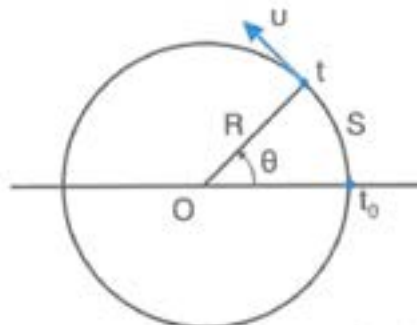
$$v_y = gt_{ολ} \Rightarrow v_y = g\sqrt{\frac{2h}{g}} \Rightarrow v_y = \sqrt{2gh}$$

και σχηματίζει γωνία θ με την οριζόντια διεύθυνση η οποία υπολογίζεται από την σχέση:

$$\epsilon\phi\theta = \frac{v_y}{v_o} = \frac{\sqrt{2gh}}{v_o}$$

1.2. Ομαλή κυκλική κίνηση

Μια κίνηση λέγεται **κυκλική** όταν το σώμα διαγράφει κυκλική τροχιά. Η θέση του σώματος καθορίζεται με το τόξο που διαγράφει ή με την επίκεντρη γωνία που αντιστοιχεί στο τόξο αυτό (Δείτε το σχήμα που ακολουθεί).



Η κυκλική κίνηση ενός σώματος χαρακτηρίζεται ως **ομαλή** όταν το μέτρο της γραμμικής του ταχύτητας είναι σταθερό ($v = \text{σταθ.}$)

Χαρακτηριστικά μεγέθη της Ομαλής Κυκλικής Κίνησης

✓ Περίοδος T

Στην ομαλή κυκλική κίνηση το σώμα διαγράφει σε ίσους χρόνους ίσα τόξα. Ο χρόνος λοιπόν που απαιτείται για να διαγράψει έναν ολόκληρο κύκλο το σώμα λέγεται **Περίοδος T** του σώματος.

✓ Συχνότητα f

Στην ομαλή κυκλική κίνηση το σώμα σε χρόνο t θα διαγράψει κάθε φορά τον ίδιο αριθμό κύκλων N . Το πηλίκο του αριθμού των κύκλων N που διαγράφει το σώμα σε ορισμένο χρόνο t προς τον αντίστοιχο χρόνο λέγεται **Συχνότητα f** του σώματος. Ισχύει η σχέση:

$$f = \frac{N}{t} \quad (12)$$

Σε χρόνο $t = T$ το σώμα διαγράφει έναν κύκλο ($N=1$), έτσι η προηγούμενη σχέση γίνεται:

$$f = \frac{1}{T} \quad (13)$$

Μονάδα συχνότητας είναι το $\frac{1}{s}$ ή s^{-1} , που ονομάζεται Hertz. Δηλαδή ισχύει: $1\text{Hz} = s^{-1}$. Αρκετές φορές χρησιμοποιούνται πολλαπλάσια του Hz:

$$1\text{kHz} = 10^3\text{Hz} \text{ και } 1\text{MHz} = 10^6\text{Hz}.$$

✓ **Γραμμική ταχύτητα v**

Στην ομαλή κυκλική κίνηση το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας είναι σταθερό, έτσι το τόξο που διαγράφει το σώμα είναι ανάλογο του χρόνου κίνησης. Ισχύει η σχέση:

$$v = \frac{s}{t} \quad (14)$$

Η διεύθυνση της γραμμικής ταχύτητας συνεχώς μεταβάλλεται, ώστε να εφάπτεται σε κάθε σημείο του κύκλου. Σε χρόνο $t = T$ το σώμα διαγράφει όπως είπαμε έναν ολόκληρο κύκλο δηλαδή διαγράφει τόξο μήκους $S = 2\pi R$. Η παραπάνω σχέση γίνεται:

$$v = \frac{S}{t} \Rightarrow v = \frac{2\pi R}{T} \quad (15)$$

Αν χρησιμοποιήσουμε και τη σχέση $f = \frac{1}{T}$ τότε έχουμε: $v = 2\pi Rf$ (16)

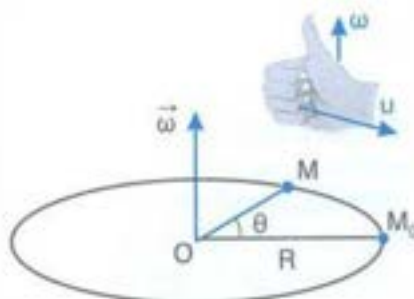
✓ **Γωνιακή Ταχύτητα**

Όταν το σώμα κινείται πάνω στην κυκλική τροχιά του, τότε στη διάρκεια του χρόνου t η ακτίνα του κύκλου διαγράφει γωνία ϕ . Ονομάζουμε **γωνιακή ταχύτητα ω** του κινητού το πηλίκο της γωνίας ϕ προς το χρόνο αυτό.

$$\omega = \frac{\phi}{t} \quad (17)$$

Μονάδα είναι το rad/s.

Το διάνυσμα της γωνιακής ταχύτητας είναι κάθετο στο επίπεδο της κυκλικής τροχιάς του σώματος και η φορά του καθορίζεται από τον πρακτικό κανόνα του δεξιού χεριού. (Δείτε το σχήμα που ακολουθεί.



Στην ομαλή κυκλική κίνηση η γωνιακή ταχύτητα είναι σταθερή. Σε χρόνο $t = T$ το σώμα διαγράφει έναν ολόκληρο κύκλο, οπότε η γωνία ϕ είναι ίση με 2π rad. Έτσι η παραπάνω σχέση γράφεται:

$$\omega = \frac{\phi}{t} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} \quad (18)$$

Λαμβάνοντας υπόψη μας τη σχέση $f = \frac{1}{T}$ τότε έχουμε: $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = 2\pi f$ (19)

Τέλος συνδυάζοντας τις σχέσεις $v = 2\pi Rf$ και $\omega = 2\pi f$ έχουμε: $v = \omega R$ (20)

✓ **Κεντρομόλος Επιτάχυνση**

Στην ομαλή κυκλική κίνηση το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας παραμένει σταθερό αλλά η διεύθυνσή της μεταβάλλεται διαρκώς. Επομένως υπάρχει επιτάχυνση η οποία πιο συγκεκριμένα ονομάζεται **κεντρομόλος επιτάχυνση** a_k . Το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης είναι ίσο με:

$$a_k = \frac{v^2}{R} \quad (21)$$

Η κεντρομόλος επιτάχυνση έχει διεύθυνση κάθετη στην ταχύτητα και φορά προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς. Συνδυάζοντας τις σχέσεις $v = \omega R$ και $a_k = \frac{v^2}{R}$ έχουμε:

$$a_k = \omega^2 R \quad (22)$$

✓ Κεντρομόλος Δύναμη

Ας θεωρήσουμε ένα σώμα που εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση. Όπως αναφέραμε στην προηγούμενη ενότητα επειδή η διεύθυνση της γραμμικής ταχύτητας μεταβάλλεται διαρκώς, το σώμα έχει κεντρομόλο επιτάχυνση. Άρα με βάση το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα στο σώμα ασκείται δύναμη. Η δύναμη αυτή έχει τη διεύθυνση της ακτίνας στο σημείο της κυκλικής τροχιάς που βρίσκεται το σώμα και φορά προς το κέντρο του κύκλου. Η δύναμη αυτή λέγεται **κεντρομόλος δύναμη**.

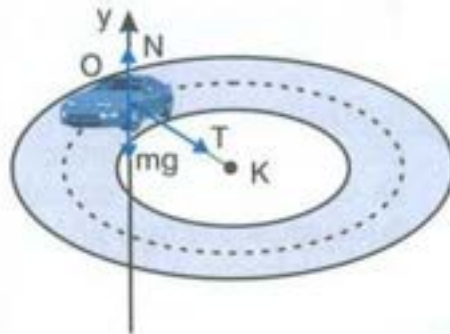
Προσοχή: Η κεντρομόλος δύναμη είναι η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα κατά τη διεύθυνση της ακτίνας της κυκλικής τροχιάς, με φορά προς το κέντρο του κύκλου. Δεν πρόκειται για μια ακόμα δύναμη πάνω στο σώμα!!!

Γενικά κάθε δύναμη που αναγκάζει ένα σώμα να εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση λέγεται **κεντρομόλος δύναμη**.

Σύμφωνα με το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα έχουμε:

$$\Sigma \vec{F} = m \vec{a}_k \Rightarrow \Sigma F = m \frac{v^2}{R} \quad (23)$$

Ας υποθέσουμε ότι μελετάμε την κίνηση ενός αυτοκινήτου που διαγράφει σε οριζόντιο δρόμο ομαλή κυκλική κίνηση ακτίνας R (Δείτε το σχήμα που ακολουθεί).



Οι δυνάμεις που ασκούνται στο αυτοκίνητο είναι το βάρος του με μέτρο mg , η κάθετη δύναμη N και η στατική τριβή T . Ισχύουν οι σχέσεις:

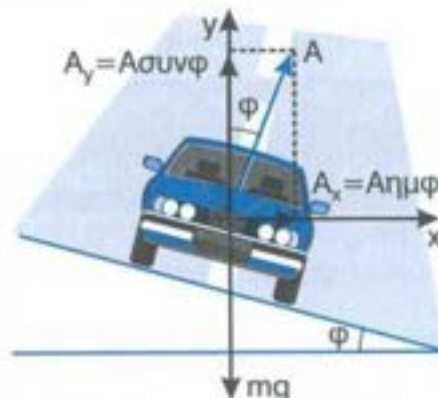
$$\Sigma F_x = m\alpha_x \Rightarrow T = m \frac{v^2}{R} \quad \text{και} \quad \Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - mg = 0 \Rightarrow N = mg$$

Στην περίπτωση αυτή, κεντρομόλος δύναμη είναι η στατική τριβή T .

Αν η ταχύτητα του αυτοκινήτου είναι μεγάλη, ώστε να ισχύει $m \frac{v^2}{R} > T_{\max}$ όπου, $T_{\max}$, η μέγιστη

τιμή της στατικής τριβής, τότε το αυτοκίνητο δεν μπορεί να διαγράψει την κυκλική τροχιά και παρασύρεται, λόγω αδράνειας, προς το εξωτερικό μέρος του δρόμου. Είναι φανερό ότι για να μπορέσει το αυτοκίνητο να κινηθεί με ασφάλεια διαγράφοντας την κυκλική τροχιά θα πρέπει να μην ξεπεράσει μια μέγιστη τιμή ταχύτητας.

Ας υποθέσουμε ότι η τριβή ανάμεσα στους τροχούς και το οδόστρωμα είναι αμελητέα, τότε ο δρόμος πρέπει να παρουσιάζει κάποια κλίση προς το εσωτερικό της κυκλικής τροχιάς (Δείτε το σχήμα που ακολουθεί).



Οι δυνάμεις που ασκούνται στο αυτοκίνητο είναι το βάρος του με μέτρο mg και η κάθετη στον πλάγιο δρόμο αντίδραση A . Αναλύουμε την αντίδραση A σε δύο κάθετες συνιστώσες από τις οποίες η A_x διέρχεται από το κέντρο της κυκλικής τροχιάς. Ισχύουν οι σχέσεις:

$$\Sigma F_x = m\alpha_x \Rightarrow A \sin \phi = m \frac{v^2}{R} \quad \text{και} \quad \Sigma F_y = 0 \Rightarrow A \cos \phi = mg$$

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

1. Ένα σώμα εκτοξεύεται οριζόντια από ύψος h από το έδαφος. Η τροχιά του σώματος είναι:
 - α) κυκλική
 - β) ελλειπτική
 - γ) παραβολική
 - δ) ευθύγραμμη
2. Η οριζόντια βολή στο ομογενές πεδίο βαρύτητας είναι κίνηση που πραγματοποιείται:
 - α) Σε οριζόντιο άξονα.
 - β) Σε κατακόρυφο άξονα.
 - γ) Σε κατακόρυφο επίπεδο.
 - δ) Σε οριζόντιο επίπεδο.
3. Η οριζόντια βολή στο ομογενές πεδίο βαρύτητας είναι σύνθετη κίνηση που μπορεί να αναλυθεί σε δύο κινήσεις οι οποίες είναι:
 - α) Ομαλά επιταχυνόμενες σε κάθε άξονα.
 - β) Ομαλή στο άξονα Ox και ελεύθερη πτώση στον άξονα Oy .
 - γ) Ομαλή και στους δύο άξονες.
 - δ) Ομαλή στον άξονα Ox , ομαλά επιταχυνόμενη στον Oy με αρχική ταχύτητα u_0 και επιτάχυνση g .
4. Σώμα βάλλεται οριζόντια από ύψος h με αρχική ταχύτητα u_0 . Ο χρόνος που χρειάζεται μέχρι να φτάσει στο έδαφος είναι:
 - α) Ανάλογος του ύψους h .
 - β) Ανάλογος της u_0 .
 - γ) Ανεξάρτητος της τιμής του g .
 - δ) Ανεξάρτητος της u_0 .
5. Σώμα βάλλεται οριζόντια από ύψος h με αρχική ταχύτητα u_0 . Το βεληνεκές, s , είναι:
 - α) Ανάλογο της u_0 .
 - β) Ανεξάρτητο του ύψους h .
 - γ) Ανεξάρτητο της u_0 .
 - δ) Ανεξάρτητο του g .
6. Ένα σώμα εκτοξεύεται οριζόντια από ύψος h από το έδαφος.
 - α) Το βεληνεκές του σώματος εξαρτάται από το ύψος h .
 - β) Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος, όταν προσκρούει στο έδαφος, δεν εξαρτάται από το ύψος h .
 - γ) Η διεύθυνση της ταχύτητας του σώματος, όταν προσκρούει στο έδαφος, δεν εξαρτάται από το ύψος h .
 - δ) Ο χρόνος κίνησης μέχρι να προσκρούσει στο έδαφος δεν εξαρτάται από το ύψος h .
7. Σώμα βάλλεται οριζόντια από ύψος h με αρχική ταχύτητα u_0 και προσγειώνεται μετά από χρόνο t . Το μέτρο της ταχύτητας με την οποία προσγειώνεται στο έδαφος είναι:
 - α) $v = \sqrt{u_0^2 + g^2 t^2}$
 - β) $v = \sqrt{u_0^2 + g^2 t^2}$
 - γ) $v = u_0$
 - δ) $v = 0$
8. Δύο σώματα βάλλονται οριζόντια από διαφορετικά ύψη h_1 και h_2 και με διαφορετικές ταχύτητες u_{01} και u_{02} . Το ύψος h_1 είναι διπλάσιο του ύψους h_2 . Ο λόγος των ταχυτήτων u_{01}/u_{02} για να πέφτουν τα δύο σώματα στο ίδιο σημείο του εδάφους, είναι:

α) 1

β) 2

γ) $\sqrt{2}$

δ) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

9. Δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 βάλλονται οριζόντια με την ίδια αρχική ταχύτητα u_0 από σημεία που απέχουν από το έδαφος ύψη h και $4h$ αντιστοίχως. Ποιες από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστές ή λάθος και γιατί;

α) Το Σ_2 θέλει διπλάσιο χρόνο από το Σ_1 για να φτάσει στο έδαφος.

β) Το Σ_2 έχει το ίδιο βεληνεκές με το Σ_1 .

γ) Και τα δύο προσγειώνονται με την ίδια οριζόντια συνιστώσα ταχύτητας.

10. Δύο μικρές σφαίρες ρίχνονται οριζόντια την ίδια χρονική στιγμή και από το ίδιο ύψος, πάνω από το οριζόντιο έδαφος. Η σφαίρα που φτάνει πρώτη στο έδαφος είναι:

α) αυτή που έχει τη μεγαλύτερη αρχική ταχύτητα.

β) αυτή που έχει τη μικρότερη αρχική ταχύτητα.

γ) αυτή που έχει τη μεγαλύτερη μάζα.

δ) αυτή που έχει τη μικρότερη μάζα.

ε) και οι δύο θα φτάσουν στο έδαφος ταυτόχρονα, ανεξάρτητα από την αρχική ταχύτητα ή τη μάζα τους.

11. Από σημείο O που βρίσκεται σε ύψος h πάνω από το οριζόντιο έδαφος αφήνουμε μια μικρή σφαίρα Σ_1 και ταυτόχρονα βάλουμε από το ίδιο σημείο οριζόντια μια άλλη σφαίρα Σ_2 με αρχική ταχύτητα u_0 . Οι σφαίρες πέφτουν στο έδαφος:

α) Ταυτόχρονα.

β) Πρώτη πέφτει η Σ_1 .

γ) Πρώτη πέφτει η Σ_2 .

Ποια είναι η σωστή απάντηση; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

12. Από σημείο O που βρίσκεται σε ύψος h πάνω από το οριζόντιο έδαφος αφήνουμε μια μικρή σφαίρα Σ_1 και ταυτόχρονα βάλουμε από το ίδιο σημείο οριζόντια μια άλλη σφαίρα Σ_2 με αρχική ταχύτητα u_0 . Με μεγαλύτερη ταχύτητα στο έδαφος φτάνει:

α) Η Σ_1

β) Η Σ_2 .

γ) Καμία από τις δύο.

Ποια είναι η σωστή απάντηση; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

13. Σώμα βάλλεται οριζόντια από σημείο O που βρίσκεται σε ύψος h με αρχική ταχύτητα u_0 μέσα στο ομογενές πεδίο βαρύτητας στο οποίο η επιτάχυνση είναι g . Θεωρούμε ότι η κίνηση γίνεται σε ορθογώνιο σύστημα αξόνων (xOy). Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές ή λάθος και γιατί;

α) Η οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας είναι συνεχώς ίση με u_0 .

β) Η κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας είναι ανάλογη του χρόνου πτήσης t .

γ) Η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει κατεύθυνση εφαπτομένη της τροχιάς του σώματος.

δ) Η ταχύτητα αυξάνεται μόνο κατά το άξονα Oy .

14. Σώμα βάλλεται οριζόντια από σημείο O που βρίσκεται σε ύψος h με αρχική ταχύτητα u_0 μέσα στο πεδίο βαρύτητας στο οποίο η επιτάχυνση είναι g . Θεωρούμε ότι η κίνηση γίνεται σε ορθογώνιο σύστημα αξόνων (xOy). Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές ή λάθος και γιατί;

α) Η οριζόντια απομάκρυνση x είναι ανάλογη του χρόνου t .

β) Η κατακόρυφη απομάκρυνση y είναι ανάλογη του χρόνου t .

γ) Το βεληνεκές είναι ανάλογο της u_0 .

δ) Η κατεύθυνση της ταχύτητα u είναι συνεχώς σταθερή.

15. Σώμα βάλλεται οριζόντια από ύψος h με αρχική ταχύτητα u_0 και προσγειώνεται μετά από χρόνο t . Το διάνυσμα της ταχύτητας με την οποία προσγειώνεται σχηματίζει γωνία θ με το οριζόντιο έδαφος. Για τη γωνία θ , ισχύει ότι:

α) Είναι ορθή σε κάθε οριζόντια βολή.

β) Έχει τιμή ανεξάρτητη της αρχικής ταχύτητας u_0 .

γ) Δίνεται από τη σχέση: $\varepsilon\varphi\theta = \frac{g\sqrt{2h/g}}{v_0}$

δ) Αν είναι 45° τότε ισχύει ότι, $v_y = v_x = v_0$.

Να δικαιολογήσετε την αλήθεια ή το ψεύδος των προτάσεων.

16. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σ αν είναι σωστές, και με Λ αν είναι λανθασμένες. Σε μια οριζόντια βολή ενός αντικειμένου από ύψος h :

α) Η γωνία μεταξύ της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του αντικειμένου μειώνεται.

β) Αν το ύψος h είναι πολύ μεγάλο, τότε το αντικείμενο πέφτει κάθετα στο έδαφος.

γ) Η μέγιστη οριζόντια μετατόπιση του αντικειμένου εξαρτάται από τη μάζα και τις διαστάσεις του.

δ) Η μέγιστη οριζόντια μετατόπιση του αντικειμένου είναι πάντοτε μεγαλύτερη από το ύψος h .

17. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σ αν είναι σωστές, και με Λ αν είναι λανθασμένες. Ένα σώμα εκτελεί οριζόντια βολή. Αν το μέτρο της αρχικής οριζόντιας ταχύτητας $\vec{v}_0$ αυξηθεί, τότε θα αυξηθεί:

α) ο χρόνος που χρειάζεται το σώμα μέχρι να φθάσει στο έδαφος.

β) η μέγιστη οριζόντια μετατόπιση (βεληνεκές) του σώματος.

γ) το μέτρο της κατακόρυφης συνιστώσας της ταχύτητας του σώματος τη στιγμή που φθάνει στο έδαφος.

δ) Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος τη στιγμή που φθάνει στο έδαφος.

18. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σ αν είναι σωστές, και με Λ αν είναι λανθασμένες. Ένα σώμα βάλλεται οριζόντια με αρχική ταχύτητα $\vec{v}_0$, από μεγάλο ύψος. Ο χρόνος που χρειάζεται το σώμα για να περάσει από δύο σημεία Α και Β της τροχιάς του είναι t_{AB} .

α) Το μέτρο της οριζόντιας συνιστώσας της ταχύτητας του σώματος στο σημείο Β είναι μεγαλύτερο απ' ό,τι στο σημείο Α.

β) Το μέτρο της κατακόρυφης συνιστώσας της ταχύτητας του σώματος στο σημείο Β είναι μεγαλύτερο απ' ό,τι στο σημείο Α.

γ) Η κατακόρυφη απόσταση y μεταξύ των σημείων Α και Β υπολογίζεται από τη σχέση: $y = \frac{1}{2} g t_{AB}^2$

δ) Η οριζόντια απόσταση x μεταξύ των σημείων Α και Β υπολογίζεται από τη σχέση: $x = v_0 t_{AB}$

19. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σ αν είναι σωστές, και με Λ αν είναι λανθασμένες. Από το ίδιο ύψος βάλλονται δύο σώματα με μάζες m και $2m$ και με την ίδια οριζόντια ταχύτητα v_0 .

α) Το βαρύτερο σώμα θα φτάσει στο έδαφος γρηγορότερα.

β) Τα δύο σώματα θα φτάσουν ταυτόχρονα.

γ) Το ελαφρύτερο σώμα θα πάει μακρύτερα.

δ) Τα δύο σώματα φτάνουν στο έδαφος με την ίδια μέγιστη οριζόντια μετατόπιση.

20. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σ αν είναι σωστές, και με Λ αν είναι λανθασμένες. Δύο βλήματα εκτοξεύονται ταυτόχρονα οριζόντια από την ταράτσα ενός κτιρίου με ταχύτητες v_0 και $2v_0$.

α) Τα βλήματα φτάνουν στο έδαφος ταυτόχρονα.

β) Τα βλήματα προσκρούουν στο έδαφος με ταχύτητες ίδιου μέτρου.

γ) Τα βεληνεκά των δύο βλημάτων είναι ίδια.

δ) Η μεταβολή της ταχύτητας διανυσματικά είναι η ίδια.

21. Δύο σώματα Α και Β βάλονται οριζόντια από το ίδιο ύψος h με ταχύτητες u_0 και $2u_0$ αντίστοιχα. Ο λόγος των εφαπτομένων των γωνιών $\frac{\varepsilon\phi\phi_A}{\varepsilon\phi\phi_B}$ που σχηματίζουν οι ταχύτητες τους $\vec{v}_A$ και $\vec{v}_B$ με τον ορίζοντα, όταν συναντούν το έδαφος, είναι ίσος με:

- α) 2 β) 1 γ) $\sqrt{2}$ δ) $\frac{1}{2}$

22. Μια γωνία 120° αντιστοιχεί σε:

- α) $\frac{\pi}{2} \text{ rad}$ β) $\pi \text{ rad}$ γ) $\frac{2\pi}{3} \text{ rad}$ δ) $\frac{\pi}{6} \text{ rad}$

23. Τρία κινητά Α, Β και Γ εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση με συχνότητες $f_1 = 1\text{Hz}$, $f_2 = 2\text{Hz}$ και $f_3 = 3\text{Hz}$ αντίστοιχα. Μεγαλύτερη γραμμική ταχύτητα έχει:

- α) το κινητό Α
β) το κινητό Β
γ) το κινητό Γ
δ) δεν μπορούμε να γνωρίζουμε

24. Μια κυκλική κίνηση χαρακτηρίζεται ομαλή, αν

- α) η ταχύτητα είναι σταθερή.
β) η επιτάχυνση είναι μηδέν.
γ) το μέτρο της ταχύτητας είναι ανάλογο προς το χρόνο.
δ) τα διαγραφόμενα τόξα είναι ανάλογα προς τους χρόνους.

25. Στην ομαλή κυκλική κίνηση,

- α) Το μέτρο της ταχύτητας διατηρείται σταθερό.
β) Η ταχύτητα διατηρείται σταθερή.
γ) Το διάνυσμα της ταχύτητας $\vec{v}$ έχει την κατεύθυνση της ακτίνας της τροχιάς.
δ) Το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται.

26. Η περίοδος T στην ομαλή κυκλική κίνηση εκφράζει:

- α) Το ρυθμό μεταβολής της ταχύτητας.
β) Τον αριθμό των περιστροφών που κάνει σε 1s.
γ) Το χρονικό διάστημα που χρειάζεται το κινητό για να κάνει ένα κύκλο.
δ) Τίποτα από τα παραπάνω.

27. Συχνότητα μιας περιοδικής κίνησης ορίζουμε:

- α) Τον αριθμό των επαναλήψεων στην μονάδα του χρόνου.
β) Τον αριθμό των επαναλήψεων σε ορισμένο χρονικό διάστημα, προς το χρονικό αυτό διάστημα.
γ) Το αντίστροφο της περιόδου.
δ) Το χρονικό διάστημα που διαρκεί μια περιστροφή.

28. Η συχνότητα 1Hz σημαίνει ότι το κινητό χρειάζεται:

- α) 1s για να κάνει 1 κύκλο ακτίνας 1m.
β) 1s για να κάνει 1 κύκλο.
γ) 1s για να κάνει 10 κύκλους.
δ) Τίποτα από τα παραπάνω.

29. Η γραμμική ταχύτητα στην ομαλή κυκλική κίνηση εκφράζει:

- α) Το πόσο γρήγορα διαγράφει το κινητό τα τόξα.
- β) Το πόσο γρήγορα διαγράφει η επιβατική ακτίνα του κινητού τις επίκεντρες γωνίες.
- γ) Το τόξο που διαγράφει το κινητό.

30. Ποιες από τις επόμενες προτάσεις που αναφέρονται στη γραμμική ταχύτητα στην ομαλή κυκλική κίνηση είναι σωστές;

- α) Είναι εφαπτομένη της τροχιάς.
- β) Διατηρείται σταθερή κατά μέτρο.
- γ) Έχει ως μονάδα μέτρησης το 1rad/s .
- δ) Ισούται με το πηλίκο του μήκους του τόξου που διαγράφει το κινητό σε χρόνο Δt προς το χρόνο αυτό.

31. Σε μια ομαλή κυκλική κίνηση η συχνότητα είναι 10Hz . Αυτό σημαίνει ότι το κινητό κάνει:

- α) 1 κύκλο κάθε 10s .
- β) 10 κύκλους κάθε 10s
- γ) 20 κύκλους κάθε 2s
- δ) 10m κάθε 1s .

32. Σε μια ομαλή κυκλική κίνηση η συχνότητα είναι 2Hz . Αυτό σημαίνει ότι το κινητό κάνει σε χρόνο 1min :

- α) 1 κύκλο
- β) 60 κύκλους
- γ) 120 κύκλους
- δ) Το $1/30$ του κύκλου

33. Δίσκος του πικάπ διαγράφει ομαλή κυκλική κίνηση. Όλα του τα σημεία έχουν την ίδια:

- α) Περίοδο, T .
- β) Συχνότητα, f .
- γ) Γραμμική ταχύτητα, v .
- δ) Γωνιακή ταχύτητα, ω .
- ε) Κεντρομόλο επιτάχυνση, a_c .

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

34. Ποιες από τις επόμενες προτάσεις που αναφέρονται στη γωνιακή ταχύτητα στην ομαλή κυκλική κίνηση είναι σωστές;

- α) Είναι εφαπτομένη της τροχιάς.
- β) Διατηρείται σταθερή κατά μέτρο.
- γ) Έχει ως μονάδα μέτρησης το 1rad/s .
- δ) Ισούται με το πηλίκο της μεταβολής της επίκεντρης γωνίας $\Delta\theta$ που διαγράφει η επιβατική ακτίνα του κινητό σε χρόνο Δt προς το χρόνο αυτό.
- ε) Έχει διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο της τροχιάς.

35. Τρία κινητά Α, Β και Γ εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση με περιόδους $T_1 = 1\text{s}$, $T_2 = 2\text{s}$ και $T_3 = 3\text{s}$ αντίστοιχα. Μεγαλύτερη γωνιακή ταχύτητα έχει:

- α) το κινητό Α
- β) το κινητό Β
- γ) το κινητό Γ
- δ) δεν μπορούμε να γνωρίζουμε

36. Αυτοκίνητο κινείται προς το βορρά. Η γωνιακή ταχύτητα των τροχών του έχει κατεύθυνση προς:

- α) Τη δύση
- β) Την ανατολή
- γ) Το βορρά
- δ) Το νότο.

37. Ο δευτερολεπτοδείκτης του ρολογιού έχει περίοδο:

- α) 1s
- β) 60s
- γ) 1h

Ποια είναι η σωστή απάντηση;

38. Ο λεπτοδείκτης του ρολογιού έχει περίοδο:

α) 1s

β) 60s

γ) 1h

Ποια είναι η σωστή απάντηση;

39. Ο ωροδείκτης του ρολογιού έχει περίοδο:

α) 24h

β) 1h

γ) 12h

Ποια είναι η σωστή απάντηση;

40. Ένα κινητό εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση. Η κεντρομόλος επιτάχυνση έχει διεύθυνση:

α) ίδια με τη γωνιακή ταχύτητα $\vec{\omega}$.β) ίδια με τη γραμμική ταχύτητα $\vec{v}$.

γ) κάθετη στη γραμμική ταχύτητα με φορά προς το κέντρο.

δ) κάθετη στη γωνιακή ταχύτητα με φορά προς το κινητό.

41. Η κεντρομόλος επιτάχυνση στην ομαλή κυκλική κίνηση εκφράζει:

α) Πόσο γρήγορα διαγράφει το κινητό τα τόξα.

β) Πόσο γρήγορα μεταβάλλεται το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας.

γ) Πόσο γρήγορα μεταβάλλεται η διεύθυνση της γραμμικής ταχύτητας.

δ) Πόσες περιστροφές κάνει στη μονάδα του χρόνου.

42. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σ αν είναι σωστές, και με Λ αν είναι λανθασμένες. Κατά τη διάρκεια μιας ομαλής κυκλικής κίνησης αυτό που δεν μεγαλώνει, δεν μικραίνει, αλλά συνεχώς αλλάζει είναι:

α) η ταχύτητα

β) η συχνότητα

γ) η περίοδος

δ) η επιτάχυνση

43. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σ αν είναι σωστές, και με Λ αν είναι λανθασμένες. Η ομαλή κυκλική κίνηση είναι μια κίνηση με επιτάχυνση, επειδή:

α) είναι μια καμπυλόγραμμη κίνηση.

β) το διάνυσμα της ταχύτητας μεταβάλλεται.

γ) η κατεύθυνση της ταχύτητας μεταβάλλεται.

δ) το μέτρο της ταχύτητας είναι σταθερό.

44. Όταν ένα σημειακό αντικείμενο εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση σε κύκλο ακτίνας R , με περίοδο T , συχνότητα f , ταχύτητα v , γωνιακή ταχύτητα ω και κεντρομόλο επιτάχυνση a_c , τότε ισχύουν οι σχέσεις:

α) $v = \frac{2\pi R}{f}$

β) $a_c = \omega^2 R$

γ) $T = \frac{2\pi R}{v}$

δ) $v = \sqrt{a_c R}$

Ποιες από τις παραπάνω σχέσεις είναι σωστές;

45. Ο έλικας ενός ανεμιστήρα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση. Δύο μικρές μάζες Α και Β βρίσκονται πάνω στον έλικα. Αν η μάζα Α βρίσκεται πλησιέστερα στο κέντρο περιστροφής του έλικα απ' ότι η μάζα Β, τότε η μάζα Β έχει μεγαλύτερη:

α) γωνιακή ταχύτητα

β) συχνότητα

γ) ταχύτητα

δ) κεντρομόλο επιτάχυνση

Να βρείτε τις σωστές απαντήσεις.

46. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σ αν είναι σωστές, και με Λ αν είναι λανθασμένες. Δύο σημειακά αντικείμενα εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση στον ίδιο κύκλο. Αν τα δύο κινητά βρίσκονται συνεχώς στα άκρα μιας διαμέτρου του κύκλου, τότε κάθε χρονική στιγμή έχουν:

- α) ίσες ταχύτητες
- β) ταχύτητες ίδιου μέτρου
- γ) ίδια περίοδο
- δ) επιταχύνσεις του ίδιου μέτρου

47. Δύο σημειακά αντικείμενα Α και Β κινούνται σε ομόκεντρες κυκλικές τροχιές με την ίδια συχνότητα. Το αντικείμενο Α διαγράφει κύκλο διπλάσιας ακτίνας απ' ότι το αντικείμενο Β ($R_A = 2R_B$). Τα μέτρα των ταχυτήτων $\vec{v}_A$ και $\vec{v}_B$ των αντικειμένων Α και Β έχουν σχέση:

- α) $v_A = v_B$
- β) $v_A = \frac{v_B}{2}$
- γ) $v_A = 2v_B$
- δ) $v_A = 4v_B$

48. Μια μικρή μάζα βρίσκεται πάνω σε οριζόντιο περιστρεφόμενο δίσκο. Η κεντρομόλος επιτάχυνση της μάζας είναι:

- α) μεγαλύτερη, όσο μακρύτερα βρίσκεται από τον άξονα περιστροφής.
- β) μικρότερη, όσο μακρύτερα βρίσκεται από τον άξονα περιστροφής.
- γ) ανεξάρτητη από τη θέση της μάζας.
- δ) μηδέν.

49. Δύο σημεία Α και Β βρίσκονται στην ίδια ακτίνα ενός περιστρεφόμενου δίσκου. Το σημείο Α βρίσκεται στο μέσο της ακτίνας και το Β στο άκρο της ακτίνας πάνω στη περιφέρεια. Η σχέση της συχνότητας f_A του σημείου Α προς τη συχνότητα f_B του σημείου Β είναι:

- α) $f_A > f_B$ β) $f_A < f_B$ γ) $f_A = f_B$ δ) $f_A = \frac{f_B}{2}$

50. Σε μια ομαλή κυκλική κίνηση με περίοδο T και ταχύτητα μέτρου v , μέσα σε χρόνο $t = T/4$:

α) η μεταβολή του μέτρου της ταχύτητας είναι:

- i) v ii) 0 iii) $2v$ iv) $v\sqrt{2}$

β) το μέτρο της μεταβολής της ταχύτητας είναι:

- i) v ii) 0 iii) $2v$ iv) $v\sqrt{2}$

51. Ποιες από τις επόμενες προτάσεις που αναφέρονται στην κεντρομόλο επιτάχυνση στην ομαλή κυκλική κίνηση είναι σωστές;

- α) Έχει σταθερή διεύθυνση.
- β) Είναι πάντοτε κάθετη στην ταχύτητα v .
- γ) Ισούται με v^2/R , όπου R η ακτίνα της τροχιάς.
- δ) Έχει κατεύθυνση προς το κέντρο της τροχιάς.
- ε) Οφείλεται στη συνεχή μεταβολή της διεύθυνσης της γωνιακής ταχύτητας.

52. Το μέτρο της δύναμης που αναγκάζει ένα αντικείμενο να εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση σε κύκλο ακτίνας R είναι ανάλογο με:

- α) το μέτρο της γραμμικής του ταχύτητας.
- β) τη συχνότητά του.
- γ) το τετράγωνο της ταχύτητάς του.

δ) την περίοδό του.

53. Μικρή σφαίρα κάνει ομαλή κυκλική κίνηση. Η κεντρομόλος δύναμη είναι:

- α) Μια εκ των δυνάμεων που ασκούνται στη σφαίρα, με κατεύθυνση προς το κέντρο της τροχιάς.
- β) Η συνολική συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στη σφαίρα.
- γ) Η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στη σφαίρα στη διεύθυνση της ακτίνας της τροχιάς.
- δ) Τίποτα από τα παραπάνω.

54. Ποιες από τις επόμενες προτάσεις που αναφέρονται στην κεντρομόλο δύναμη που ασκείται σε ένα σώμα μάζας m που κάνει ομαλή κυκλική κίνηση ακτίνας, R , είναι σωστές;

- α) Έχει σταθερή διεύθυνση.
- β) Είναι πάντοτε κάθετη στην ταχύτητα v .
- γ) Ισούται με mv^2/R^2 .
- δ) Έχει κατεύθυνση προς το κέντρο της τροχιάς.
- ε) Έχει σημείο εφαρμογής το κέντρο της τροχιάς.

55. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σ αν είναι σωστές, και με Λ αν είναι λανθασμένες.

- α) Ένα σώμα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, όταν η συνισταμένη όλων των δυνάμεων είναι μηδέν.
- β) Η κεντρομόλος δύναμη έχει διεύθυνση πάντοτε κάθετη στη διεύθυνση της ταχύτητας.
- γ) Η κεντρομόλος δύναμη είναι μια καινούργια δύναμη που ασκεί το περιβάλλον στο σώμα, όταν αυτό αρχίζει να εκτελεί κυκλική κίνηση.
- δ) Η κεντρομόλος δύναμη έχει τη διεύθυνση της επιβατικής ακτίνας και φορά προς το κέντρο.

56. Σφαίρα είναι δεμένη σε νήμα και εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Αν κοπεί το νήμα η σφαίρα θα:

- α) Κινηθεί προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς λόγω αδράνειας.
- β) Διαγράψει καμπύλη τροχιά, όχι κυκλική.
- γ) Κινηθεί στη διεύθυνση της εφαπτομένης της κυκλικής τροχιάς, στο σημείο που κόπηκε το νήμα.
- δ) Σταματήσει να κινείται ακαριαία.

Ποια από τις εκδοχές αυτές είναι η σωστή;

57. Το μέτρο της κεντρομόλου δύναμης που ασκείται σε υλικό σημείο σταθερής μάζας m που διαγράφει ομαλή κυκλική κίνηση σταθερής ακτίνας R είναι:

- α) Ανάλογο της μάζας.
- β) Αντιστρόφως ανάλογο του τετραγώνου της γωνιακής ταχύτητας.
- γ) Ανάλογο του τετραγώνου της συχνότητας f .
- δ) Ανάλογο του τετραγώνου της περιόδου T .
- ε) Ανεξάρτητο της ακτίνας της τροχιάς R .

Ποιες από τις προτάσεις αυτές είναι σωστές;

58. Ένα σώμα μάζας m εκτελεί κυκλική κίνηση με ταχύτητα v σε κύκλο ακτίνας R . Η γωνιακή ταχύτητά του είναι ω , η συχνότητά του f και η κεντρομόλος επιτάχυνσή του a_c . Ποιες από τις παρακάτω σχέσεις για την κεντρομόλο δύναμη F είναι σωστές;

$$\alpha) F = \frac{mv^2}{R}$$

$$\beta) F = m\omega R$$

$$\gamma) F = m\omega^2 R$$

$$\delta) F = 4\pi^2 f^2 mR$$

$$\epsilon) F = ma_c$$

$$\sigma\tau) F = \frac{m\omega^2}{R}$$

59. Για να μπορέσει αυτοκίνητο να πάρει στροφή σε οριζόντιο οδόστρωμα θα πρέπει:

- α) Το οδόστρωμα να είναι τελείως λείο.
- β) Το βάρος του να λειτουργεί ως κεντρομόλος.

γ) Η στατική τριβή που αναπτύσσεται ανάμεσα στα ελαστικά και το οδόστρωμα να δρα ως κεντρομόλος.

δ) Η συνισταμένη του βάρους και της κάθετης δύναμης να δρα ως κεντρομόλος.

60. Αν διπλασιαστεί η συχνότητα περιστροφής ενός σώματος που εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, τότε:

α) Θα διπλασιαστεί και η περίοδος.

β) Θα διπλασιαστεί και η γωνιακή ταχύτητα του σώματος.

γ) Θα υποδιπλασιαστεί η γραμμική του ταχύτητα.

δ) Θα διπλασιαστεί το μέτρο της κεντρομόλου δύναμης.

61. Ένα σώμα κινείται ομαλά σε κυκλική τροχιά ακτίνας R με ταχύτητα v . Αν το ίδιο σώμα κινηθεί σε κυκλική τροχιά διπλάσιας ακτίνας και με διπλάσια ταχύτητα, τότε η κεντρομόλος επιτάχυνση του σε σχέση με την αρχική:

α) θα διπλασιαστεί

β) θα υποδιπλασιαστεί

γ) θα υποτετραπλασιαστεί

δ) θα παραμείνει ίδια

62. Μια σφαίρα κινείται ομαλά σε κυκλική τροχιά ακτίνας R . Αν η γραμμική ταχύτητα της σφαίρας διπλασιαστεί, ποιο από τα παρακάτω μεγέθη θα διπλασιαστεί;

α) Η συχνότητα περιστροφής της.

β) Η περίοδος περιστροφής της.

γ) Η κεντρομόλος επιτάχυνση.

δ) Η κεντρομόλος δύναμη που ασκείται πάνω της

63. Ένα σώμα είναι δεμένο στην άκρη νήματος μήκους l και περιστρέφεται σε οριζόντια επιφάνεια με συχνότητα f . Αν το μήκος του νήματος υποδιπλασιαστεί και η συχνότητα περιστροφής του σώματος διπλασιαστεί, η τάση του νήματος σε σχέση με την αρχική:

α) θα διπλασιαστεί

β) θα τετραπλασιαστεί

γ) θα οκταπλασιαστεί

δ) θα παραμείνει η ίδια

64. Η κεντρομόλος επιτάχυνση ενός σώματος που εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση είναι ανεξάρτητη από:

α) τη μάζα του σώματος

β) τη συχνότητα περιστροφής

γ) τη γωνιακή ταχύτητα

δ) τη γραμμική ταχύτητα

65. Υλικό σημείο κάνει ομαλή κυκλική κίνηση ακτίνας R . Να αποδειχθούν οι εκφράσεις που συνδέουν:

α) Συχνότητα με περίοδο.

β) Γραμμική ταχύτητα με περίοδο.

γ) Γωνιακή ταχύτητα με περίοδο.

δ) Γραμμική ταχύτητα με συχνότητα.

ε) Γωνιακή ταχύτητα με συχνότητα.

στ) Γραμμική με γωνιακή ταχύτητα.

66. Χαρακτηρίστε ως σωστές ή ως λανθασμένες τις μαθηματικές εκφράσεις που ακολουθούν και δικαιολογήστε τις απαντήσεις σας.

α) $v=2\pi f$

β) $a_c = \omega^2 R$

γ) $\omega=2\pi/T$

δ) $F_c = m\omega^2 R$

ε) $f=1/T$

στ) $a_c = 4\pi^2 R/T^2$

ζ) $F_c = 4m\pi^2 Rf^2$

67. Ο τροχός ενός Λούνα Παρκ περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα. Τα μέτρα των δυνάμεων που δέχεται ένα σώμα βάρους B από τον τροχό στο κατώτερο και στο ανώτερο σημείο της κατακόρυφης τροχιάς έχουν διαφορά ίση με:

α) 0

β) B

γ) $2B$

δ) $3B$

68. Σώμα βάρους B είναι δεμένο στο άκρο νήματος μήκους l , το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο ακλόνητα. Το σώμα διαγράφει κυκλική τροχιά σε κατακόρυφο επίπεδο. Όταν το σώμα διέρχεται από την κατώτερη θέση της τροχιάς του έχει ταχύτητα $v = \sqrt{gl}$ και η τάση του νήματος είναι T . Ο λόγος της τάσης του νήματος προς το βάρος του σώματος T/B στην κατώτερη θέση της τροχιάς είναι ίσος με:

α) 1

β) 2

γ) $\sqrt{2}$

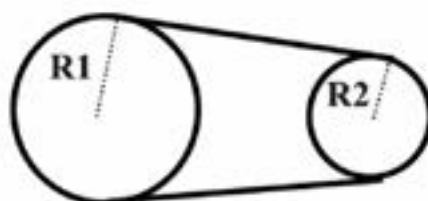
δ) 4

69. Στο σύστημα των δύο τροχών με ακτίνες R_1 και R_2 που συνδέονται με ιμάντα, ο λόγος των γωνιακών ταχυτήτων ω_1/ω_2 είναι ίσος με:

α) 1

β) R_1/R_2

γ) R_2/R_1



Ποια είναι η σωστή απάντηση; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

70. Δίσκος του πικάπ κάνει ομαλή κυκλική κίνηση. Δύο σημεία A και B του δίσκου απέχουν από το κέντρο αποστάσεις r_1, r_2 με $r_1 > r_2$. Ποιες από τις σχέσεις που ακολουθούν είναι σωστές ή λάθος και γιατί;

α) $\omega_1 = \omega_2$

β) $v_1 > v_2$

γ) $T_1 = T_2$

δ) $a_{c1} < a_{c2}$

71. Δύο υλικά σημεία A και B ίσων μαζών εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση σε διαφορετικούς κύκλους με ακτίνες R_A και $R_B = 3R_A$ αντίστοιχα. Όταν το κινητό A έχει εκτελέσει μια πλήρη περιστροφή, το κινητό B έχει εκτελέσει το $1/3$ μιας πλήρους περιστροφής. Τα μέτρα των κεντρομόλων δυνάμεων που δέχονται τα υλικά σημεία έχουν λόγο F_A/F_B ίσο με:

α) $1/3$

β) 3

γ) 9

δ) $1/9$

72. Να αντιστοιχίσετε τα μεγέθη της στήλης Α στις μονάδες που αναγράφονται στη στήλη Β:

A

B

1. Γωνία θ

α. 1s

2. Περίοδος T

β. 1m/s

3. Γωνιακή ταχύτητα ω

γ. 1Hz

4. Συχνότητα f

δ. 1 rad

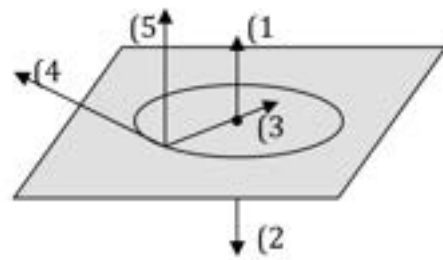
5. Κεντρομόλος επιτάχυνση a_c

ε. 1 rad/s

στ. 1m/s²

73. Ένα υλικό σημείο εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση γύρω από το σημείο O , σε οριζόντιο επίπεδο. Σημειώστε ποιο διάνυσμα παριστάνει:

- α) Την γραμμική του ταχύτητα.
- β) Την επιτάχυνσή του.
- γ) Την γωνιακή ταχύτητα.



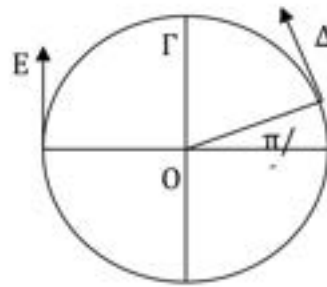
74. Δύο κινητά A και B που εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση, για $t = 0$ περνούν από τα σημεία Δ και E κινούμενα όπως στο σχήμα. Την χρονική στιγμή $t = 2s$ τα δύο κινητά διασταυρώνονται στο σημείο Γ , για πρώτη φορά. Ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος;

- α) Η γωνιακή μετατόπιση του A κινητού είναι ίση με $\pi/3$.
- β) Η γωνιακή μετατόπιση του B κινητού είναι ίση με $-\pi/2$.

γ) Τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο κινητών συνδέονται με την σχέση $3v_1 = 2v_2$.

δ) Το B κινητό έχει γωνιακή ταχύτητα ίση με $-\pi/4$.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Ένα μικρό σώμα εκτοξεύεται οριζόντια με αρχική ταχύτητα $v_0 = 20 \text{ m/s}$. Να υπολογίσετε μετά από χρόνο $t = 2 \text{ s}$:

- α) Την ταχύτητα του σώματος.
 β) Τις συντεταγμένες της θέσης του σώματος.
 Δίνεται: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

$$\alpha. 20\sqrt{2} \text{ m/s}, \beta. x=40\text{m}, y=20\text{m}$$

2. Σώμα βάλλεται από ύψος $h=20\text{m}$ με οριζόντια αρχική ταχύτητα $v_0 = 20\text{m/s}$. Να υπολογιστούν:

- α) Η χρονική στιγμή που το σώμα φτάνει στο έδαφος.
 β) Το βεληνεκές.
 γ) Η οριζόντια και κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας όταν φτάνει στο έδαφος.
 δ) Το μέτρο της ταχύτητας όταν φτάνει στο έδαφος.
 Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

$$\alpha. 2\text{s}, \beta. 40\text{m}, \gamma. 20\text{m/s}, 20\text{m/s}, \delta. 20\sqrt{2} \text{ m/s}$$

3. Αντικείμενο εκτοξεύεται οριζόντια με αρχική ταχύτητα $v_0 = 10\text{m/s}$ από ύψος $h = 45\text{m}$ πάνω από το έδαφος.

- α) Να υπολογίσετε το χρόνο κίνησης του αντικειμένου, μέχρι να προσκρούσει στο έδαφος.
 β) Να προσδιορίσετε την ταχύτητα του αντικειμένου κατά μέτρο και διεύθυνση, τη στιγμή που συναντά το έδαφος.
 Δίνεται: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

$$\alpha. 3\text{s}, \beta. 10\sqrt{10} \text{ m/s}, \epsilon\phi\theta=3$$

4. Πέτρα βάλλεται από ύψος h με οριζόντια αρχική ταχύτητα $v_0 = 10\text{m/s}$. Να υπολογιστούν τη χρονική στιγμή $t=1\text{s}$:

- α) Οι συντεταγμένες (x,y) .
 β) Το μέτρο της ταχύτητας.
 γ) Η κατεύθυνση της ταχύτητας ως προς τον ορίζοντα.
 Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

$$\alpha. x=10\text{m}, y=5\text{m}, \beta. 10\sqrt{2} \text{ m/s}, \gamma. \theta=45^\circ$$

5. Ένα βλήμα βάλλεται οριζόντια τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ με αρχική ταχύτητα μέτρου $v_0 = 10\text{m/s}$ από σημείο Ο που βρίσκεται σε μεγάλο ύψος. Όταν έχει μετατοπιστεί οριζόντια κατά $x = 2\text{m}$ διέρχεται από το σημείο Σ.

Να βρείτε:

- α) Τη χρονική στιγμή που διέρχεται από το σημείο Σ.
 β) Την τεταγμένη y του σημείου Σ.
 γ) Την ταχύτητα του βλήματος στο σημείο Σ.
 Δίνεται: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

$$\alpha. 0,2\text{s} \quad \beta. y=0,2\text{m} \quad \gamma. 10,2\text{m/s}, \epsilon\phi\theta=0,2$$

6. Βλήμα βάλλεται από ύψος h με οριζόντια αρχική ταχύτητα v_0 . Κάποια χρονική στιγμή t_1 περνάει από το σημείο Α με συντεταγμένες $x_A=100\text{m}$ και $y_A=125\text{m}$. Να βρεθούν:

- α) Η χρονική στιγμή t_1 .
 β) Η αρχική ταχύτητα v_0 .
 γ) Η ταχύτητα του σώματος όταν περνάει από το Α.
 Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

$$\alpha.. 5\text{s}, \beta. 20\text{m/s}, \gamma. 10\sqrt{29} \text{ m/s}, \epsilon\phi\theta=2,5$$

7. Μικρό σώμα βάλλεται οριζόντια με αρχική ταχύτητα $v_0 = 40 \text{ m/s}$ από ύψος $h = 80 \text{ m}$ από το έδαφος.
A) Ποιο θα είναι το μέτρο και ποια η κατεύθυνση της ταχύτητας του σώματος τη στιγμή που θα συναντήσει το έδαφος;

B) Ποια θα είναι η οριζόντια μετατόπιση του σώματος (βεληνεκές) τη στιγμή που συναντά το έδαφος;

Δίνεται: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

α. $40\sqrt{2} \text{ m/s}$, $\varphi\theta = 1$ β. 160 m

8. Μπαλάκι του τένις βάλλεται στο κενό οριζόντια με αρχική ταχύτητα $v_0 = 30 \text{ m/s}$ και προσγειώνεται σε οριζόντια απόσταση $s = 20 \text{ m}$ από τα πόδια του τενίστα που το εκτόξευσε. Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$. Να βρεθούν:

α) Το ύψος h από το οποίο βλήθηκε.

β) Το μέτρο της ταχύτητας που προσγειώνεται.

α. $20/9 \text{ m}$, β. $30,7 \text{ m/s}$

9. Μπάλα βάλλεται από ύψος h με οριζόντια αρχική ταχύτητα $v_0 = 10\sqrt{3} \text{ m/s}$ και προσγειώνεται με ταχύτητα μέτρου $v = 20 \text{ m/s}$. Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$. Να βρεθούν:

α) Ο χρόνος πτήσης.

β) Το βεληνεκές.

γ) Το ύψος h .

α. 1 s , β. $10\sqrt{3} \text{ m}$, γ. $h = 5 \text{ m}$

10. Βέλος βάλλεται από σημείο O που θεωρείται αρχή του ορθογωνίου συστήματος αξόνων xOy , με αρχική ταχύτητα $v_0 = 20 \text{ m/s}$. Σε κάποιο σημείο A της τροχιάς του η οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας v_x γίνεται ίση με την κατακόρυφη συνιστώσα, v_y . Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$. Να βρεθούν:

α) Η χρονική στιγμή που περνάει από το A .

β) Οι συντεταγμένες του σημείου A .

γ) Η ταχύτητα v στο σημείο A .

α. 2 s , β. $x = 40 \text{ m}$, $y = 20 \text{ m}$, γ. $20\sqrt{2} \text{ m/s}$, $\theta = 45^\circ$

11. Ένας μαθητής βρίσκεται μέσα σε λεωφορείο, το οποίο κινείται ευθύγραμμα και ομαλά με ταχύτητα $v_0 = 20 \text{ m/s}$. Κάποια χρονική στιγμή ο μαθητής αφήνει ελεύθερο να πέσει ένα νόμισμα από ύψος $h = 0,8 \text{ m}$.

α) Ποια θα είναι η τροχιά του νομίσματος για έναν επιβάτη του λεωφορείου;

β) Ποια θα είναι η τροχιά του νομίσματος για έναν ακίνητο παρατηρητή στο πεζοδρόμιο; Ο χαρακτηρισμός της κίνησης του νομίσματος ως απλής ή σύνθετης εξαρτάται από το σύστημα αναφοράς που επιλέγουμε για να μελετήσουμε την κίνηση του ή όχι;

γ) Ο χρόνος πτώσης του νομίσματος εξαρτάται από το σύστημα αναφοράς;

δ) Πόση είναι η μέγιστη οριζόντια απόσταση (βεληνεκές) του νομίσματος, όταν το σύστημα αναφοράς είναι η $\Gamma\eta$ και πόσο όταν είναι το λεωφορείο;

Δίνεται: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

α. Ελεύθερη πτώση, β. οριζόντια βολή, γ. όχι δ. 8 m , 0

12. Ένα μικρό αντικείμενο ρίχνεται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $\bar{v}_0$ από ορισμένο ύψος. Θεωρούμε ένα ορθογώνιο σύστημα αναφοράς Oxy με αρχή το σημείο βολής O , τον άξονα Ox οριζόντιο και τον άξονα Oy κατακόρυφο με φορά προς τα κάτω. Η εξίσωση της παραβολικής τροχιάς που διαγράφει το αντικείμενο είναι:

$$y = \frac{x^2}{20} \text{ (S.I.)}$$

α) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας $\vec{v}_0$.

β) Να βρείτε το μέτρο της ταχύτητας του αντικειμένου μετά από χρόνο $t = 2\text{s}$ από την εκτόξευση του.

Δίνεται: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

$$\alpha. 10\text{m/s}, \beta. 10\sqrt{5}\text{m/s}$$

13. Ένα παιδί που βρίσκεται στην ταράτσα ενός κτιρίου ύψους $h=48\text{m}$ εκτοξεύει οριζόντια μια μπάλα με στόχο να ευστοχήσει σε ένα καλάθι που βρίσκεται σε οριζόντια απόσταση 24m από το κτίριο και σε ύψος 3m από το έδαφος. Με ποια ταχύτητα πρέπει να εκτοξεύσει τη μπάλα ώστε να πετύχει το καλάθι;

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

$$v_0=8\text{m/s}$$

14. Πέτρα βάλλεται από σημείο O οριζόντια με ταχύτητα $v_0=5\text{m/s}$ και μετά από χρόνο $\Delta t=2\text{s}$ περνάει από ένα σημείο P της τροχιάς της.

α) Πόση είναι η απόσταση OP;

β) Ποιο είναι το μέτρο και η διεύθυνση της ταχύτητας στο σημείο P. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

$$\alpha. OP=10\sqrt{5} \text{ m}, \beta. 20,6 \text{ m/s}, \varphi\theta=4$$

15. Σώμα βάλλεται οριζόντια με αρχική ταχύτητα v_0 από την αρχή O ορθογωνίου συστήματος αξόνων xOy. Μετά χρόνο $t=1\text{s}$ η ταχύτητά του v σχηματίζει γωνία 60° με την κατακόρυφο που διέρχεται από τη θέση, A, του σώματος εκείνη τη στιγμή. Να υπολογιστούν:

α) Η αρχική ταχύτητα v_0 .

β) Οι συντεταγμένες x,y του σημείου A.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

$$\alpha. 10\sqrt{3} \text{ m/s}, \beta. (x, y) = (10\sqrt{3} \text{ m}, 5\text{m})$$

16. Από την ταράτσα κτιρίου ύψους h βάλλεται οριζόντια μια πέτρα με ταχύτητα v_0 . Μετά πόσο χρόνο το μέτρο της ταχύτητας του σώματος θα γίνει ίσο με $2v_0$. Δίνεται $g = 10\text{m/s}^2$.

$$\Delta t = v_0 \sqrt{3} / g$$

17. Με τι αρχική ταχύτητα v_0 πρέπει να φύγει από την οριζόντια εξέδρα ένας σκιέρ ώστε να προσγειωθεί σε απόσταση 24m αν το ύψος της εξέδρας είναι $h=20\text{m}$. Δίνεται $g = 10\text{m/s}^2$.

$$v_0=12\text{m/s}$$

18. Από την ταράτσα ενός κτιρίου ύψους $h = 80\text{m}$ εκτοξεύεται οριζόντια ένα αντικείμενο με αρχική ταχύτητα $v_0 = 20\text{m/s}$. Την ίδια στιγμή από τη βάση του κτιρίου αρχίζει να κινείται από την ηρεμία ένα δεύτερο αντικείμενο με σταθερή επιτάχυνση. Τα διανύσματα $\vec{v}_0$ και $\vec{a}$ έχουν την ίδια κατεύθυνση. Αν τα δύο αντικείμενα φτάνουν ταυτόχρονα στο ίδιο σημείο του εδάφους, να υπολογίσετε τα μέτρο της επιτάχυνσης $\vec{a}$. Δίνεται: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

$$a=10\text{m/s}^2$$

19. Από σημείο O που βρίσκεται σε ύψος $h=125\text{m}$ από το οριζόντιο έδαφος εκτοξεύονται ταυτόχρονα οριζόντια δύο σώματα με ταχύτητες $v_1=6\text{m/s}$ και $v_2=10\text{m/s}$ σε αντίθετες κατευθύνσεις. Πόσο θα απέχουν μεταξύ τους όταν θα φτάσουν στο έδαφος; Δίνεται: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

$$d=80\text{m}$$

20. Μια μπάλα ρίχνεται από την ταράτσα ενός κτιρίου Α ύψους $h=20\text{m}$ με οριζόντια ταχύτητα $u_0=20\text{m/s}$ και κατεύθυνση προς κάποιο άλλο κτίριο Β ψηλότερο του Α που απέχει οριζόντια απόσταση 25m από το Α.

α) Σε πόσο χρόνο η μπάλα θα χτυπήσει στο κτίριο Β;

β) Ποια είναι η πιο μεγάλη τιμή της ταχύτητας με την οποία πρέπει να ριχτεί η μπάλα, για να μην χτυπήσει στο κτίριο Β;

Δίνεται: $g=10\text{ m/s}^2$.

α. 2s β. $u_0=12,5\text{m/s}$

21. Δύο σώματα βρίσκονται στο ίδιο ύψος $h=10\text{m}$ και απέχουν μεταξύ τους οριζόντια απόσταση $d=30\text{m}$. Τα δύο σώματα εκτοξεύονται ταυτόχρονα με οριζόντιες αρχικές ταχύτητες $u_0=10\text{m/s}$ και $u_0=20\text{m/s}$ σε αντίθετη κατεύθυνση. Να βρεθούν μετά πόσο χρόνο και σε ποιο ύψος από το έδαφος τα δύο σώματα θα συναντηθούν. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

$t=1\text{s}$, $d=5\text{m}$

22. Από ένα σημείο Ο που βρίσκεται σε ύψος $h=80\text{m}$ από το έδαφος, εκτοξεύεται οριζόντια ένα σώμα Α, με αρχική ταχύτητα $u_0=30\text{m/s}$, ενώ ταυτόχρονα αφήνεται να πέσει (από το Ο) ένα δεύτερο σώμα Β.

α) Που βρίσκονται τα σώματα μετά από 2s ;

β) Σε πόσο χρόνο κάθε σώμα θα φτάσει στο έδαφος;

γ) Σε ποιο σημείο το σώμα Α θα πέσει στο έδαφος και ποια η ταχύτητά του, την στιγμή εκείνη;

δ) Να βρεθεί το μέτρο της μετατόπισης του σώματος Α, μέχρι να φτάσει στο έδαφος.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$, ενώ η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

α. $A(x_A=60\text{m}, y_A=20\text{m})$, $B(y_B=20\text{m})$ β. 4s γ. 120m , 50m/s , $\varphi=4/3$ δ. $40\sqrt{13}\text{ m}$

23. Στόχος, σ, και βλήμα, β, βρίσκονται στο ίδιο ύψος $h=100\text{m}$ και απέχουν μεταξύ τους οριζόντια απόσταση $d=60\text{m}$. Ο στόχος αφήνεται ελεύθερος να πέσει ελεύθερα στο κενό, ενώ την ίδια στιγμή φτο βλήμα εκτοξεύεται οριζόντια με αρχική ταχύτητα και $u_0=20\text{m/s}$. Να βρεθούν:

α) Το ύψος d από το έδαφος στο οποίο το βλήμα θα συναντήσει το στόχο.

β) Τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο σωμάτων τη στιγμή της συνάντησης.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

α. 55m , β. $u_\sigma=30\text{m/s}$, $u_\beta=10\sqrt{13}\text{ m/s}$

24. Αεροπλάνο κινείται οριζόντια σε ύψος $h=320\text{m}$ από το έδαφος με ταχύτητα $u_0=100\text{m/s}$. Στο έδαφος κινείται ομόρροπα άρμα με ταχύτητα $v_1=10\text{m/s}$. Να βρείτε από ποια οριζόντια απόσταση s από το άρμα πρέπει ο πιλότος να αφήσει μια βόμβα, ώστε αυτή να χτυπήσει το άρμα. Να μελετήσετε και την περίπτωση όπου το άρμα κινείται αντίρροπα με ταχύτητα μέτρου v_1 . Δίνεται: $g=10\text{ m/s}^2$.

α. 720m , β. 880m

25. Ελικόπτερο κινείται οριζόντια σε ύψος $h=125\text{m}$ με σταθερή ταχύτητα $u_0=100\text{m/s}$. Οχημα κινείται στο έδαφος στην ίδια κατεύθυνση με το ελικόπτερο και με ταχύτητα v_1 . Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ που το ελικόπτερο βρίσκεται πάνω από το όχημα, αφήνει μια βόμβα. Με πόση ταχύτητα πρέπει να κινείται το όχημα ώστε το βλήμα να πέσει στο έδαφος σε απόσταση $s=400\text{m}$ μπροστά του. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

$v_1=20\text{m/s}$

26. Ελικόπτερο κινείται οριζόντια σε ύψος h με σταθερή ταχύτητα $u_0=100\text{m/s}$. Οχημα κινείται στο έδαφος αντίθετα από το ελικόπτερο και με σταθερή ταχύτητα $v_1=20\text{m/s}$. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

α) Σε ποιο ύψος, h , πρέπει να βρίσκεται το ελικόπτερο, ώστε αν αφήσει τη βόμβα του τη στιγμή που η οριζόντια απόστασή του από το όχημα είναι $s=1200\text{m}$, να είναι δυνατόν να το χτυπήσει.

β) Αν το ελικόπτερο συνεχίσει την κίνησή του με την ίδια ταχύτητα που θα βρίσκεται σε σχέση με το όχημα όταν το βλήμα πέφτει πάνω του;

α. $h=500m$, β. από πάνω του

27. Τα σημεία Κ και Λ βρίσκονται στις άκρες των ταρατσών δύο κτιρίων και απέχουν οριζόντια απόσταση $d=90m$. Το σημείο Κ βρίσκεται όμως $\Delta y=40m$ ψηλότερα από το Λ. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ από το Κ εκτοξεύεται οριζόντια ένα μήλο με αρχική οριζόντια ταχύτητα $v_0=20m/s$. Μετά από χρόνο, $\Delta t=2s$ από την εκτόξευση του μήλου εκτοξεύεται από το σημείο Λ, ένα βλήμα έτσι ώστε να κινούνται και τα δύο στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο χωρίς τριβές με τον αέρα. Να βρεθούν:

α) Η χρονική στιγμή που το βλήμα καρφώνεται στο μήλο.

β) Η αρχική ταχύτητα v_0 του βλήματος.

γ) Η κατακόρυφη απόσταση του σημείου σύγκρουσης από το σημείο Κ. Δίνεται $g=10m/s^2$.

α. $t=3s$, β. $30m/s$, γ. $45m$

28. Ένα σώμα εκτελεί κυκλική κίνηση με σταθερή συχνότητα $f = 10Hz$. Να υπολογίσετε:

α) τη γωνιακή ταχύτητα του κινητού.

β) τον αριθμό των περιστροφών που εκτελεί το κινητό σε χρόνο $t = 10s$.

α. $\omega=20\pi rad/sec$ β. 100 περιστροφές

29. Ένας δρομέας διανύει την περιφέρεια ενός κυκλικού στίβου, που το μήκος της είναι $200m$, σε χρόνο $40s$. Να βρείτε:

α) την ακτίνα του κυκλικού στίβου,

β) την περίοδο και την συχνότητα της κυκλικής κίνησης του δρομέα,

γ) τη γραμμική και τη γωνιακή ταχύτητα του δρομέα.

α $R=100/\pi m$ β. $40s$, $0.025Hz$, γ. $5m/s$, $0,05\pi rad/sec$

30. Υλικό σημείο διαγράφει κύκλο ακτίνας $R=10m$ με ταχύτητα μέτρου $v = \pi m/s$.

α) Πόση είναι η περίοδος και η συχνότητα;

β) Πόση είναι η γωνιακή ταχύτητα;

α. $T=20s$, $f=0,05Hz$, β. $\omega=\pi/10 rad/s$

31. Τροχός με ακτίνα $R=1m$ περιστρέφεται γύρω από τον άξονά του και κάνει $N=600$ περιστροφές κάθε $1min$.

α) Πόση είναι η συχνότητα και η περίοδος του τροχού;

β) Πόσο είναι το μέτρο της γραμμικής και της γωνιακής ταχύτητας όλων των σημείων του τροχού που βρίσκονται στην περιφέρεια του;

γ) Πόσο είναι το μέτρο της γραμμικής και της γωνιακής ταχύτητας σημείων του τροχού που απέχουν $r = 0,5m$ από τον άξονα περιστροφής;

α. $10Hz$, $1/10s$, β. $20\pi m/s$, $20\pi rad/s$, γ. $10\pi m/s$, $20\pi rad/s$

32. Σημειακό αντικείμενο κάνει ομαλή κυκλική κίνηση ακτίνας $R = 1m$ και σε χρόνο $\Delta t = 1s$ διαγράφει τόξο που αντιστοιχεί σε γωνία $\varphi = 18^\circ$. Να βρείτε:

α) την περίοδο και τη γωνιακή ταχύτητα του αντικειμένου,

β) τη γραμμική ταχύτητα του αντικειμένου,

γ) τον αριθμό των περιφορών του αντικειμένου σε χρόνο $t = 100s$.

α. $20s$, $0,1\pi rad/sec$, β. $0,1\pi m/s$, $20\pi rad/s$, γ. 5 περιστροφές

33. Δίσκος κοπής έχει ακτίνα $R=10cm$ και περιστρέφεται γύρω από τον άξονά του έτσι ώστε το σημείο Μ της περιφέρειας του δίσκου να κινείται με ταχύτητα $10cm/s$. Σημείο Λ απέχει απόσταση $r=4cm$ από τον άξονα περιστροφής του δίσκου. Να βρεθούν:

- α) Συχνότητα και περίοδος.
 β) Η γραμμική ταχύτητα του σημείου Λ.
 γ) Η κεντρομόλος επιτάχυνση του σημείου Λ.

$$\alpha. 1/2\pi \text{ Hz}, 2\pi \text{ s}, \beta. 4\text{cm/s}, \gamma. 4\text{cm/s}^2$$

34. Για ένα δίσκο που περιστρέφεται γύρω από το κέντρο του τα σημεία της περιφέρειάς του έχουν γραμμική ταχύτητα μέτρου $v_1 = 0,5 \text{ m/s}$. Αν τα σημεία του δίσκου που απέχουν 4cm την περιφέρεια του έχουν γραμμική ταχύτητα μέτρου $v_2 = 0,3 \text{ m/s}$, να βρείτε:

- α) την ακτίνα R του δίσκου,
 β) τη γωνιακή ταχύτητα του δίσκου.

$$\alpha. 10\text{m}, \beta. 0,05\text{rad/sec}$$

35. Η απόσταση του κέντρου της Γης από τον Ήλιο είναι $1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$.

- α) Να υπολογίσετε την ταχύτητα περιστροφής της Γης γύρω από το κέντρο του Ήλιου.
 β) Να βρείτε το διάστημα που διανύει η Γη στο χρονικό διάστημα που χρειάζεται το φως για να φτάσει από τον Ήλιο στη Γη.
 Δίνεται η ταχύτητα του φωτός $v = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

$$\alpha. 29886 \text{ m/s}, \beta. 1442850\text{m}$$

36. Ένας διαστημικός σταθμός κινείται σε κυκλική τροχιά γύρω από τη Γη, σε ύψος $h = 600\text{km}$ πάνω από την επιφάνεια της. Αν ο σταθμός χρειάζεται χρόνο $t = 95\text{min}$ για κάθε περιστροφή του γύρω από τη Γη, να υπολογίσετε:

- α) την ταχύτητα του σταθμού.
 β) την κεντρομόλο επιτάχυνση του.
 Δίνεται η ακτίνα της Γης: $R_{\Gamma} = 6400\text{km}$.

$$\alpha. 7716,2\text{m/s}, \beta. 8,5\text{m/s}^2$$

37. Κινητό εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με ταχύτητα 4m/s . Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ διέρχεται από το σημείο Α και τη χρονική στιγμή $t = 10\text{s}$ διέρχεται από το αντιδιαμετρικό σημείο Β για τρίτη φορά. Να βρείτε:

- α) τη γωνιακή του ταχύτητα.
 β) την κεντρομόλο επιτάχυνσή του.

$$\alpha. 0,5\pi \text{ rad/sec}, \beta. 2\pi \text{ m/s}^2$$

38. Ένα σημειακό αντικείμενο μάζας $m = 1\text{kg}$ εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση. Να συμπληρώσετε τα κενά στον παρακάτω πίνακα.

R	ω	v	F_{κ}
	10 rad/s		20N
2m		10m/s	
2m			200N
3m	10 rad/s		
	10 rad/s	10m/s	
δ		20m/s	100N

39. Σε μια ομαλή κυκλική κίνηση σώματος μάζας $m=2\text{kg}$ ακτίνας $R=0,5\text{m}$ η κεντρομόλος δύναμη έχει μέτρο 100N . Να βρεθούν γωνιακή ταχύτητα, συχνότητα και γραμμική ταχύτητα του σώματος.

5m/s , 10rad/s , $5/\pi\text{ Hz}$

40. Σώμα μάζας $m = 1\text{kg}$ εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση σε τροχιά ακτίνας $r = 1\text{m}$. Αν η κεντρομόλος δύναμη έχει μέτρο $F_c = 16\text{N}$, να βρείτε:

- α) τη συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα στη διεύθυνση της ακτίνας,
- β) την κεντρομόλο επιτάχυνση του σώματος,
- γ) τη γωνιακή ταχύτητα του σώματος,
- δ) τη συχνότητα περιφοράς.

α. 16N , β. $0,05$ 16 m/s^2 γ. 4 rad/sec δ. $2/\pi\text{ Hz}$

41. Σφύρα μάζας $m=2,5\text{kg}$ περιστρέφεται με $\omega=40\text{rad/s}$ δεμένη με νήμα ακτίνας $R=2\text{m}$. Να βρεθούν, γραμμική ταχύτητα, περίοδος, κεντρομόλος δύναμη.

$v=80\text{m/s}$, $T=\pi/20\text{s}$, $F=8000\text{N}$

42. Δίσκος περιστρέφεται με σταθερή συχνότητα f . Δύο σημεία Α και Β απέχουν από το κέντρο του αποστάσεις $r_1=2\text{cm}$ και $r_2=8\text{cm}$ αντιστοίχως. Να βρεθούν οι λόγοι:

- α) Των γραμμικών ταχυτήτων, v_1/v_2 των δύο σημείων.
- β) Των κεντρομόλων επιταχύνσεων, a_1/a_2 των δύο σημείων.

α. $1/4$, β. $1/4$

43. Οχήμα κινείται σε οριζόντιο κυκλικό δρόμο ακτίνας $R = 25\text{m}$. Αν ο συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ των ελαστικών του οχήματος και του οδοστρώματος είναι $\mu_0 = 0,4$ να βρείτε τη μέγιστη ταχύτητα με την οποία μπορεί να κινηθεί με ασφάλεια το όχημα.

10m/s

44. Οι τροχοί ενός ποδηλάτου έχουν ακτίνες $R_1 = 40\text{cm}$ ο μπροστινός και $R_2 = 50\text{cm}$ ο πίσω. Το ποδήλατο κινείται ευθύγραμμα και ομαλά και μετατοπίζεται 600m σε χρόνο 30s . Να βρείτε:

- α) Το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας των σημείων της περιφέρειας κάθε τροχού.
- β) Τη συχνότητα περιστροφής κάθε τροχού.
- γ) Τη γωνιακή ταχύτητα κάθε τροχού.

α. 20 m/s , β. $25/\pi\text{ Hz}$, $20/\pi\text{ Hz}$ γ. 50rad/sec , 40 rad/sec

45. Η ακτίνα των τροχών ενός ποδηλάτου είναι $r=0,5\text{m}$ και η ακτίνα κυκλικού στίβου $R=50\text{m}$. Ο ποδηλάτης διανύει ομαλά κυκλικά όλο το στίβο και η συχνότητα περιστροφής των τροχών είναι 5Hz . Σε πόσο χρόνο διανύει το στίβο;

$t = 20\text{s}$

46. Αυτοκίνητο κινείται ευθύγραμμα και ομαλά και διανύει διάστημα $s=7000\text{m}$ σε χρόνο $t=35\text{min}$. Ο κάθε τροχός του κάνει συνολικά 3500 στροφές. Να βρεθούν:

- α) Η γωνιακή ταχύτητα του κάθε τροχού.
- β) Η ακτίνα R .
- γ) Η κεντρομόλος επιτάχυνση ενός σημείου της περιφέρειας.

α. $\omega=10,46\text{rad/s}$, β. $0,32\text{m}$, γ. $34,9\text{m/s}$

47. Μοτοσικλέτα κινείται με σταθερό μέτρο ταχύτητας σε κυκλικό στίβο ακτίνας $R=96\text{m}$ και διαγράφει το στίβο σε χρόνο $t=20\text{s}$. Η διάμετρος των τροχών της μοτοσικλέτας είναι $d=0,6\text{m}$. Ποια είναι η συχνότητα περιστροφής των τροχών;

$f=16\text{Hz}$

48. Σ' ένα τρακτέρ οι μπροστινοί τροχοί έχουν ακτίνα 0,4m ενώ οι πίσω 0,8m. Πόσες στροφές θα έχουν κάνει οι πίσω τροχοί, όταν οι μπροστινοί έχουν κάνει 500 στροφές και πόση απόσταση θα έχει διανύσει το τρακτέρ;

250 στροφές, 400π m

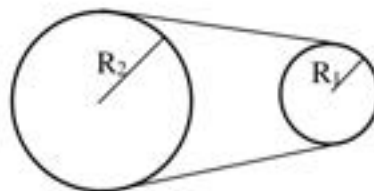
49. Ένα αυτοκίνητο κινείται ευθύγραμμα και ομαλά σε λασπωμένο δρόμο, χωρίς να γλιστράνε οι τροχοί του. Κάθε τροχός αφήνει ίχνη μήκους $s = 200$ m σε χρόνο $t = 5$ s. Αν η ακτίνα κάθε τροχού είναι $R = 0,5$ m να βρείτε:

- την ταχύτητα του αυτοκινήτου,
- τις περιστροφές που κάνει κάθε τροχός σε χρόνο $t = 5$ s,
- την περίοδο περιστροφής των τροχών,
- το μήκος του ίχνους που αφήνει ένας τροχός σε χρόνο T .

α. 40 m/s, β. $40/\pi$ Hz γ. $\pi/40$ sec δ. π m

50. Δύο τροχοί με λόγο ακτίνων $R_1/R_2=3/4$ συνδέονται με ιμάντα και περιστρέφονται με συχνότητες $f_1=200$ Hz και f_2 .

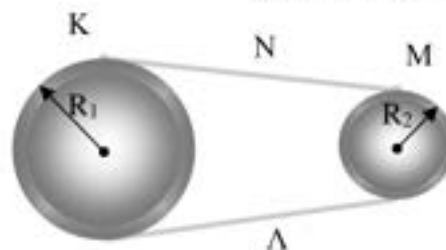
- Να βρεθεί η συχνότητα f_2 .
- Να βρεθεί ο λόγος των κεντρομόλων επιταχύνσεων των σημείων της περιφέρειας των τροχών, $a_{κ1}/a_{κ2}$.



α. $f_2=150$ Hz, β. $4/3$

51. Δύο τροχαλίες συνδέονται μ' έναν ιμάντα. Η μια τροχαλία έχει ακτίνα $R_1 = 1$ m και περιστρέφεται με σταθερή ταχύτητα $f_1 = \frac{50}{\pi}$ Hz, ενώ η ακτίνα της άλλης τροχαλίας είναι $R_2 = 0,5$ m. Ο ιμάντας δεν γλιστράει στις τροχαλίες.

- Για τα σημεία Κ, Λ, Μ, Ν του ιμάντα, τη χρονική στιγμή που δείχνει το σχήμα, να βρείτε τις ταχύτητες και τις επιταχύνσεις.
- Να υπολογίσετε τη συχνότητα f_2 περιστροφής της τροχαλίας ακτίνας R_2 .



α. $v_K = v_L = v_M = v_N = 100$ m/s, $a_K = 10000$ m/s², $a_M = 20000$ m/s², $a_N = a_L = 0$ β. $f_2 = 100/\pi$ Hz

52. Κινητό κάνει ομαλή κυκλική κίνηση σε κύκλο ακτίνας R και σε χρόνο $t=1$ min, εκτελεί 18 στροφές. Πόσες περιστροφές θα κάνει το κινητό σε χρόνο $t'=2$ min, αν κινείται σε κύκλο τριπλάσιας ακτίνας με την ίδια γραμμική ταχύτητα;

$N=12$

53. Δύο κινητά κινούνται με την ίδια φορά σε περιφέρεια κύκλου ακτίνας $R = 10$ m με γωνιακές ταχύτητες $\omega_1 = \pi/3$ rad/s και $\omega_2 = \pi/6$ rad/s. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ διέρχονται από το ίδιο σημείο. Να υπολογίσετε:

- τη χρονική στιγμή t κατά την οποία θα συναντηθούν για τρίτη φορά.
- το διάστημα που θα έχει διανύσει το κάθε κινητό στον παραπάνω χρόνο t .

α. 36 sec, β. 120π m, 60π m

54. Δύο σωματίδια κινούνται ομαλά πάνω στην ίδια περιφέρεια κύκλου με συχνότητες $f_1=200\text{Hz}$ και $f_2=300\text{Hz}$. Κάποια στιγμή τα δύο σωματίδια περνάνε από το ίδιο σημείο της περιφέρειας. Μετά πόσο χρόνο θα συναντηθούν και πάλι, αν κινούνται: **α)** ομόρροπα, **β)** αντίρροπα.

α. 10^{-2}s , β. $2\cdot 10^{-3}\text{s}$

55. Δύο δρομείς κινούνται ομαλά στην ίδια περιφέρεια κύκλου ακτίνας $R=300\text{m}$ με γραμμικές ταχύτητες μέτρων $v_1=2\pi\text{ m/s}$ και $v_2=\pi\text{ m/s}$ αντιστοίχως. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ οι δύο δρομείς περνάνε από το ίδιο σημείο Α. Μετά πόσο χρόνο θα συναντηθούν και πάλι αν κινούνται:

α) ομόρροπα, **β)** αντίρροπα.

α. 600s , β. 200s

56. Δύο δρομείς Α και Β τρέχουν σε κυκλικό στίβο μήκους $s = 420\text{m}$ με ταχύτητες $v_A=16\text{m/s}$ και $v_B = 9\text{m/s}$ και με την ίδια φορά. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ διέρχονται από το σημείο Γ.

α) Μετά από πόσο χρόνο θα συναντηθούν για πρώτη φορά και πόσο διάστημα θα έχει διατρέξει ο καθένας;

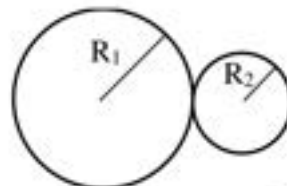
β) Μετά από πόσο χρόνο θα συναντηθούν στο σημείο Γ για πρώτη φορά και πόσες περιφορές θα έχει κάνει ο καθένας;

α. 60s , 960m , 540m β. 420sec , 16 και 9

57. Δύο κινητά Α και Β κινούνται ομαλά και αντίρροπα πάνω σε μια περιφέρεια κύκλου. Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του κινητού Α είναι $\omega_1=\pi/8\text{ rad/s}$ και του κινητού Β, $\omega_2=\pi/12\text{ rad/s}$. Κάποια χρονική στιγμή τα δύο κινητά διέρχονται από αντιδιαμετρικά σημεία. Βρείτε μετά από πόσο χρόνο θα συναντηθούν, **(α)** για πρώτη φορά **(β)** για τρίτη φορά.

α. $4,8\text{s}$ β. 24s

58. Δύο κινητά τρέχουν σε δύο περιφέρειες κύκλων που έχουν ακτίνες $R_1=8\text{cm}$ και $R_2=4\text{cm}$ αντιστοίχως και εφάπτονται εξωτερικά. Οι γραμμικές ταχύτητες των κινητών είναι $v_1=9\text{cm/s}$ και $v_2=2\text{cm/s}$. Πόσες περιστροφές κάνει κάθε κινητό μεταξύ δύο διαδοχικών συναντήσεων;



4 και 9

59. Να βρείτε το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών συμπτώσεων του ωροδείκτη και του λεπτοδείκτη ενός ρολογιού.

12/11h

60. Ένας άνθρωπος δεν μπορεί να υποβληθεί σε επιτάχυνση μεγαλύτερη από $7g$, όπου g είναι η βαρυτική επιτάχυνση. Ο πιλότος ενός Mirage 2000 θέλει να εκτελέσει στροφή ακτίνας 280m . Ποια πρέπει να είναι η μέγιστη ταχύτητα του αεροπλάνου σε km/h , ώστε ο πιλότος να είναι ασφαλής;

Δίνεται: $g = 10\text{ m/s}^2$

504m/s

61. Αυτοκίνητο μάζας m μπαίνει σε οριζόντια κυκλική στροφή ακτίνας $R=100\text{m}$. Ο συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ του δρόμου και των ελαστικών του είναι $\mu=0,4$. Πόση πρέπει να είναι η μέγιστη επιτρεπόμενη ταχύτητα ώστε το αυτοκίνητο να διατηρηθεί σε κυκλική τροχιά σε όλη τη διάρκεια της στροφής; Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

20m/s

62. Σώμα τοποθετείται στην επιφάνεια οριζώντιου δίσκου και σε απόσταση 20cm από το κέντρο του δίσκου. Όταν ο δίσκος περιστρέφεται με συχνότητα $f = \frac{2}{\pi} \text{ Hz}$, το σώμα μόλις ισορροπεί. Να βρεθεί ο συντελεστής οριακής τριβής σώματος – δίσκου. Δίνεται: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

$$\mu_{op}=0,32$$

63. Πάνω σε δίσκο πικάπ που περιστρέφεται με σταθερή συχνότητα $f=1\text{Hz}$ τοποθετείται μια γομολάστιχα σε απόσταση $r = 0,1\text{m}$ από τον άξονα περιστροφής. Μεταξύ της επιφάνειας του δίσκου και της γόμας ο μέγιστος συντελεστής στατικής τριβής είναι μ . Για ποιες τιμές του μ , η γόμα δεν γλιστράει πάνω στο δίσκο. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

$$\mu > 0,4$$

65. Ένα αυτοκίνητο κινείται πάνω σε οριζόντιο δρόμο με ταχύτητα μέτρου $v = 108\text{km/h}$. Αν ο συντελεστής τριβής μεταξύ των τροχών του αυτοκινήτου και του οδοστρώματος είναι $\mu = 0,5$, να βρείτε ποια πρέπει να είναι η ελάχιστη ακτίνα καμπυλότητας R που θα πρέπει να έχει μια στροφή του δρόμου, ώστε το αυτοκίνητο να πάρει με ασφάλεια τη στροφή. Δίνεται: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

$$180\text{m}$$

66. Σφαίρα μάζας $m=0,2\text{kg}$ είναι δεμένη στο ένα άκρο νήματος μήκους $\ell=1,5\text{m}$ το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε σημείο λείου οριζώντιου δαπέδου. Το νήμα σπάει αν η δύναμη που το τεντώνει ξεπεράσει την τιμή των 30N, (όριο θραύσης). Η σφαίρα κάνει ομαλή κυκλική κίνηση σε οριζόντιο επίπεδο. Ποιος είναι ο μέγιστος αριθμός στροφών που μπορεί να διαγράψει η σφαίρα σε $\Delta t=60\pi \text{ s}$ ώστε το νήμα να μη σπάσει;

$$300N$$

67. Το μικρό όχημα του σχήματος τρέχει με ταχύτητα v και βρίσκεται σε απόσταση ℓ από τον τοίχο. Στη θέση αυτή ο οδηγός θέτει σε εφαρμογή τα φρένα, οπότε οι τροχοί ολισθαίνουν στο δρόμο.

α) Ποιος πρέπει να είναι ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ των ελαστικών του οχήματος και του οδοστρώματος ώστε το όχημα να αποφύγει τη σύγκρουση με τον τοίχο;

β) Αν ο οδηγός, για να αποφύγει τη σύγκρουση με τον τοίχο, αποφασίσει να εκτελέσει κυκλική κίνηση, όπου η στατική τριβή θα είναι η αναγκαία κεντρομόλος δύναμη, ποιος πρέπει να είναι ο συντελεστής στατικής τριβής για να αποφύγει το όχημα τη σύγκρουση με τον τοίχο.

$$\alpha. \frac{v^2}{2lg}, \beta. \frac{v^2}{lg}$$

68. Σφαίρα μάζας $m=1\text{kg}$ δεμένη από το άκρο νήματος μήκους ℓ διαγράφει κατακόρυφο κύκλο ακτίνας $\ell=1\text{m}$ με ταχύτητα σταθερού μέτρου $v=6\text{m/s}$. Να υπολογιστεί η τάση του νήματος:

α) Στο κατώτερο σημείο της τροχιάς, Α.

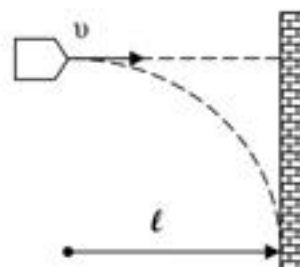
β) Στο ανώτερο, Γ.

γ) Όταν το νήμα είναι οριζόντιο (θέση Β). Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

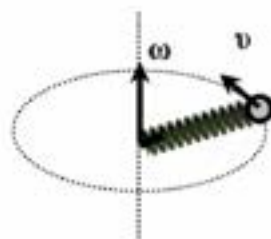
$$\alpha. 46N, \beta. 26N, \gamma. 36N$$

69. Ένας κουβάς περιέχει νερό και περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο με τη βοήθεια νήματος μήκους 1,6m. Να βρείτε το μέτρο της ταχύτητας στο ανώτερο σημείο για να μη χύνεται το νερό. Δίνεται: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

$$4 \text{ m/s}$$



70. Μικρό σώμα μάζας $m=1\text{ kg}$ διαγράφει κύκλο πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο δεμένο από το ελεύθερο άκρο ελατηρίου σταθεράς $k=100\text{ N/m}$ και φυσικού μήκους $\lambda_0=0,3\text{ m}$. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι συνδεδεμένο με ακλόνητο σημείο του επιπέδου που λειτουργεί και ως κέντρο της κυκλικής τροχιάς. Κατά την περιστροφή το ελατήριο επιμηκύνεται έτσι ώστε να έχει τώρα σταθερό μήκος $\lambda_1=0,4\text{ m}$. Πόση είναι η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του σώματος;



$$\omega=5\text{ rad/s}$$

71. Αεροπλάνο πετά και διαγράφει οριζόντιο κύκλο με ταχύτητα 180 km/h . Τα φτερά του αεροπλάνου σχηματίζουν με τον ορίζοντα γωνία 45° . Να βρείτε την ακτίνα της κυκλικής τροχιάς του αεροπλάνου. Δίνεται: $g = 10\text{ m/s}^2$.

$$5\text{ m}$$

72. Κατακόρυφος κύλινδρος ακτίνας $R=1\text{ m}$ περιστρέφεται γύρω από τον άξονά του yy' ώστε μια σταγόνα λαδιού που εφάπτεται πάνω στο κυλινδρικό τοίχωμα αυτού να κρατιέται πάνω σ' αυτό, χωρίς να γλιστράει προς τα κάτω. Μεταξύ σταγόνας και επιφανείας του κυλίνδρου ο συντελεστής μέγιστης στατικής τριβής είναι $\mu_0=0,4$. Ποια είναι η μέγιστη περίοδος περιστροφής, ώστε η σταγόνα να μη γλιστράει από το τοίχωμα; Δίνεται το $g=10\text{ m/s}^2$.

$$T=0,4\pi\text{ s}$$

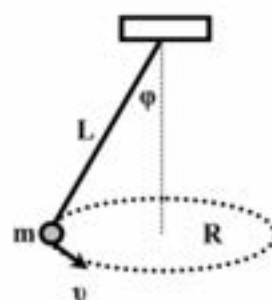
73. Μία σφαίρα μάζας 1 kg είναι δεμένη στο άκρο αβαρούς νήματος μήκους 5 m , το άλλο άκρο του οποίου αναρτάται από σταθερό σημείο σε μία οροφή. Η σφαίρα διαγράφει κυκλική τροχιά σε οριζόντιο επίπεδο με σταθερή γωνιακή ταχύτητα $\omega = 2\text{ rad/s}$. Να βρείτε:

α) Την τάση του νήματος

β) Τη γωνία που σχηματίζει το νήμα με την κατακόρυφη.

Δίνεται: $g = 10\text{ m/s}^2$.

α. 20 N , β. $\pi/3\text{ rad}$



75. Οριζόντιος δίσκος μπορεί να στρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του O . Πάνω από ένα σημείο A της περιφέρειας του δίσκου και σε ύψος h από αυτόν κρατάμε μία μικρή σφαίρα. Θέτουμε το δίσκο σε περιστροφή με σταθερή συχνότητα $f = 5\text{ Hz}$ και ταυτόχρονα αφήνουμε ελεύθερη τη σφαίρα να πέσει. Η σφαίρα συναντά τη περιφέρεια του δίσκου σ' ένα σημείο B αντιδιαμετρικό του σημείου A , δηλαδή όταν ο δίσκος έχει εκτελέσει μισή περιστροφή. Να υπολογίσετε το ύψος h . Δίνεται: $g = 10\text{ m/s}^2$.

$$0,05\text{ m}$$

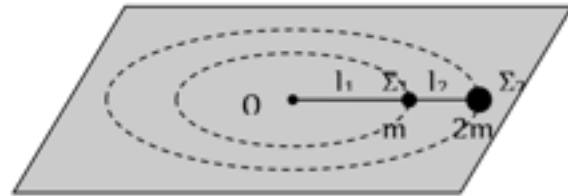
76. Δύο σημειακά αντικείμενα κινούνται με την ίδια φορά σε περιφέρεια κύκλου ακτίνας $R = 9\text{ m}$, με συχνότητες $f_1 = 2\text{ Hz}$ και $f_2 = 11\text{ Hz}$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ τα δύο κινητά διέρχονται από δύο σημεία A και B που βρίσκονται στα άκρα μιας διαμέτρου του κύκλου.

α) Σε πόσο χρόνο τα δύο κινητά θα συναντηθούν για πρώτη φορά;

β) Ποιο μήκος τόξου θα έχει διανύσει κάθε κινητό στον παραπάνω χρόνο;

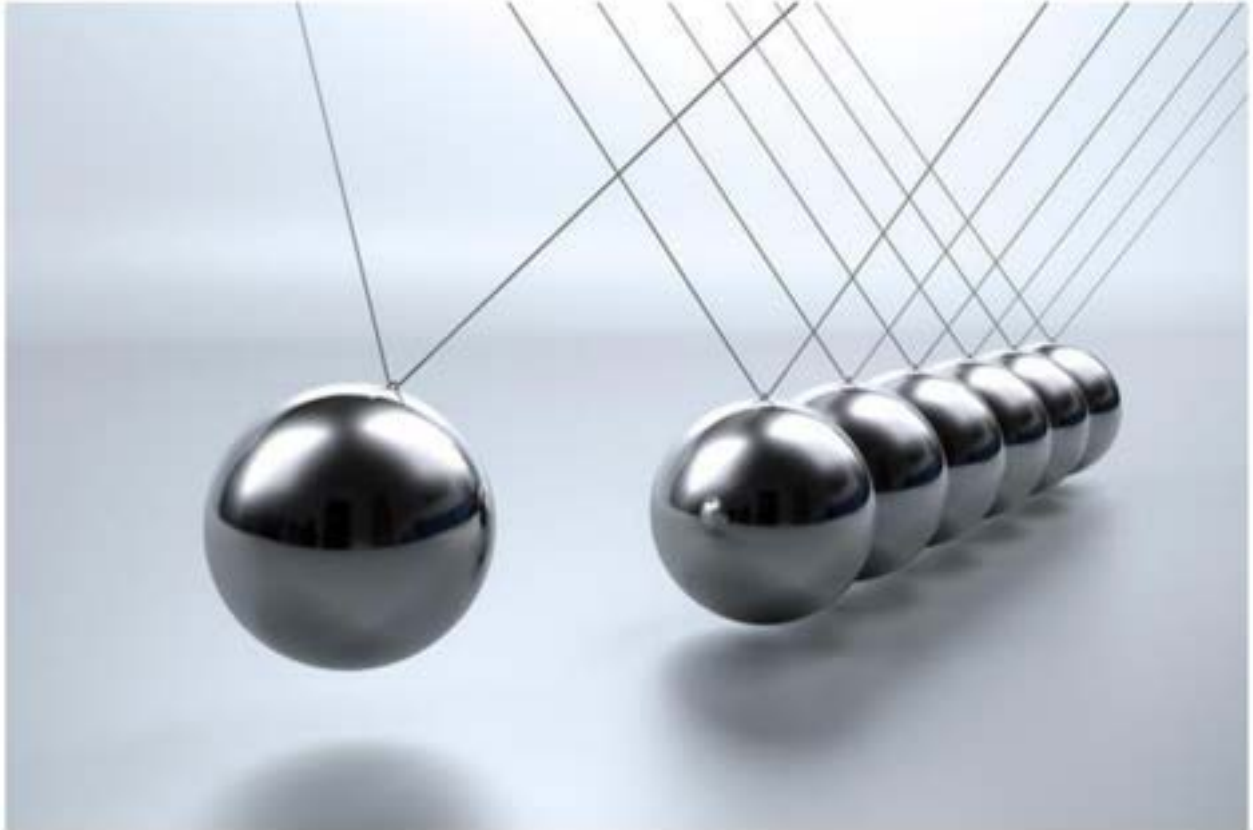
$$\alpha. 1/26\text{ sec}, \beta. 18\pi/13\text{ m}, 99\pi/13\text{ m}$$

77. Στο σχήμα τα σώματα Σ_1 και Σ_2 έχουν αντίστοιχα μάζες m και $2m$ και είναι δεμένα στα άκρα των δύο νημάτων. Τα νήματα έχουν μήκη ℓ_1 και ℓ_2 και είναι $\ell_1 = 2\ell_2$. Το όλο σύστημα στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω γύρω από ακλόνητο σημείο O , σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Να υπολογίσετε το λόγο των τάσεων των δύο νημάτων T_1/T_2 .



$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{4}{3}$$

Κεφάλαιο 2^ο



Διατήρηση Ορμής

ΘΕΩΡΙΑ

2.1 Εισαγωγή

Σύστημα σωμάτων

Ένα σύνολο σωμάτων τα οποία αλληλεπιδρούν αποτελούν ένα σύστημα σωμάτων.

Εσωτερικές Δυνάμεις

Δυνάμεις που ασκούνται ανάμεσα στα σώματα που αποτελούν το σύστημα.

Εξωτερικές Δυνάμεις

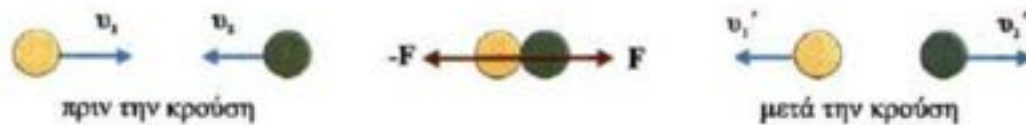
Δυνάμεις που ασκούνται σε σώματα του συστήματος, από σώματα που δεν ανήκουν σε αυτό.

Μονωμένο σύστημα σωμάτων

Το σύστημα σωμάτων στο οποίο δεν ασκούνται καθόλου εξωτερικές δυνάμεις, ή ασκούνται και έχουν συνισταμένη μηδέν.

2.2 Κρούση

Φυσικό φαινόμενο που αναφέρεται στη στιγμιαία προσεγγιση δύο σωμάτων κατά την οποία τα σώματα αλληλεπιδρούν με πολύ μεγάλες δυνάμεις για μικρό χρονικό διάστημα.



Σε κάθε κρούση επειδή οι εσωτερικές δυνάμεις είναι πολύ μεγαλύτερες από τις εξωτερικές το σύστημα των σωμάτων που αλληλεπιδρούν μπορεί να θεωρηθεί μονωμένο.

2.3 Χρήσιμα Μεγέθη στις κρούσεις

✓ Ορμή

Ένα σώμα μάζας m που κινείται με ταχύτητα v έχει ορμή p , που δίνεται από τη σχέση:

$$\vec{p} = m\vec{v} \quad (1)$$

Η ορμή είναι διανυσματικό μέγεθος και έχει:

- μέτρο: $p = m \cdot v$
- κατεύθυνση: ίδια με την κατεύθυνση της ταχύτητας.
- Μονάδα μέτρησης (S.I.): $1\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

✓ Δύναμη και μεταβολή ορμής

Ξεκινώντας από τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα θα αποδείξουμε τη σχέση που συνδέει τη συνισταμένη δύναμη που ασκείται σε ένα σώμα με την μεταβολή της ορμής που του προκαλεί.

$$\overline{\Sigma F} = m \vec{a} = m \frac{\overline{\Delta v}}{\Delta t} = m \frac{\overline{v_{τελ}} - \overline{v_{αρχ}}}{\Delta t} = \frac{\overline{p_{τελ}} - \overline{p_{αρχ}}}{\Delta t} = \frac{\overline{\Delta p}}{\Delta t} \Rightarrow \overline{\Sigma F} = \frac{\overline{\Delta p}}{\Delta t} \quad (2)$$

✓ Αρχή διατήρησης ορμής (ΑΔΟ)

«Η συνολική ορμή ενός μονωμένου συστήματος σωμάτων διατηρείται σταθερή».

$$\overline{p_{ολ,αρχ}} = \overline{p_{ολ,τελ}} \quad (3)$$

Απόδειξη:

Όταν δύο σώματα αλληλεπιδρούν με δυνάμεις F_1 και F_2 για χρόνο Δt ισχύει :

$$\overline{F_1} = -\overline{F_2} \quad (4) \quad (3^{ος} \text{ Νόμος του Νεύτωνα}).$$

Έχουμε, λοιπόν, ξεκινώντας από αυτή τη σχέση έχουμε:

$$\overline{F_1} = -\overline{F_2} \Rightarrow \frac{\overline{\Delta p_1}}{\Delta t} = -\frac{\overline{\Delta p_2}}{\Delta t} \Rightarrow \overline{\Delta p_1} = -\overline{\Delta p_2} \Rightarrow \overline{\Delta p_1} + \overline{\Delta p_2} = 0 \Rightarrow \overline{\Delta p_{ολ}} = 0 \Rightarrow$$

$$\overline{p_{ολ,τελ}} - \overline{p_{ολ,αρχ}} = 0 \Rightarrow \overline{p_{ολ,αρχ}} = \overline{p_{ολ,τελ}}$$

2.4 Είδη κρούσεων

Ανάλογα με το αν διατηρείται ή όχι η κινητική ενέργεια του συστήματος πριν και μετά την κρούση

✓ Ελαστική κρούση

Η κινητική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων παραμένει σταθερή

$$K_{ολ(αρχ)} = K_{ολ(τελ)} \quad (5)$$

✓ Ανελαστική κρούση

Η κινητική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων μειώνεται.

$$K_{ολ(αρχ)} > K_{ολ(τελ)} \quad (6)$$

Απώλεια ενέργειας κατά την κρούση :

$$E_{απώλ} = K_{ολ(αρχ)} - K_{ολ(τελ)} \quad (7)$$

Επί τοις εκατό ποσοστό της απώλειας ενέργειας (θερμότητα ή ενέργεια μόνιμης παραμόρφωσης) σε κάθε ανελαστική κρούση:

$$\Pi\% = \frac{E_{\text{απωλ}}}{K_{\text{ολ (αρχ)}}} \cdot 100\% \quad (8)$$

✓ Έκρηξη – Διάσπαση

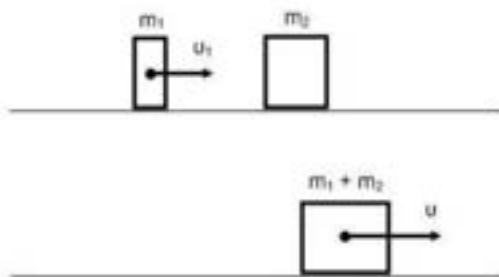
Η κινητική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων αυξάνεται:

$$K_{\text{ολ (αρχ)}} < K_{\text{ολ (τελ)}} \quad (9)$$

$$E_{\text{έκρηξης}} = K_{\text{ολ (τελ)}} - K_{\text{ολ (αρχ)}} \quad (10)$$

✓ Ειδική περίπτωση ανελαστικής κρούσης :

πλαστική κρούση



Τα συγκρουόμενα σώματα δημιουργούν συσσωμάτωμα.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

1. Η ορμή ενός σώματος

- α) είναι μέγεθος διανυσματικό.
- β) είναι ανάλογη της μάζας του.
- γ) είναι ανάλογη της ταχύτητάς του.
- δ) όλα τα παραπάνω.

2. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν και αναφέρονται στο μέγεθος της ορμής υλικού σημείου, είναι σωστές;

- α) Είναι διανυσματικό μέγεθος.
- β) Εξαρτάται από τη μάζα και την ταχύτητα του υλικού σημείου.
- γ) Εξαρτάται από το σύστημα αναφοράς που ορίζουμε για να μελετήσουμε την κίνηση.
- δ) Έχει μονάδα μέτρησης το 1 kgm/s .

3. Οι ορμές δύο σωμάτων είναι οπωσδήποτε διαφορετικές, αν

- α) έχουν διαφορετικές μάζες.
- β) έχουν ταχύτητες με διαφορετικό μέτρο.
- γ) κινούνται στην ίδια κατεύθυνση.
- δ) κινούνται σε διαφορετικές διευθύνσεις.

4. Δύο σφαίρες Σ_1 και Σ_2 με μάζες m_1 και m_2 ($m_1 > m_2$) αφήνονται την ίδια χρονική στιγμή και από το ίδιο ύψος. Τι από τα παρακάτω ισχύει για την ορμή των σφαιρών όταν φτάνουν στο έδαφος;

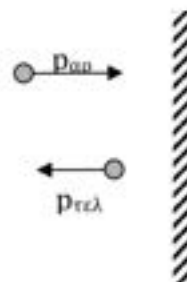
- α) Μεγαλύτερη ορμή θα έχει η σφαίρα Σ_1 .
- β) Μεγαλύτερη ορμή θα έχει η σφαίρα Σ_2 .
- γ) Και οι δύο σφαίρες θα έχουν την ίδια ορμή, γιατί φτάνουν ταυτόχρονα στο έδαφος.
- δ) Και οι δύο σφαίρες θα έχουν την ίδια ορμή, γιατί φτάνοντας στο έδαφος έχουν την ίδια ταχύτητα.

5. Σώμα μάζας $m = 200 \text{ g}$ κινείται με ταχύτητα μέτρου $v = 20 \text{ m/s}$. Το μέτρο της ορμής του σώματος είναι:

- α) $40 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$
- β) $10 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$
- γ) $4 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$
- δ) $1 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$

6. Ένα μπαλάκι που κινείται οριζόντια χτυπάει σε κατακόρυφο τοίχο με ορμή μέτρου $p_{\text{αρχ}} = 30 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$ και ανακλάται με ορμή μέτρου $p_{\text{τελ}} = 10 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$ όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Η μεταβολή της ορμής της μπάλας έχει μέτρο:

- α) $10 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$
- β) $20 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$
- γ) $30 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$
- δ) $40 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$

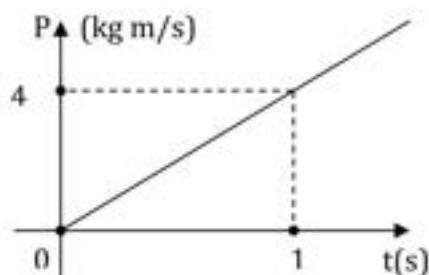


7. Μια μπάλα μάζας m κινείται οριζόντια με ταχύτητα v , οπότε ξαφνικά κτυπάει σε κατακόρυφο τοίχο, ανακλάται και επιστρέφει με αντίθετη ταχύτητα. Η μεταβολή της ορμής της μπάλας είναι ίση με:

- α) mv
- β) $2mv$
- γ) 0
- δ) $mv\sqrt{2}$

8. Στο διάγραμμα του σχήματος παριστάνεται γραφικά η ορμή ενός σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο. Το μέτρο της δύναμης που κινεί το σώμα είναι ίσο με:

- α) 4 N
β) 40 N
γ) 0,4 N
δ) 400 N



9. Ένα κινητό εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση. Η ορμή του κινητού:

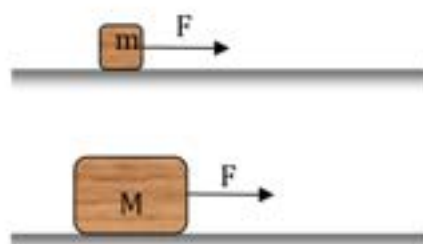
- α) παραμένει σταθερή.
β) μεταβάλλεται κατά μέτρο, διεύθυνση και φορά.
γ) μεταβάλλεται μόνο κατά μέτρο.
δ) μεταβάλλεται κατά διεύθυνση και φορά, ενώ το μέτρο της παραμένει σταθερό.

10. Ένα σώμα κινείται με ορμή $p = 40 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$. Για να ακινητοποιηθεί το σώμα σε χρόνο $t = 0,5 \text{ s}$ απαιτείται δύναμη μέτρου:

- α) 8N β) 20N γ) 80N δ) 2N

11. Στα σώματα του διπλανού σχήματος που είναι ακίνητα σε λείο οριζόντιο επίπεδο και έχουν μάζες m και M αντίστοιχα ($M > m$), ασκείται η ίδια δύναμη F . Μετά από χρονικό διάστημα Δt τα δύο σώματα θα έχουν:

- α) Την ίδια ταχύτητα
β) Την ίδια ορμή
γ) Το σώμα με μεγαλύτερη μάζα θα έχει μεγαλύτερη ορμή.
δ) Το σώμα με μεγαλύτερη μάζα θα έχει μεγαλύτερη ταχύτητα.



12. Δύο ίδιες μπάλες μάζας m χτυπάνε με την ίδια ταχύτητα σε κατακόρυφο τοίχο και ανακλώνται με ταχύτητα ίδιου μέτρου v σε αντίθετη κατεύθυνση. Η μια μπάλα είναι μεταλλική, ενώ η άλλη από μαλακό ελαστικό υλικό. Μεγαλύτερη δύναμη στον τοίχο ασκεί:

- α) Η μεταλλική.
β) Η ελαστική.
γ) Καμία από τις δύο.

Ποια είναι η σωστή απάντηση και γιατί;

13. Σώμα που κινείται με ορμή $p = 50 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ δέχεται συνολική δύναμη $\Sigma F = 10 \text{ N}$ αντίθετη στην κίνησή του για χρονικό διάστημα $\Delta t = 10 \text{ s}$. Η τελική ορμή του σώματος είναι:

- α) $150 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ β) $50 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ γ) $-150 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ δ) $-50 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$

14. Σε ένα μονωμένο σύστημα σωμάτων:

- α) Δεν ασκούνται εσωτερικές δυνάμεις.

- γ) Η κίνηση μιας βάρκας στο νερό.
 ε) Η περιστροφή ενός δορυφόρου.
 ζ) Η σύγκρουση ανάμεσα στις μπίλιες του μπιλιάρδου.

- δ) Η προώθηση του πυραύλου.
 στ) Η έκρηξη μιας βόμβας.

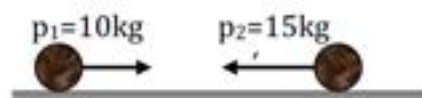
Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

23. Μια μπάλα που πέφτει κατακόρυφα συναντάει το οριζόντιο έδαφος με ταχύτητα μέτρου u και ανακλάται κατακόρυφα με ταχύτητα ίσου μέτρου, u . Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές ή λάθος και γιατί;

- α) Η μπάλα δέχτηκε από το έδαφος, δύναμη αντίθετη από αυτή που άσκησε σ' αυτό.
 β) Η μπάλα δέχτηκε από το έδαφος μέση δύναμη μεγαλύτερη από το βάρος της.
 γ) Το μέτρο μεταβολής της ορμής της μπάλας είναι $2mu$.

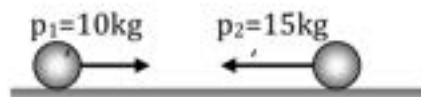
24. Το σύστημα του διπλανού σχήματος έχει συνολική ορμή:

- α) $150 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$
 β) $25 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$
 γ) $5 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$
 δ) 0



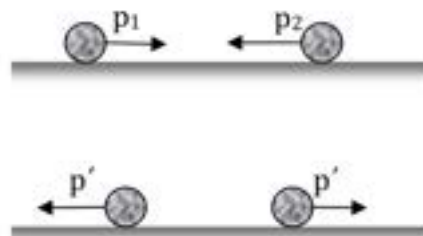
25. Τα σώματα του σχήματος συγκρούονται πλαστικά. Η ορμή του συσσωματώματος

- α) Είναι ίση με μηδέν.
 β) Έχει μέτρο 5 kg m/s και κατεύθυνση προς τα δεξιά.
 γ) Έχει μέτρο 5 kg m/s και κατεύθυνση προς τα αριστερά.
 δ) Έχει μέτρο 25 kg m/s .



26. Τα σώματα του διπλανού σχήματος κινούνται το ένα προς το άλλο με ορμές μέτρου $p_1 = 40 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$ και $p_2 = 50 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$. Αμέσως μετά τη σύγκρουσή τους το πρώτο σώμα κινείται με ορμή μέτρου $p'_1 = 25 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$ όπως φαίνεται στο σχήμα. Το δεύτερο σώμα κινείται με ορμή μέτρου:

- α) $15 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$
 β) $35 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$
 γ) $25 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$
 δ) $5 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$

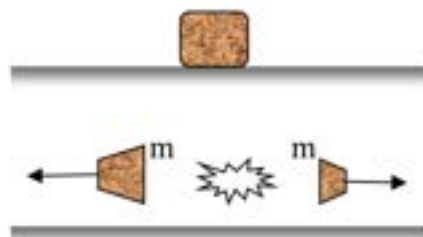


27. Μια ακίνητη βόμβα εκρήγνυται, οπότε διασπάται σε δύο κομμάτια μάζας m_1 και m_2 . Αν το κομμάτι μάζας m_1 μετά την έκρηξη κινείται οριζόντια με ταχύτητα u_1 , το κομμάτι μάζας m_2 θα κινηθεί με ταχύτητα u_2 :

- α) κατακόρυφα προς τα πάνω
 β) κατακόρυφα προς τα κάτω
 γ) οριζόντια με φορά ίδια με τη φορά της ταχύτητας u_1
 δ) οριζόντια με φορά αντίθετη από τη φορά της ταχύτητας u_1

28. Μια ακίνητη βόμβα εκρήγνυται, οπότε διασπάται σε δύο κομμάτια μάζας $m_1 = 2\text{kg}$ και $m_2 = 1\text{kg}$. Αν το κομμάτι μάζας m_1 μετά την έκρηξη κινείται οριζόντια με ορμή μέτρου $10\text{ kg}\cdot\text{m/s}$, το κομμάτι μάζας m_2 θα κινηθεί με ορμή:

- α) $20\text{ kg}\cdot\text{m/s}$
- β) $5\text{ kg}\cdot\text{m/s}$
- γ) $10\text{ kg}\cdot\text{m/s}$
- δ) $15\text{ kg}\cdot\text{m/s}$



29. Ένα βλήμα που κινείται με ορμή 10kg m/s ξαφνικά διασπάται σε δύο κομμάτια, τα οποία κινούνται στην ίδια κατεύθυνση με το βλήμα. Αν το ένα από αυτά έχει ορμή 8kg m/s , η ορμή του άλλου είναι σε kg m/s :

- α) 2
- β) 18
- γ) 6
- δ) 8

30. Ακίνητο σώμα μάζας m διασπάται σε δύο κομμάτια A και B με μάζες $m_A = \frac{m}{3}$ και $m_B = \frac{2m}{3}$

αντίστοιχα. Μετά τη διάσπαση:

- α) το μέτρο της ταχύτητας του B είναι διπλάσιο από το μέτρο της ταχύτητας του A
- β) η ορμή του B έχει διπλάσιο μέτρο και αντίθετη φορά από την ορμή του A
- γ) η ορμή του A έχει διπλάσιο μέτρο και αντίθετη φορά από την ορμή του B
- δ) οι ορμές των δύο σωμάτων έχουν ίσα μέτρα και αντίθετες φορές

31. Παρατηρούμε δύο σωματίδια τα οποία κινούνται με αντίθετες ορμές ξεκινώντας από το σημείο στο οποίο διασπάστηκε ένα ακίνητο ασταθές σωματίδιο. Αποδεικνύει αυτό ότι δεν δημιουργήθηκε και τρίτο σωματίδιο κατά τη διάσπαση;

32. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σ αν είναι σωστές, και με Λ αν είναι λανθασμένες. Ένα αρχικά ακίνητο σώμα διασπάται σε δύο άλλα, οπότε

- α) η συνολική ορμή μετά τη διάσπαση είναι μηδέν.
- β) τα σώματα που προκύπτουν δεν κινούνται στην ίδια διεύθυνση.
- γ) τα σώματα που προκύπτουν κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση.
- δ) ο λόγος των μαζών που προκύπτουν είναι ίσος με το αντίστροφο του λόγου των μέτρων των ταχυτήτων τους.

33. Ένα σώμα που κινείται με ταχύτητα v συγκρούεται πλαστικά με ακίνητο σώμα διπλάσιας μάζας. Το συσσωμάτωμα που θα δημιουργηθεί θα έχει ταχύτητα:

- α) μηδέν.
- β) $v/2$.
- γ) v .
- δ) $v/3$.

34. Ένα βλήμα μάζας m και ορμής $\vec{p}$ σφηνώνεται σε ένα ακίνητο σώμα μάζας $2m$. Η ορμή που θα αποκτήσει το συσσωμάτωμα μετά τη κρούση θα είναι ίση με:

- α) $\vec{p}$
- β) $-\vec{p}$
- γ) $3\vec{p}$
- δ) $\frac{\vec{p}}{2}$

35. Δύο μικρές σφαίρες με μάζες m_1 και m_2 ($m_1 > m_2$) έχουν τοποθετηθεί στα άκρα ενός ελατηρίου, το οποίο διατηρείται συσπειρωμένο με τη βοήθεια ενός νήματος. Το σύστημα ισορροπεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα, οπότε οι σφαίρες αρχίζουν να κινούνται αντίθετα. Κατά την κίνησή τους οι δύο σφαίρες έχουν

- α) αντίθετες ταχύτητες
- β) αντίθετες επιταχύνσεις
- γ) αντίθετες ορμές
- δ) αντίθετες μετατοπίσεις

36. Ένα πυροβόλο όπλο μάζας M κινείται με ταχύτητα u σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Ξαφνικά εκπυροσκοπείται και εκτοξεύει οριζόντια βλήμα μάζας $m = M/10$. Αμέσως μετά το πυροβόλο παραμένει ακίνητο. Η ταχύτητα του βλήματος είναι:

- α) $10u$
- β) $u/10$
- γ) $11u$
- δ) u

37. Δύο μπάλες Α και Β, με μάζες m_A και m_B αντίστοιχα, κινούνται στην ίδια ευθεία με ταχύτητες u_A και u_B , που έχουν αντίθετες φορές. Κάποια στιγμή συγκρούονται και διαπιστώνεται ότι ανταλλάσσουν ταχύτητες. Ο λόγος των μαζών τους m_A/m_B είναι:

- α) $1/1$
- β) $5/4$
- γ) $4/5$
- δ) $2/1$

38. Σώμα Α μάζας m κινείται με ταχύτητα u και συγκρούεται πλαστικά με ακίνητο αρχικά σώμα Β μάζας $2m$. Το συσσωμάτωμα φεύγει με ταχύτητα V_1 . Αν αντίστροφα το σώμα Β κινείται με ταχύτητα u και συγκρούεται πλαστικά με το ακίνητο σώμα Α, το συσσωμάτωμα φεύγει με ταχύτητα V_2 . Ο λόγος των ταχυτήτων V_1/V_2 είναι:

- α) $1/2$
- β) $1/3$
- γ) $2/3$
- δ) $3/2$

39. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σ αν είναι σωστές, και με Λ αν είναι λανθασμένες.

- α) Η συνισταμένη δύναμη που ασκείται σε ένα σώμα είναι ίση με το ρυθμό μεταβολής της ορμής του.
- β) Δύο σώματα παρουσιάζουν ίσες μεταβολές ορμής, όταν δέχονται την επίδραση ίσων δυνάμεων.
- γ) Ένα σώμα υφίσταται διπλάσια μεταβολή ορμής, αν η ίδια δύναμη ενεργήσει στο σώμα στην ίδια κατεύθυνση, αλλά σε διπλάσιο χρονικό διάστημα.
- δ) Ένα σώμα υφίσταται διπλάσια μεταβολή ορμής, αν ενεργήσει στο σώμα διπλάσια δύναμη στην ίδια κατεύθυνση, για το ίδιο χρονικό διάστημα.

40. Αντρας βρίσκεται μέσα σε ελαφρύ βαγόνι που δεν παρουσιάζει καθόλου τριβές με τις ράγες. Θέλει να το μετακινήσει, αλλά χωρίς να κατέβει από αυτό. Πως θα το πετύχει καλύτερα;

- α) Αν σπρώχνει με δύναμη τον τοίχο του βαγονιού;
- β) Αν εκτοξεύει αντικείμενα που βρίσκει μέσα στο βαγόνι σε διεύθυνση παράλληλη προς τις ράγες και σε αντίθετη κατεύθυνση από εκεί που θέλει να πάει;

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

41. Δύο σώματα κινούνται χωρίς τριβές με την ίδια ταχύτητα αλλά κατά αντίθετη φορά πάνω σε μια ευθεία, συγκρούονται και μετατρέπονται σ' ένα νέο σώμα. Μετά την κρούση αυτό μένει ακίνητο. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;

- α) Έχουν μάζες ίσες.
- β) Η ορμή του συστήματος είναι μηδέν.
- γ). Δέχτηκαν το ένα από το άλλο δυνάμεις ίσου μέτρου αντίθετης κατεύθυνσης.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Ένα αυτοκίνητο μάζας 1500kg κινείται με ταχύτητα $v = 144\text{ km/h}$ σε οριζόντιο δρόμο. Το αυτοκίνητο φρενάρει και μέσα σε χρόνο 10s σταματά. Να βρείτε:

α) τη μεταβολή της ορμής του αυτοκινήτου.

β) το μέτρο της δύναμης που μπορεί να προκαλέσει μια τέτοια μεταβολή ορμής σ' αυτό το χρόνο.

$$\alpha. \Delta p = -60000\text{kgm/s}, \beta. F = 6000\text{N}$$

2. Δύο αυτοκίνητα με μάζες $m_1 = 1500\text{kg}$ και $m_2 = 1800\text{kg}$, κινούνται με ταχύτητες μέτρου $v_1 = 12\text{m/s}$ και $v_2 = 10\text{m/s}$. Να βρείτε την ορμή του συστήματος των δύο αυτοκινήτων αν αυτά κινούνται: **(α)** ομόρροπα, **(β)** αντίρροπα.

$$\alpha. p_{\text{ολ}} = 36000\text{kgm/s}, \beta. p_{\text{ολ}} = 0$$

3. Σώμα μάζας $m = 1\text{kg}$ κινείται ευθύγραμμα με ταχύτητα μέτρου $v_1 = 10\text{m/s}$. Στο σώμα ασκείται δύναμη σταθερού μέτρου για χρονικό διάστημα $\Delta t = 0,1\text{s}$ οπότε το σώμα αποκτά ταχύτητα τελικού μέτρου $v_2 = 40\text{m/s}$, ομόρροπη της αρχικής ταχύτητας. Να προσδιορίσετε τη δύναμη F .

$$F = 300\text{N}$$

4. Βλήμα μάζας $m = 0,5\text{kg}$ κινείται οριζόντια προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα Ox με ταχύτητα μέτρου $v_1 = 20\text{m/s}$ οπότε και συναντά ξύλινη σανίδα. Αφού τη διαπεράσει το βλήμα κινείται με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $v_2 = 5\text{m/s}$. Αν το βλήμα έμεινε μέσα στη σανίδα για χρονικό διάστημα $0,01\text{s}$, να βρείτε τη μέση δύναμη που δέχτηκε από τη σανίδα.

$$F = -750\text{N}$$

5. Μία μπάλα μπάσκει με μάζα $m=0,8\text{kg}$, κινείται με ταχύτητα $v_1=15\text{m/s}$ προς το έδαφος κατά τη θετική φορά του άξονα Oy και επιστρέφει στον παίκτη με ταχύτητα μέτρου $v_2=10\text{m/s}$. Να υπολογίσετε τη μεταβολή της ορμής της μπάλας, λόγω κρούσης.

$$\Delta p = -20\text{kgm/s}$$

6. Μπίλια μάζας $m=0,5\text{kg}$ κινείται ευθύγραμμα σε τραπέζι μπιλιάρδου με ταχύτητα $v_1=10\text{m/s}$. Στη μπίλια ασκείται σταθερή δύναμη μέτρου $F=10\text{N}$, ομόρροπη της ταχύτητάς της. Αν η δύναμη ασκείται για χρονικό διάστημα $\Delta t=1\text{s}$, να υπολογίσετε την τελική ταχύτητα της μπίλιας.

$$v_2=30\text{m/s}$$

7. Ένα μπαλάκι του τένις έχει μάζα $m=0,1\text{kg}$ και οριζόντια ταχύτητα $v_1=10\text{m/s}$. Κατά την επαφή του με τη ρακέτα, αντιστρέφεται η κατεύθυνση κίνησής του αλλά το μέτρο της ταχύτητάς του παραμένει σταθερό. Αν η επαφή του με τη ρακέτα διαρκεί $\Delta t=0,5\text{s}$, να υπολογίσετε τη μέση δύναμη που δέχτηκε από τη ρακέτα και που άσκησε σε αυτήν.

$$F=4\text{N}$$

8. Μια εξωλέμβια μηχανή ασκεί μέγιστη προωθητική δύναμη 2000N . Αν η μηχανή αυτή δουλέψει για χρονικό διάστημα $\Delta t=10\text{s}$ κινώντας μια βάρκα συνολικής μάζας $m=500\text{kg}$, να βρείτε την τελική ταχύτητα της βάρκας. Η βάρκα ήταν αρχικά ακίνητη και οι αντιστάσεις του νερού να μη ληφθούν υπ' όψη.

$$v=40\text{m/s}$$

9. Μια μπάλα μάζας $m=1\text{kg}$ πέφτει κατακόρυφα στο πάτωμα με ταχύτητα μέτρου $v_1=20\text{m/s}$ και ανακλάται κατακόρυφα με ταχύτητα μέτρου $v_2=18\text{m/s}$. Αν η κρούση διαρκεί $\Delta t=0,2\text{s}$ και το $g=10\text{m/s}^2$ να υπολογιστεί το μέτρο της μέσης δύναμης που δέχτηκε η μπάλα από το πάτωμα.

$$F=200\text{N}$$

10. Μια μπάλα μάζας $m=1\text{kg}$ που αρχικά είναι ακίνητη δέχεται για χρόνο $\Delta t=0,01\text{s}$ κατακόρυφη δύναμη F και αποκτά ταχύτητα μέτρου $v=20\text{m/s}$. Αν δίνεται $g=10\text{m/s}^2$, να βρεθεί το μέτρο της δύναμης F .

$$F=2010\text{N}$$

11. Μία σφαίρα μάζας $m = 800\text{g}$ αφήνεται ελεύθερη από ύψος $h = 80\text{m}$. Αν η μέση τιμή της συνολικής δύναμης που δέχεται η σφαίρα κατά την κρούση της με το έδαφος είναι $F = 200\text{N}$ και ο χρόνος επαφής της σφαίρας με το έδαφος είναι $\Delta t = 0,2\text{s}$, να βρείτε:

α) Την ορμή της σφαίρας όταν φτάνει στο έδαφος.

β) Το μέτρο της μεταβολής της ορμής κατά τη χρονική διάρκεια Δt .

γ) Την ορμή της σφαίρας αμέσως μετά την αναπήδηση της στο έδαφος.

δ) Την ταχύτητα που θα έχει η σφαίρα αμέσως μετά την αναπήδηση της στο έδαφος

$$\alpha. p=-32\text{kgm/s}, \beta. \Delta p= 40\text{kgm/s} \gamma. p'=8\text{kgm/s} \delta. v'=10\text{m/s}$$

12. Δέμα μάζας $m=80\text{kg}$ αφήνεται από ύψος $h=1,8\text{m}$ και πέφτει στο έδαφος και ακινητοποιείται. Η μέση δύναμη που δέχτηκε από το πάτωμα είναι $F=5600\text{N}$. Να βρείτε το χρόνο που χρειάστηκε από τη στιγμή που ήρθε σε επαφή με το πάτωμα μέχρι να σταματήσει. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

$$\Delta t=0,1\text{s}$$

13. Ένα ατσάλινο σφαιρίδιο μάζας $m = 2\text{kg}$ αφήνεται από ύψος $h_1 = 45\text{m}$ να πέσει πάνω σε οριζόντιο τραπέζι. Το σφαιρίδιο ανακλάται και φτάνει σε ύψος $h_2 = 20\text{m}$. Η κρούση του σφαιριδίου με το τραπέζι έχει διάρκεια $\Delta t = 10^{-2}\text{s}$.

α) Πόση είναι η μεταβολή της ορμής του σφαιριδίου στη διάρκεια της επαφής του με το τραπέζι;

β) Να βρείτε τη μέση δύναμη που άσκησε το σφαιρίδιο στο τραπέζι στη διάρκεια της κρούσης.

Δίνεται $g = 10\text{m/s}^2$.

$\alpha. \Delta p = 100\text{ kgm/s}, \beta. F = 120\text{N}$

14. Ένα σώμα μάζας $m = 0,2\text{kg}$ κινούμενο οριζόντια προσπίπτει με ταχύτητα $v_1 = 20\text{m/s}$ σε κατακόρυφο τοίχο. Το σώμα απομακρύνεται οριζόντια ταχύτητα $v_2 = 10\text{m/s}$ από τον τοίχο. Η διάρκεια επαφής του σώματος με τον τοίχο ήταν $\Delta t = 0,1\text{s}$. Να βρείτε:

- α)** το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σώματος.
β) τη μεταβολή του μέτρου της ορμής του σώματος
γ) Το μέτρο της δύναμης που άσκησε η σφαίρα στο τοίχο.

$\alpha. 6\text{ kgm/s}, \beta. 2\text{ kgm/s} \gamma. 60\text{N}$

15. Μία σφαίρα μάζας $m = 2\text{ kg}$ αφήνεται να πέσει ελεύθερα από ύψος $h = 125\text{ m}$. Την ίδια χρονική στιγμή μία δεύτερη σφαίρα μάζας $m = 1\text{ kg}$ εκτοξεύεται από το έδαφος κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα $v_0 = 30\text{ m/s}$. Να βρείτε:

- α)** Την ορμή κάθε σφαίρας τη χρονική στιγμή $t = 2\text{ s}$.
β) Την ολική ορμή του συστήματος των δύο σφαιρών τη χρονική στιγμή $t = 2\text{s}$.
 Δίνεται $g = 10\text{ m/s}^2$. Θεωρήστε θετική φορά προς τα πάνω

$\alpha. -20\text{ kgm/s}, +20\text{kgm/s} \beta. P_{\text{ολ}} = 0$

16. Σώμα μάζας $m = 4\text{ kg}$ κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα $v_0 = 10\text{ m/s}$. Στο σώμα ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη $F = 5\text{N}$ για χρόνο $t = 2\text{ s}$. Να βρείτε την τελική ορμή του σώματος και την μεταβολή της ορμής του σώματος στο χρόνο των 2 s αν:

- α)** Η δύναμη F είναι ομόρροπη της ταχύτητας v_0 .
β) Η δύναμη F είναι αντίρροπη της ταχύτητας v_0 .

$\alpha. p = 50\text{ kgm/s}, \beta. p = 30\text{ kgm/s}$

17. Κιβώτιο μάζας $m = 10\text{kg}$ ανεβαίνει λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $\varphi = 30^\circ$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έχει ταχύτητα $v_0 = 5\text{m/s}$ και δέχεται σταθερή δύναμη $F = 80\text{N}$ στην κατεύθυνση της ταχύτητάς του.

- α)** Πόση είναι η μεταβολή της ορμής του κιβωτίου μετά από 10s ;
β) Πόση θα είναι η ταχύτητα του κιβωτίου τη χρονική στιγμή $t_1 = 10\text{s}$;
γ) Ποιος είναι ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του;
δ) Πόσο διάστημα έχει διανύσει το κιβώτιο στο χρονικό διάστημα από t_0 έως t_1 ;

$\alpha. 300\text{kgm/s}, \beta. 35\text{m/s}, \gamma. 30\text{N}, \delta. \Delta x = 200\text{m}$

18. Άνθρωπος μάζας 70kg πέφτει από ύψος $0,80\text{m}$ τη μια φορά σε τσιμέντο και την άλλη σε στρώμα αφρολέξ. Ο χρόνος που κάνει να μηδενιστεί η ταχύτητα του είναι την πρώτη φορά $t_1 = 0,1\text{s}$ και τη δεύτερη $t_2 = 0,8\text{s}$. Να υπολογίσετε τη μέση δύναμη που δέχεται κάθε φορά ο άνθρωπος.
 Δίνεται $g = 10\text{m/s}^2$.

$40\text{N}, 5\text{ N}$

19. Βαγόνι μάζας $m_2 = 20\text{kg}$ ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και έχει πάνω του παιδί μάζας $m_1 = 30\text{kg}$. Αν το παιδί πηδήξει από το βαγόνι με ταχύτητα μέτρου $v_1 = 2\text{m/s}$ σε οριζόντια θετική κατεύθυνση, πόση είναι η ταχύτητα που θα αποκτήσει το βαγόνι και σε ποια κατεύθυνση;

-3m/s

20. Πάνω σε μια βάρκα μάζας $m_2 = 100\text{kg}$ βρίσκεται μια κοπέλα μάζας $m_1 = 50\text{kg}$ και το σύστημα κινείται ευθύγραμμα χωρίς τριβές με ταχύτητα $v_0 = 2\text{m/s}$. Η κοπέλα πηδάει από τη βάρκα σε αντίθετη κατεύθυνση από τη v_0 και με ταχύτητα μέτρου $v_1 = 4\text{m/s}$. Υπολογίστε το μέτρο της ταχύτητας της βάρκας μετά την αποχώρηση της κοπέλας.

$$V=5\text{m/s}$$

21. Διαστημικό όχημα μάζας $m=100\text{kg}$ κινείται χωρίς την επίδραση καμιάς δύναμης με ταχύτητα $u_0=300\text{m/s}$. Ξαφνικά εκτοξεύει θαλαμίσκο μάζας ίσης με το $1/4$ της μάζας του σε κατεύθυνση αντίθετη από την κατεύθυνση της u_0 και με ταχύτητα μέτρου ίσου με u_0 . Πόση είναι η ταχύτητα του υπολοίπου τμήματος;

$$500\text{m/s}$$

22. Ένα βλήμα μάζας $m = 0,1\text{kg}$ κινείται οριζόντια και σφηνώνεται σε ξύλινο σώμα μάζας $M = 1,9\text{kg}$ το οποίο ηρεμεί κρεμασμένο με τη βοήθεια νήματος από την οροφή. Αμέσως μετά την ενσφήνωση του βλήματος, το συσσωμάτωμα φεύγει με ταχύτητα μέτρου $V = 10\text{m/s}$. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του βλήματος, μόλις πριν σφηνωθεί στο σώμα.

23. Βλήμα μάζας $m=0,1\text{kg}$ σφηνώνεται με ταχύτητα $u=200\text{m/s}$ σε ξύλινο κύβο μάζας $M=1,9\text{kg}$ που ηρεμεί αρχικά σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Πόση είναι η ταχύτητα του συσσωματώματος μετά την κρούση;

$$V=10\text{m/s}$$

24. Βλήμα μάζας $m_1=0,2\text{kg}$ σφηνώνεται με οριζόντια ταχύτητα u_0 σ' ένα ξύλινο κύβο μάζας $m_2=3,8\text{kg}$ που ήταν ακίνητος πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Αν η ταχύτητα του ενιαίου σώματος που προκύπτει είναι 10m/s , πόσο είναι το μέτρο της u_0 .

$$u_0=200\text{m/s}$$

25. Βαγόνι το οποίο κινείται σε λείες οριζόντιες ράγες συγκρούεται με ταχύτητα $u_1=4\text{m/s}$ με άλλο προπορευόμενο όμοιο βαγόνι που κινείται με ταχύτητα $u_2=2\text{m/s}$ και ενώνεται μ' αυτό. Πόση είναι η ταχύτητα των βαγονιών μετά την κρούση;

$$V=3\text{m/s}$$

26. Δύο σφαίρες με μάζες $m_1 = 5\text{kg}$ και $m_2 = 10\text{kg}$ κινούνται οριζόντια με ταχύτητες $u_1 = 6\text{m/s}$ και $u_2 = 9\text{m/s}$ αντίστοιχα, που έχουν ίδια διεύθυνση και αντίθετες φορές, και συγκρούονται. Αν μετά την κρούση οι σφαίρες μένουν ενωμένες, να βρείτε:

- α) Την ορμή του συστήματος των σφαιρών πριν την κρούση.
- β) Την κοινή ταχύτητα των σφαιρών αμέσως μετά την κρούση.
- γ) Την μεταβολή της ορμής κάθε σφαίρας κατά την κρούση.

Ως θετική φορά θεωρήστε τη φορά κίνησης της μάζας m_1 πριν τη κρούση

$$\alpha. \quad p=-60\text{kgm/s} \quad \beta. \quad -4\text{m/s} \quad \gamma. \quad -50\text{kgm/s}, 50\text{kgm/s}$$

27. Πυροβόλο όπλο μάζας $M = 49\text{kg}$ κινείται με ταχύτητα $u = 10\text{m/s}$, έχοντας στην κάνη του βλήμα μάζας $m = 1\text{kg}$. Κάποια στιγμή εκτοξεύει οριζόντια το βλήμα. Να υπολογίσετε την ταχύτητα εκτόξευσης του βλήματος, αν το πυροβόλο αμέσως μετά:

- α) ακινητοποιείται,
- β) κινείται αντίθετα με ταχύτητα $u' = 5\text{m/s}$.

$$\alpha. \quad 500\text{m/s} \quad \beta. \quad 745\text{m/s}$$

28. Μικρό κανόνι μάζας $m_2=200\text{kg}$ φέρει βλήμα μάζας $m_1=1\text{kg}$ και ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Εκτοξεύει το βλήμα οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $u_1=200\text{m/s}$ και το χρονικό διάστημα που χρειάζεται για να φύγει το βλήμα από την κάνη είναι $\Delta t=0,01\text{s}$. Να υπολογίσετε:

- α) Την ταχύτητα του κανονιού μετά την εκτόξευση του βλήματος (ταχύτητα ανάκρουσης).
- β) Τη μέση δύναμη που δέχτηκε το βλήμα από τα αέρια κατά την εκπυρσοκρότηση.

$$A. \quad 1\text{m/s}, \beta. \quad 2 \cdot 10^4\text{N}$$

29. Κιβώτιο μάζας $m_1=6\text{kg}$ ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Σφαίρα μάζας $m_2=2\text{kg}$ που κινείται πάνω στο ίδιο επίπεδο συγκρούεται με αυτόν με ταχύτητα μέτρου $v_2=10\text{m/s}$ και ανακλάται σε αντίθετη κατεύθυνση με ταχύτητα μέτρου $V_2=2\text{m/s}$. Αν το κιβώτιο δέχτηκε από τη σφαίρα μέση δύναμη $F=120\text{N}$, να βρεθούν:

α) Η ταχύτητα, V_1 του κιβωτίου μετά την κρούση.

β) Η χρονική διάρκεια επαφής της σφαίρας με το κιβώτιο.

α. 4m/s , β. $\Delta t=0,2\text{s}$

30. Μία σφαίρα μάζας $m_1 = 5\text{ kg}$ κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα μέτρου $v_1 = 4\text{ m/s}$ και συγκρούεται με αρχικά ακίνητη σφαίρα μάζας $m_2 = 1\text{ kg}$. Μετά την κρούση η σφαίρα μάζας m_2 κινείται με ταχύτητα μέτρου $v_2 = 8\text{ m/s}$. Να βρείτε την ταχύτητα της σφαίρας μάζας m_1 αμέσως μετά την κρούση.

2,4 m/s

31. Δύο σφαίρες Σ_1 και Σ_2 με μάζες $m_1 = 0,15\text{ kg}$ και m_2 κινούνται η μία προς την άλλη στην ίδια ευθεία με ταχύτητες μέτρων $v_1 = 4\text{ m/s}$ και $v_2 = 2\text{ m/s}$. Μετά την κρούση οι δύο σφαίρες κινούνται με ταχύτητες μέτρων $v'_1 = 12\text{ m/s}$ και $v'_2 = 10\text{ m/s}$ αντίστοιχα, που έχουν την ίδια διεύθυνση αλλά αντίθετη φορά της αρχικής τους ταχύτητας. Να βρείτε την μάζα m_2 της σφαίρας Σ_2 .

0,2kg

32. Δύο σώματα με μάζες $m_1 = 4\text{kg}$ και $m_2 = 2\text{kg}$ κινούνται στην ίδια ευθεία, με ταχύτητες αντίστοιχα $v_1 = 6\text{m/s}$ και $v_2 = 4\text{m/s}$, με αντίθετες φορές ώστε να πλησιάζουν το ένα το άλλο. Μετά την αναπόφευκτη σύγκρουσή τους το σώμα μάζας m_1 εξακολουθεί να κινείται προς την αρχική κατεύθυνση κίνησής του με ταχύτητα $v'_1 = 2\text{ m/s}$. (Να θεωρήσετε θετική φορά τη φορά κίνησης της m_1 πριν τη κρούση.) Να υπολογίσετε:

α) την ορμή της κάθε σφαίρας πριν την κρούση τους.

β) την ταχύτητα της m_2 μετά την κρούση.

γ) τη μεταβολή της ορμής της κάθε σφαίρας.

δ) τη μέση κατά μέτρο δύναμη που δέχτηκε κάθε σώμα, αν η διάρκεια της σύγκρουσης είναι $\Delta t = 10^{-2}\text{s}$.

α. 24kgm/s , -8kgm/s , β. 4m/s , γ. -16kgm/s , 16kgm/s , δ. 1600N

33. Δύο σώματα Α και Β τα οποία θεωρούνται υλικά σημεία, με μάζες $m_1 = 1\text{kg}$ και $m_2=2\text{kg}$ αντίστοιχα, βρίσκονται σε οριζόντιο επίπεδο και ηρεμούν. Μεταξύ των σωμάτων και του επιπέδου υπάρχει τριβή με συντελεστή $\mu=0,1$. Την χρονική στιγμή $t_0=0$ εκτοξεύουμε το σώμα Α προς το Β. Τα σώματα συγκρούονται μετωπικά ανελαστικά και μετά την κρούση, το σώμα Β αποκτά ταχύτητα $v_2'=4\text{m/s}$. Αν η ταχύτητα του Α πριν την σύγκρουση ήταν $v_1=10\text{m/s}$,

α) να υπολογίσετε την ταχύτητα v_1' του Α μετά την κρούση

β) να υπολογίσετε την μεταβολή της ορμής του σώματος Α

γ) αν η διάρκεια της κρούσης, (διάρκεια επαφής των σωμάτων), ήταν $\Delta t=0,1\text{s}$, να βρεθεί η δύναμη που δέχτηκε το σώμα Β από το Α.

δ) Να βρεθεί πόσο θα απέχουν μεταξύ τους τα σώματα όταν σταματήσουν να κινούνται μετά την κρούση.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

α. 2m/s β. -8kgm/s γ. 80N δ. 6m

34. Μια αλουμινένια σφαίρα, μάζας $m_1 = 4\text{ kg}$, κινείται ολισθαίνοντας χωρίς τριβές προς τα δεξιά με ορμή μέτρου $p_1 = 40\text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$ κατά μήκος μιας σιδερένιας ράγας (τροχιάς). Κάποια χρονική στιγμή

συγκρούεται πλαστικά (και κεντρικά) με μια χάλκινη σφαίρα μάζας $m_2 = 6 \text{ kg}$ η οποία κινείται, χωρίς τριβές, προς τα αριστερά με ορμή μέτρου $p_2 = 30 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Να υπολογίσετε:

- α) Τις ταχύτητες v_1 , v_2 των δύο σφαιρών πριν την κρούση και την ορμή του συστήματός τους
 β) Την ταχύτητα του συσσωματώματος v'_{12} μετά την κρούση
 γ) Την «απώλεια» (κινητικής) ενέργειας κατά την κρούση
 δ) Το μέτρο της δύναμης (θεωρούμενης σταθερής) που αναπτύχθηκε κατά τη διάρκεια της κρούσης, ανάμεσα στις δύο σφαίρες, αν η κρούση τους διήρκεσε $\Delta t = 0,3 \text{ s}$
- α. $+10 \text{ m/s}$, -5 m/s β. 1 m/s γ. 270 J δ. 120 N

35. Παγοδρόμος μάζας $m_1 = 40 \text{ kg}$ στέκεται στην λεία επιφάνεια πάγου. Μπάλα μάζας $m_2 = 10 \text{ kg}$ φτάνει σ' αυτόν με ταχύτητα οριζόντιας κατεύθυνσης και μέτρο $v_0 = 10 \text{ m/s}$.

- α) Αν για να την μπλοκάρει χρειάζεται χρόνος $\Delta t = 0,5 \text{ s}$, πόση δύναμη δέχτηκε ο παγοδρόμος από τη μπάλα και πόση η μπάλα από τα χέρια του παγοδρόμου;
 β) Σε μια ίδια ακριβώς φάση ο παγοδρόμος αποκρούει τη μπάλα με οριζόντια ταχύτητα μέτρου 2 m/s , μέσα σε χρόνο $0,5 \text{ s}$ και πάλι. Πόση μέση δύναμη δέχεται τώρα ο παγοδρόμος από τη μπάλα και πόση η μπάλα από τα χέρια του παγοδρόμου;

α. 160 N , β. 240 N

36. Κύβος από μαλακό υλικό μάζας $m_1 = 0,2 \text{ kg}$ κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα μέτρου $v_1 = 10 \text{ m/s}$ κατά τη θετική φορά του άξονα $x'Ox$. Βλήμα μάζας $m_2 = 0,1 \text{ kg}$ κινείται σε αντίθετη κατεύθυνση και συναντά τον κύβο με ταχύτητα $v_2 = 10 \text{ m/s}$ και τον διαπερνάει. Το βλήμα βγαίνει από τον κύβο με ταχύτητα μέτρου $V_2 = 5 \text{ m/s}$ χωρίς να αλλάξει κατεύθυνση.

- α) Πόση είναι η νέα ταχύτητα του κύβου.
 β) Πόσο είναι το μέτρο μεταβολής της ορμής του βλήματος, του κύβου και του συστήματός τους;

α. $V_1 = 7,5 \text{ m/s}$, β. $-0,5 \text{ kgm/s}$, $0,5 \text{ kgm/s}$, 0

37. Δύο σφαίρες μάζας $m_1 = m$ και $m_2 = 5m$, συγκρατούνται στα άκρα ενός συσπειρωμένου ελατηρίου με τη βοήθεια ενός νήματος. Κάποια στιγμή το νήμα κόβεται, οπότε, μετά από την πλήρη αποσυσπείρωση του ελατηρίου, η σφαίρα m_1 αποκτά ταχύτητα μέτρου 10 m/s . Να βρείτε την ταχύτητα της άλλης σφαίρας.



-5 m/s

38. Ένας νεαρός μάζας $m_1 = 70 \text{ kg}$ που κάνει πατινάζ κινείται ευθύγραμμα με ταχύτητα $v_1 = 10 \text{ m/s}$ στην οριζόντια πίστα πάγου. Στη διαδρομή του υπάρχει ακίνητη μια κοπέλα μάζας $m_2 = 30 \text{ kg}$. Ο νεαρός όταν φτάνει στην κοπέλα, την αγκαλιάζει και συνεχίζει να κινείται με την κοπέλα αγκαλιά στην ίδια διεύθυνση, ως ένα σώμα.

- α) Να βρείτε την ταχύτητα με την οποία κινούνται ο νεαρός και η κοπέλα μαζί.
 β) Κάποια στιγμή ο νεαρός εκτινάσσει προς τα πίσω την κοπέλα με ταχύτητα $v_2 = 2 \text{ m/s}$. Να βρείτε την ταχύτητα με την οποία θα κινηθεί τελικά ο νεαρός.
 Οι τριβές να θεωρηθούν αμελητέες.

α. 7 m/s β. $10,8 \text{ m/s}$

39. Σώμα μάζας m κινείται με ταχύτητα $v = 20 \text{ m/s}$ και κάποια στιγμή διασπάται σε δύο κομμάτια. Το κομμάτι μάζας $m/3$ συνεχίζει να κινείται κατά την ίδια διεύθυνση και φορά με ταχύτητα μέτρου $6v$. Να βρείτε την ταχύτητα του άλλου κομματιού.

-30 m/s

40. Τρεις σφαίρες Α,Β,Γ με μάζες m , m και $2m$ αντίστοιχα βρίσκονται στην ίδια ευθεία σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Η σφαίρα Α εκτοξεύεται με ταχύτητα $v = 20\text{m/s}$ και συγκρούεται πλαστικά με τη σφαίρα Β. Στη συνέχεια το συσσωμάτωμα των σφαιρών Α και Β συγκρούεται πλαστικά με τη σφαίρα Γ. Να υπολογίσετε:

- α) την ταχύτητα του συσσωματώματος των σφαιρών Α και Β.
β) την ταχύτητα του συσσωματώματος των τριών σφαιρών Α,Β και Γ.

10m/s , 5m/s

43. Κανόνι μάζας $m_2=500\text{kg}$ φέρει βλήμα μάζας $m_1=10\text{kg}$ και το σύστημα ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Μεταξύ κανονιού και επιπέδου ο συντελεστής τριβής είναι $\mu=0,5$.

- α) Με πόση ταχύτητα πρέπει να εκτοξεύσει το βλήμα, ώστε το κανόνι να διανύσει μετά την εκπυρσοκρότηση διάστημα $s=3,6\text{m}$ μέχρι να σταματήσει.
β) Σε πόσο χρόνο διανύει το διάστημα αυτό;

α. 300m/s, β. $t=1,2\text{s}$

44. Βλήμα μάζας $m_1 = 0,1\text{kg}$ εκτοξεύεται οριζόντια με ταχύτητα $v_1 = 300\text{m/s}$ εναντίον ξύλινου κιβωτίου μάζας $m_2 = 2\text{kg}$ που ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Το βλήμα βγαίνει από το κιβώτιο με ταχύτητα $v = 100\text{m/s}$. Αν μετά την κρούση το κιβώτιο ολισθαίνει στο οριζόντιο επίπεδο και σταματά αφού διανύσει διάστημα $s = 20\text{m}$, να βρείτε:

- α) Τον συντελεστή της τριβής ολίσθησης μεταξύ κιβωτίου και επιπέδου,
β) Τη μηχανική ενέργεια που έχασε το σύστημα βλήμα – κιβώτιο κατά την κρούση,
γ) Τη μεταβολή της ορμής του βλήματος μέσα στο ξύλινο κιβώτιο.

Δίνεται $g = 10\text{m/s}^2$.

α. 0,25 β. 3900J γ. -20kgm/s

45. Σχεδιά μήκους $l = 3\text{m}$, μάζας $M=120\text{kg}$ επιπλέει στην επιφάνεια της θάλασσας. Ο ναυαγός μάζας $m=60\text{kg}$ που βρίσκεται στη μια της άκρη, διανύει το μήκος της βάρκας με σταθερή ταχύτητα μέτρου $v_1=0,2\text{m/s}$, ως προς την ακίνητη θάλασσα. Να υπολογιστούν:

- α) Η μετατόπισή της σχεδίας ως προς την ακίνητη θάλασσα, τη στιγμή που ο ναυαγός φτάνει στην άλλη άκρη.
β) Το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να φτάσει στην άλλη άκρη και η ταχύτητα της σχεδίας.

α. 1m, β. 10s

46. Ένας άνθρωπος μάζας $M = 60\text{kg}$ στέκεται στην επιφάνεια παγωμένης λίμνης, κρατώντας ένα δέμα μάζας $m = 0,5\text{kg}$. Η απόσταση του ανθρώπου από την πλησιέστερη όχθη της λίμνης είναι $s = 40\text{m}$. Για να φθάσει ο άνθρωπος στην όχθη, εκτοξεύει το δέμα οριζόντια με ταχύτητα $v = 40\text{m/s}$, προς την αντίθετη κατεύθυνση απ' την όχθη. Να βρεθεί σε πόσο χρόνο θα φτάσει ο άνθρωπος στην όχθη. Τριβές δεν υπάρχουν.

120s

47. Ένας άνθρωπος μάζας $m = 80\text{kg}$, βρίσκεται μέσα σε βάρκα μάζας $m_1 = 220\text{kg}$ και τραβάει απότομα προς το μέρος του, με σχοινί μήκους 30m , μια άλλη βάρκα μάζας $m_2 = 450\text{kg}$. Αν η κίνηση της βάρκας θεωρηθεί ομαλή και η συνάντησή τους γίνεται σε χρόνο $t = 6\text{s}$, να βρεθεί η ταχύτητα κάθε βάρκας.

$v_1=3\text{m/s}$, $v_2=2\text{m/s}$

48. Ένα έλκηθρο μάζας $m_1 = 40\text{kg}$ ηρεμεί σε μια παγωμένη οριζόντια επιφάνεια. Ένας νεαρός μάζας $m_2 = 60\text{kg}$ τρέχει με ταχύτητα $v = 20\text{m/s}$ και πηδά πάνω στο έλκηθρο.

A) Να υπολογίσετε την ταχύτητα με την οποία θα αρχίσει να κινείται το σύστημα έλκηθρο – παιδί.
B) Αν το σύστημα παρουσιάζει με την επιφάνεια συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0,2$, να βρείτε σε πόσο χρόνο θα σταματήσει.
 Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$.

α. 12m/s β. 6s

49. Δύο χορευτές του πατινάζ, με μάζες $m_1 = 50 \text{ kg}$ και $m_2 = 80 \text{ kg}$ αντίστοιχα, βρίσκονται ακίνητοι πάνω στην πίστα. Κάποια στιγμή ο ένας σπρώχνει τον άλλο και αρχίζουν να απομακρύνονται μεταξύ τους. Μετά από χρόνο 5s οι δύο χορευτές βρίσκονται σε απόσταση 65m μεταξύ τους. Να βρείτε τις ταχύτητες των δύο χορευτών και την απόσταση που κινήθηκε ο καθένας. Θεωρήστε αμελητέες τις τριβές.

$v_1=8\text{m/s}$, $v_2=5\text{m/s}$

50. Δύο σώματα με μάζες $m_1 = 4\text{kg}$ και $m_2 = 2\text{kg}$ κινούνται στην ίδια ευθεία, με ταχύτητες αντίστοιχα $v_1 = 10\text{m/s}$ και $v_2 = 8\text{m/s}$, με αντίθετες φορές ώστε να πλησιάζουν το ένα το άλλο. Μετά την σύγκρουση τους το σώμα μάζας m_1 εξακολουθεί να κινείται προς την αρχική κατεύθυνση κίνησής του με ταχύτητα $V_1 = 5\text{m/s}$. Να υπολογίσετε:

α) Την ταχύτητα κίνησης του άλλου σώματος, μάζας m_2 .

β) Τη μέση δύναμη που δέχτηκε κάθε σώμα, αν η διάρκεια της σύγκρουσης είναι $\Delta t = 10^{-2}\text{s}$.

α. +2m/s β. -2000N, 2000N

51. Δύο μπίλιες με μάζες $m_1=0,8\text{kg}$ και $m_2=2\text{kg}$ κινούνται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο η μία προς την άλλη με αντίθετες κατευθύνσεις και με ταχύτητες που έχουν μέτρα $v_1=4\text{m/s}$ και $v_2=2\text{m/s}$ αντίστοιχως. Οι μπίλιες συγκρούονται και μετά τη σύγκρουση η m_1 συνεχίζει στην αντίθετη κατεύθυνση με ταχύτητα μέτρου, $V_1=1\text{m/s}$.

α) Να βρεθεί η ταχύτητα της μπίλιας m_2 μετά την κρούση.

β) Μετά την κρούση η μπίλια m_1 ανεβαίνει σε λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $\varphi=30^\circ$. Πόσο διάστημα διανύει πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο;

α. $V_2=0$, β. $s=0,1\text{m}$

52. Ξύλινος κύβος μάζας $M=1,8\text{kg}$ ηρεμεί αρχικά πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Βλήμα μάζας $m=0,2\text{kg}$ κινείται οριζόντια και σφηνώνεται σ' αυτόν με ταχύτητα μέτρου $v=20\text{m/s}$. Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα ολισθαίνει στο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει τριβές με συντελεστή τριβής $\mu=0,2$.

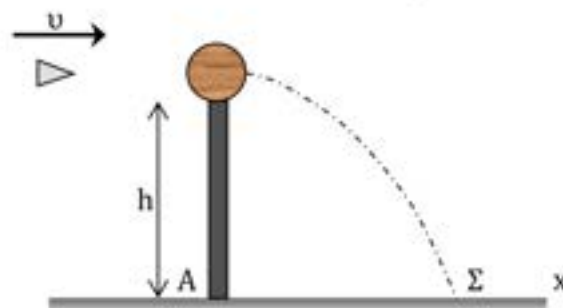
α) Πόση είναι η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

β) Πόσο χρόνο χρειάζεται το συσσωμάτωμα για να σταματήσει και πόσο διάστημα θα έχει διανύσει μέχρι τότε; Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

α. 2m/s, β. 1s, 1m

53. Στο διπλανό σχήμα βλέπουμε τον ξύλινο στόχο μάζας $M=3,8\text{kg}$ που βρίσκεται σε ύψος $h=5\text{m}$ πάνω από το οριζόντιο επίπεδο Αx. Βλήμα μάζας $m=0,2\text{kg}$ κινείται οριζόντια και σφηνώνεται στο στόχο με ταχύτητα μέτρου $v=100\text{m/s}$. Το συσσωμάτωμα που σχηματίζεται εκτελεί οριζόντια βολή στο κενό και συναντά το οριζόντιο επίπεδο Αx στο σημείο Σ. Να υπολογιστεί η απόσταση ΑΣ. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

$AS=5\text{m}$



54. Βλήμα μάζας $m=10\text{kg}$ βάλλεται από σημείο του εδάφους κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα 20m/s . Όταν φτάνει στο μέγιστο ύψος h διασπάται σε δύο τμήματα με μάζες m_1 και m_2 . Αμέσως μετά τη διάσπαση τα δύο τμήματα αποκτούν οριζόντιες ταχύτητες ίσου μέτρου $v_1=v_2=20\text{m/s}$, αντίθετης φοράς. Να υπολογιστούν:

α) Οι μάζες των δύο τμημάτων.

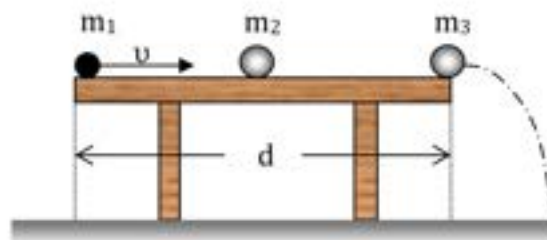
β) Το ύψος που έγινε η διάσπαση.

γ) Η απόσταση μεταξύ των σημείων στα οποία τα δύο τμήματα συνάντησαν το έδαφος.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$. Οι τριβές με τον αέρα να θεωρηθούν αμελητέες.

α. $m_1=m_2=5\text{kg}$, β. $h=20\text{m}$, γ. 80m

55. Σε λείο τραπέζι μήκους $d=4\text{m}$ και ύψους 45cm κινείται σώμα μάζας $m_1=2\text{kg}$ με ταχύτητα μέτρου $v_1=10\text{m/s}$ όπως φαίνεται στο σχήμα. Στη μέση του τραπεζιού καθώς και στην άκρη του βρίσκονται δύο ακίνητες μάζες 10kg η καθεμία. Το σώμα μάζας m_1 συγκρούεται με την m_2 και μετά την κρούση η μάζα m_2 κινείται με ταχύτητα $v_2'=3\text{m/s}$. Στη συνέχεια η m_2 συγκρούεται με την μάζα m_3 και ακινητοποιείται. Να υπολογίσετε:



α) την ταχύτητα της μάζας m_1 μετά την πρώτη κρούση και την μεταβολή της ορμής της κατά τη διάρκεια της κρούσης αυτής.

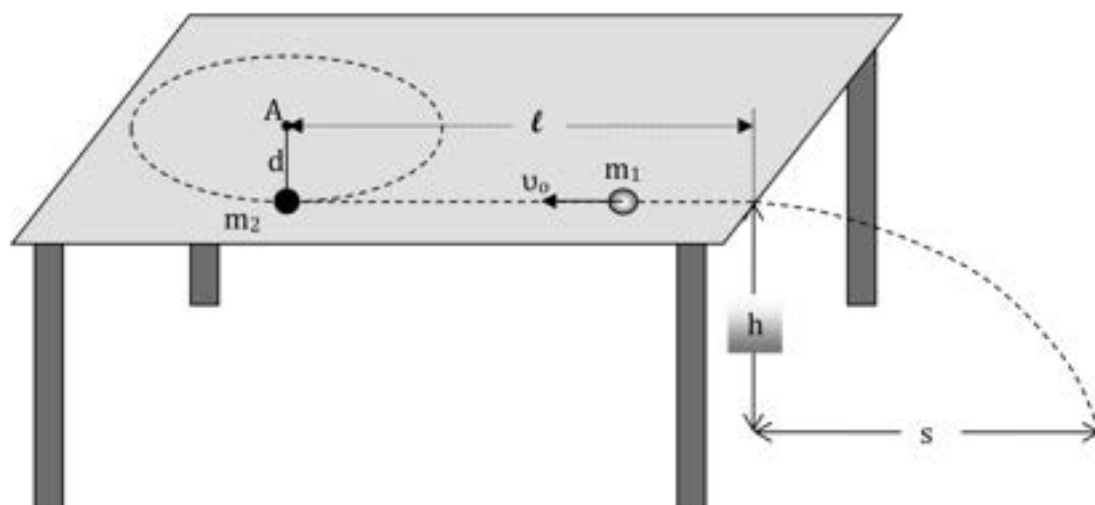
β) την ταχύτητα της μάζας m_3 μετά την κρούση της με την m_2 .

γ) την οριζόντια απόσταση των σημείων που θα φτάσουν στο έδαφος οι m_1 και m_3 .

δ) την χρονική διαφορά με την οποία οι μάζες m_1 και m_3 θα φτάσουν στο έδαφος.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

α. -5m/s , -30kgm/s β. 3m/s γ. $6,4\text{m}$ δ. $0,26\text{sec}$



56. Σε λείο τραπέζι ύψους $h = \frac{5}{4}m$ ισορροπεί σώμα μάζας $m_2 = 4kg$ δεμένο σε νήμα μήκους $d =$

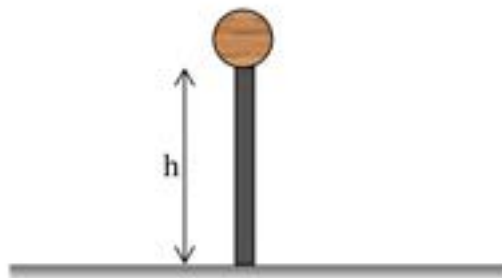
$\frac{1}{\pi}m$. Το νήμα είναι τεντωμένο και η άλλη άκρη του είναι δεμένη σε ακλόνητο σημείο Α του τραπεζιού. Ένα άλλο σώμα μάζας $m_1 = 2kg$ εκτοξεύεται με ταχύτητα μέτρου $v_0 = 16m/s$ όπως φαίνεται στο σχήμα. Τα δύο σώματα συγκρούονται και μετά την κρούση το σώμα μάζας m_1 κινείται με ταχύτητα $v_1 = 4 m/s$ αντίθετα της αρχικής του κατεύθυνσης οπότε επιστρέφει πίσω και φθάνοντας στην άκρη του τραπεζιού εκτελεί οριζόντια βολή. Η απόσταση από το σημείο που έγινε η κρούση μέχρι την άκρη του τραπεζιού είναι $l = 2m$.

Να υπολογίσετε:

- Την ταχύτητα της μάζας m_2 μετά την κρούση καθώς και τη μεταβολή της ορμής της μάζας m_1 κατά την κρούση.
 - την συχνότητα με την οποία περιστρέφεται η μάζα m_2 και την τάση του νήματος που ασκείται σε αυτή.
 - την μέγιστη οριζόντια μετατόπιση s της μάζας m_1 .
 - πόσες περιστροφές έχει κάνει η μάζα m_2 την στιγμή που η μάζα m_1 φτάνει στο έδαφος.
- Δίνεται $g = 10m/s^2$.

α. $10m/s$ αριστερά, $40kgm/s$ δεξιά, β. $5Hz$, $400\pi N$, γ. $2m$ δ. 5 περιστροφές

57. Στο σχήμα δείχνεται σφαίρα Σ η οποία ισορροπεί πάνω σε κατακόρυφο στύλο με το κέντρο της να απέχει από το έδαφος ύψος $h=1,25m$. Ξαφνικά τη χρονική στιγμή $t=0$ εξαιτίας κάποιου εκρηκτικού μηχανισμού η σφαίρα μάζας m θρυμματίζεται σε 2 κομμάτια με μάζες $3m/4$ και $m/4$ αντίστοιχα τα οποία εκτοξεύονται με οριζόντιες ταχύτητες μέτρων v_1 και v_2 αντίστοιχα όπως φαίνεται στο σχήμα.



Τα 2 κομμάτια κινούνται χωρίς αντίσταση αέρα και χτυπούν στα σημεία Α και Β με $AB=4m$. Αν η επιτάχυνση της βαρύτητας θεωρηθεί $g=10m/s^2$, τότε να υπολογίσετε:

- Το λόγο των μέτρων των ταχυτήτων v_1/v_2 .
- Τους χρόνους κίνησης των 2 κομματιών μέχρι να χτυπήσουν στο έδαφος.
- Τις μέγιστες αποστάσεις ΟΑ και ΟΒ που θα διανύσουν οριζόντια τα 2 κομμάτια.
- Την ενέργεια που απελευθερώθηκε κατά την έκρηξη της σφαίρας αν γνωρίζετε ότι η μάζα της είναι $m=1 Kg$ και ότι όλη η ενέργεια της έκρηξης μετατράπηκε σε κινητική ενέργεια των θραυσμάτων.

α. $1/3$, β. $0,5sec$, $0,5 sec$ γ. $1m$, $3m$ δ. $6J$

58. Ένα ελατήριο διατηρείται συσπειρωμένο με τη βοήθεια νήματος, που ενώνει τα δύο άκρα του, σε οριζόντιο επίπεδο. Στα άκρα του ελατηρίου τοποθετούμε δύο σώματα με μάζες m και $2m$. Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα, οπότε το ελατήριο επανέρχεται στο φυσικό του μήκος και τα δύο σώματα εκτινάσσονται. Η μάζα $2m$ μετά από λίγο συνεχίζει την κίνηση της σε κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως $\varphi = 30^\circ$ και σταματά στιγμιαία αφού διανύσει διάστημα $s = 1,6m$ πάνω σε αυτό. Να υπολογίσετε την ταχύτητα εκτόξευσης του σώματος m . Τριβές δεν υπάρχουν. Δίνεται $g = 10m/s^2$.

$v_1=8m/s$

59. Σώμα μάζας m ανέρχεται σε λείο κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως $\varphi = 30^\circ$. Όταν το σώμα βρίσκεται στο μέσο του μήκους του κεκλιμένου επιπέδου και έχει ταχύτητα $v = 10m/s$, εκρήγνυται σε δύο κομμάτια ίσων μαζών. Τα κομμάτια κινούνται αντίρροπα πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο και φτάνουν

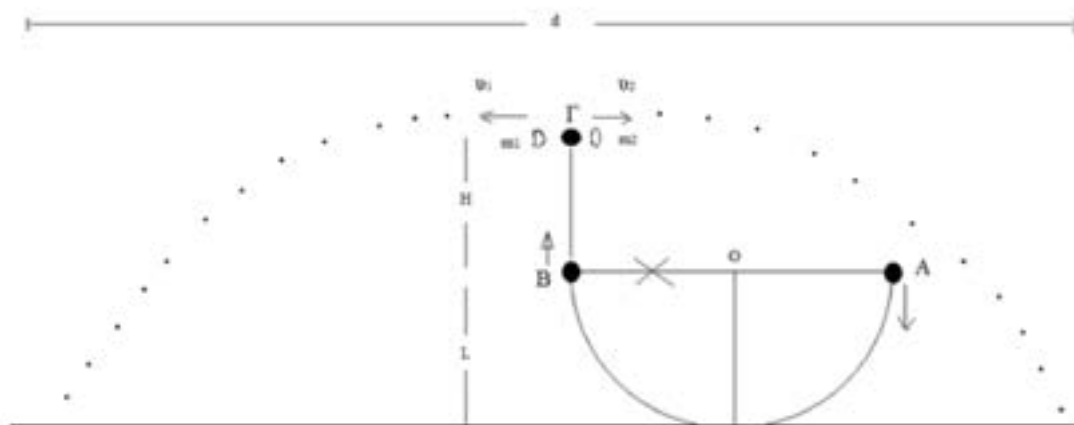
στα άκρα του μήκους του κεκλιμένου επιπέδου ταυτόχρονα. Να υπολογίσετε το χρόνο κίνησης του κάθε κομματιού πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο. Δίνεται: $g = 10\text{m/s}^2$.

$$t = 4\text{s}$$

60. Σώμα μάζας m περιστρέφεται με ταχύτητα μέτρου v σε οριζόντια κυκλική τροχιά ακτίνας R , με τη βοήθεια σχοινιού. Ξαφνικά το σώμα διασπάται σε δύο ίσα κομμάτια, από τα οποία το ένα εκτινάσσεται σε αντίθετη κατεύθυνση της αρχικής κίνησης με ταχύτητα μέτρου $2v$. Το άλλο κομμάτι παραμένει δεμένο στο σχοινί και συνεχίζει την κυκλική του κίνηση. Να βρείτε το λόγο του μέτρου της νέας τάσης του σχοινιού T_2 , προς το μέτρο της αρχικής τάσης T_1 .

$$T_2/T_1 = 8$$

61. Σώμα μάζας m εκτελεί κυκλική κίνηση σε κατακόρυφο επίπεδο δεμένο σε νήμα μήκους $L=15\text{m}$ όπως φαίνεται στο σχήμα. Όταν το σώμα βρίσκεται στη θέση (Α) έχει ταχύτητα $v_A=10\text{m/s}$. Τη στιγμή που το σώμα περνά από τη θέση (Β) το νήμα κόβεται και το σώμα συνεχίζει να κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω με επιτάχυνση μέτρου $a=g$. Στη θέση (Γ) σταματάει στιγμιαία όπου διασπάται σε δύο κομμάτια m_1 και m_2 με $m_1=2m_2$. Όταν τα σώματα φτάσουν στο έδαφος απέχουν απόσταση $d=240\text{m}$.



α. Να βρείτε την ταχύτητα στη θέση (Β).

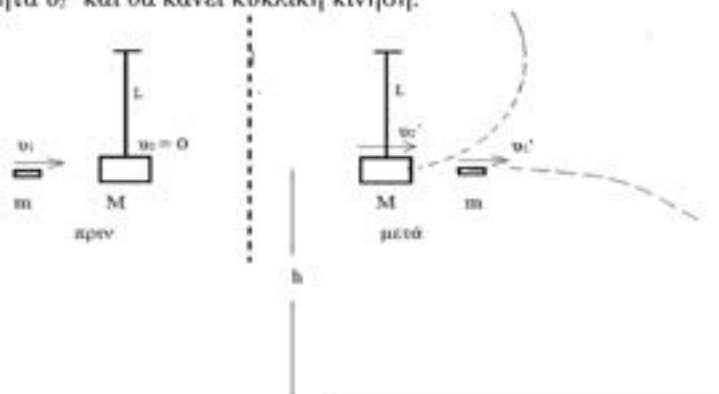
β. Να δείξετε ότι τα σώματα φτάνουν στο έδαφος ταυτόχρονα

γ. Να βρείτε τις ταχύτητες v_1 και v_2

Να θεωρήσετε την αντίσταση του αέρα αμελητέα και $g=10\text{m/s}^2$

$$\alpha. 10\text{m/s} \gamma. 40\text{m/s}, 80\text{m/s}$$

62. Βλήμα μάζας $m=1\text{kg}$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα $v_1=300\text{m/s}$ και συγκρούεται κεντρικά και ανελαστικά με ακίνητο σώμα μάζας $M=10\text{kg}$ το οποίο ισορροπεί δεμένο από μη εκτατό νήμα μήκους $L=10\text{m}$ το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε οροφή όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Αμέσως μετά την κρούση το σώμα m αποκτά οριζόντια ταχύτητα v_1' και εκτελεί οριζόντια βολή και το σώμα M αποκτά ταχύτητα v_2' και θα κάνει κυκλική κίνηση.



(Να θεωρήσετε ότι οι μάζες των σωμάτων είναι σημειακές και επίσης ότι κατά την κρούση το νήμα παραμένει τεντωμένο)

α. Αν το σώμα m απέχει από το έδαφος $h = 500\text{m}$ και τη στιγμή που φτάνει στο έδαφος

ισχύει $x = 2y$ όπου x η οριζόντια και y η κατακόρυφη μετατόπιση του σώματος να υπολογίσετε :

i) την ταχύτητα με την οποία το m φτάνει στο έδαφος (μέτρο και κατεύθυνση)

ii) το χρόνο κίνησης του σώματος αυτού

iii) την οριζόντια μετατόπιση του σώματος

iv) Να βρείτε το έργο του βάρους του σώματος m κατά την οριζόντια βολή

α. i) $100\sqrt{2}\text{ m/s}$, $\theta = \pi/4\text{ rad}$, ii) 10s iii) 1000m iv) 5000J

β. i) Να υπολογίσετε τις ταχύτητες u_1' και u_2' μετά την κρούση.

ii) Να βρείτε τη μεταβολή της ορμής του m , Δp_m , τη μεταβολή της ορμής του M , Δp_M και τη μεταβολή της ορμής του συστήματος των m και M , Δp_{sys} κατά την κρούση. Τι παρατηρείτε για τα Δp_m και Δp_M ; Δώστε φυσική εξήγηση

iii) Να υπολογίσετε την ενεργειακές απώλειες ($E_{\text{απώλ.}}$) καθώς και το ποσοστό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συστήματος κατά την κρούση

iv) Αν κατά την κρούση το ένα σώμα άσκησε στο άλλο μέση δύναμη μέτρου $F = 5000\text{N}$, βρείτε για πόσο χρόνο ήταν τα m και M σε επαφή

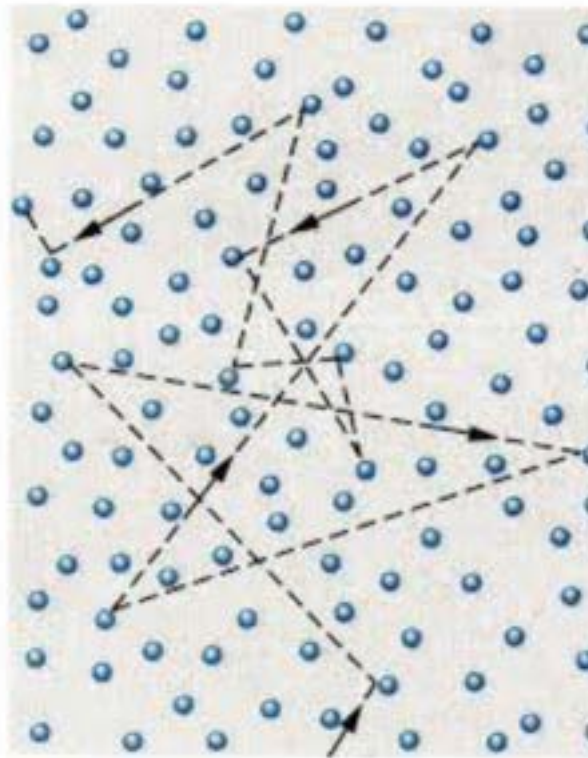
β. i) 100 m/s , 20m/s ii) -200 kg m/s , 200 kg m/s iii) 38000J , $84,4\%$ iv) $0,04\text{s}$

γ. i) Για το σώμα M να αποδείξετε ότι μετά την κρούση δεν θα κάνει ανακτύκωση

ii) Να δείξετε ότι $T_1/T_2 = 1/5$, όπου T_1 και T_2 οι τάσεις των νημάτων λίγο πριν και λίγο μετά την κρούση αντίστοιχα

Δίνεται $g = 10\text{ m/s}^2$

Κεφάλαιο 3^ο



Κινητική θεωρία των αερίων

ΘΕΩΡΙΑ

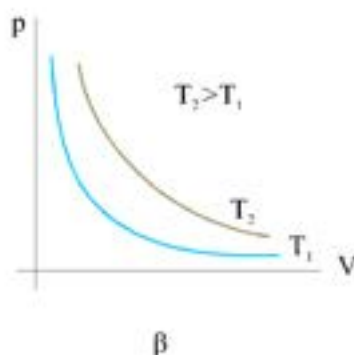
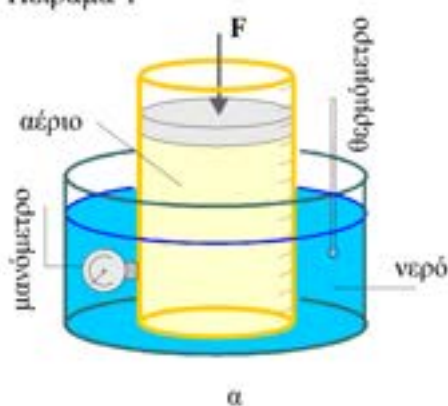
3.1 Μακροσκοπική μελέτη

Για τη μελέτη της συμπεριφοράς μιας ποσότητας αερίου μπορούν να χρησιμοποιηθούν φυσικά μεγέθη που χαρακτηρίζουν όλοκληρο το αέριο και μπορούν να εκτιμηθούν εύκολα με πειραματικά όργανα. Τέτοια μεγέθη είναι η πίεση η θερμοκρασία και ο όγκος και λέγονται μακροσκοπικά μεγέθη και μια τέτοια μελέτη λέγεται μακροσκοπική.

3.2 Νόμοι αερίων

α. Νόμος του Boyle (ισόθερμη μεταβολή):

✓ Πείραμα 1



Το αέριο βρίσκεται μέσα σε ογκομετρικό δοχείο (σχήμα α). Το δοχείο με το αέριο περιβάλλεται από λουτρό με νερό του οποίου η θερμοκρασία διατηρείται σταθερή. Στο δοχείο υπάρχει προσαρμοσμένο μανόμετρο για τη μέτρηση της πίεσης του αερίου. Ασκώντας δύναμη F στο έμβολο μειώνουμε τον όγκο του δοχείου. Το μανόμετρο καταγράφει αύξηση της πίεσης. Αντίστοιχα αύξηση του όγκου οδηγεί σε μείωση της πίεσης. Επομένως :

“Η πίεση ορισμένης ποσότητας αερίου του οποίου η θερμοκρασία παραμένει σταθερή είναι αντίστροφα ανάλογη με τον όγκο του”

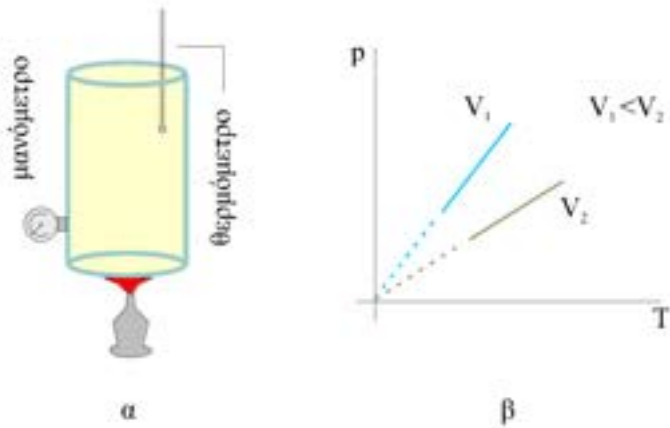
Η παρακάτω φράση αποτελεί το νόμο της ισόθερμης μεταβολής του Boyle

$$p \cdot V = \text{σταθ.} \quad \text{για} \quad T = \text{σταθ.} \quad (1)$$

Στο διάγραμμα β παριστάνεται γραφικά η πίεση του αερίου σε συνάρτηση με τον όγκο του, για θερμοκρασίες T_1 και T_2 για τις οποίες ισχύει $T_2 > T_1$.

β. Νόμος του Charles (ισόχωρη μεταβολή):

✓ Πείραμα 2



Το αέριο βρίσκεται μέσα σε δοχείο σταθερού όγκου. Θερμαίνοντας παρατηρούμε ότι αυξάνεται η πίεση του δοχείου

. Επομένως :

“Η πίεση ορισμένης ποσότητας αερίου του οποίου ο όγκος διατηρείται σταθερός είναι ανάλογη με την απόλυτη θερμοκρασία του αερίου.”

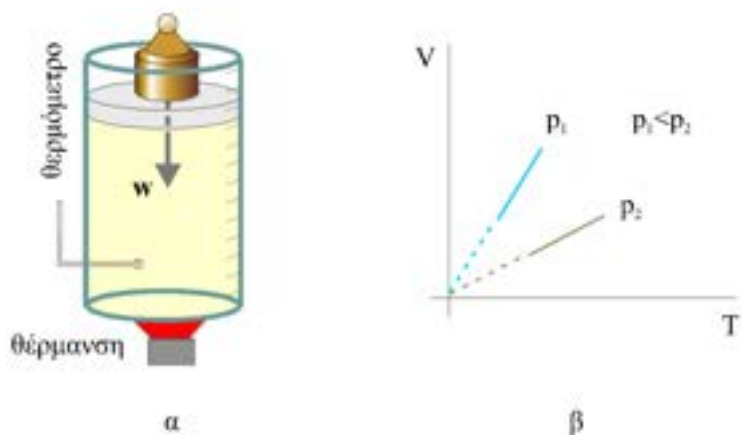
Η παραπάνω φράση αποτελεί το νόμο της ισόχωρης μεταβολής του Charles

$$\frac{P}{T} = \text{σταθ. για } V = \text{σταθ.} \quad (2)$$

Στο διάγραμμα παριστά-νεται γραφικά η μεταβολή της πίεσης σε συνάρτηση με τη θερμοκρασία, για δύο διαφορετικές τιμές του όγκου V₁ και V₂ με V₁ < V₂.

γ. Νόμος του Gay-Lussac (ισοβαρής μεταβολή):

✓ Πείραμα 3



Καθώς το αέριο θερμαίνεται ο όγκος του αυξάνεται. Η πίεση του αερίου διατηρείται σταθερή με ένα βάρος τοποθετημένο πάνω στο έμβολο. Επομένως :

“Ο όγκος ορισμένης ποσότητας αερίου, όταν η πίεσή του διατηρείται σταθερή, είναι ανάλογος με την απόλυτη θερμοκρασία του.”

Η παραπάνω φράση αποτελεί το νόμο της ισόβαρους μεταβολής του Gay – Lussac

$$\frac{V}{T} = \text{σταθ.} \quad \text{για } p = \text{σταθ.} \quad (3)$$

Στο διάγραμμα β παριστάνεται γραφικά η μεταβολή του όγκου σε συνάρτηση με τη θερμοκρασία, για δυο τιμές της πίεσης p_1 και p_2 με $p_1 < p_2$.

3.3. Καταστατική εξίσωση ιδανικού αερίου

Από το συνδυασμό των νόμων των αερίων προκύπτει η εξίσωση:

$$pV = nRT \quad (4)$$

Η παραπάνω σχέση ονομάζεται **καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων**.

Η R ονομάζεται **σταθερά των ιδανικών αερίων** και η τιμή της εξαρτάται από τις μονάδες των p , V , T . Ιδανικό αέριο είναι το αέριο για το οποίο ισχύει η καταστατική εξίσωση ακριβώς, σε όλες τις πιέσεις και θερμοκρασίες.

3.5 Συνδυαστικός νόμος

Σε κάθε τυχαία μεταβολή ισχύει :

$$\frac{pV}{T} = \text{σταθ.} \quad (5)$$

Απόδειξη

Έστω ποσότητα n mol ιδανικού αερίου που βρίσκεται σε μία κατάσταση A . Θα ισχύει η καταστατική εξίσωση:

$$p_A V_A = nRT_A \Rightarrow nR = \frac{p_A V_A}{T_A}$$

Αν το αέριο μεταβαίνει σε μία κατάσταση B με τυχαίο τρόπο θα έχουμε:

$$p_B V_B = nRT_B \Rightarrow nR = \frac{p_B V_B}{T_B}$$

Από τις παραπάνω σχέσεις έχουμε: $\frac{p_A V_A}{T_A} = \frac{p_B V_B}{T_B} \Rightarrow \frac{pV}{T} = \text{σταθ}$

3.6 Σχέση μεταξύ πίεσης και πυκνότητας με τη θερμοκρασίας $p = \frac{\rho}{M} R T$

Απόδειξη

Από την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων έχουμε:

$$pV = nRT$$

Ο αριθμός n των mol του αερίου βρίσκεται από το πηλίκο της ολικής μάζας $m_{ολ}$ του αερίου προς τη γραμμομοριακή του μάζα M .

$$n = \frac{m_{ολ}}{M} \quad (6)$$

Επομένως θα έχουμε:

$$p V = \frac{m_{ολ}}{M} R T \Rightarrow p = \frac{m_{ολ}}{V M} R T \quad (7)$$

Όμως το πηλίκο της συνολικής μάζας του αερίου προς τον όγκο του δίνει την πυκνότητά του ρ :

$$\rho = \frac{m_{ολ}}{V} \quad (8)$$

Άρα από (7) και (8) προκύπτει :

$$p = \frac{\rho}{M} R T \quad (9)$$

3.7 Κινητική θεωρία

Η Κινητική θεωρία των αερίων στηρίζεται στη Μηχανική και στη Στατιστική. Βασίστηκε στην υποθεση ότι τα αέρια αποτελούνται από πολύ μεγάλο αριθμό (μικροσκοπικών και χωρίς εσωτερική δομή) σφαιρών οι οποίες κινούνται άτακτα σε όλο το εύρος του δοχείου. Δυνάμεις ασκούνται μόνο κατά τις ελαστικές κρούσεις των σφαιρών μεταξύ τους αλλά και των σφαιρών με τα τοιχώματα του δοχείου. Η κίνηση των σφαιρών ανάμεσα στις κρούσεις είναι ευθυγραμμική ομαλή. Η θεωρία αυτή μπόρεσε να συνδέσει μακροσκοπικά μεγέθη όπως η πίεση και η θερμοκρασία ενός αερίου με μικροσκοπικά μεγέθη όπως η μέση τιμή των τετραγώνων των ταχυτήτων των μορίων και τη μέση κινητική ενέργεια των μορίων.

3.8 Σχέση πίεσης και θερμοκρασίας με τη μέση τιμή των τετραγώνων των ταχυτήτων των μορίων

$$p = \frac{1}{3} \frac{N m \overline{v^2}}{V} \quad (10)$$

3.9. Σχέση πίεσης και πυκνότητας με τη μέση τιμή των τετραγώνων των ταχυτήτων των μορίων

$$p = \frac{1}{3} \rho \overline{v^2}$$

Απόδειξη

Ισχύει:

$$p = \frac{1}{3} \frac{N m \overline{v^2}}{V}$$

Όμως το γινόμενο Nm είναι η ολική μάζα $m_{ολ}$ του αερίου άρα:

$$p = \frac{1}{3} \frac{m_{ολ} \overline{v^2}}{V}$$

Επίσης επειδή $\rho = \frac{m_{ολ}}{V}$ έχουμε:

$$p = \frac{1}{3} \rho \overline{v^2} \quad (11)$$

3.10 Σχέση μεταξύ μέσης μεταφορικής κινητικής ενέργειας ενός μορίου και θερμοκρασίας του αερίου

$$\frac{1}{2} m \overline{v^2} = \frac{3}{2} kT \quad \text{ή} \quad \bar{K} = \frac{3}{2} kT$$

Απόδειξη

Ισχύει:

$$p = \frac{1}{3} \frac{N m \overline{v^2}}{V}$$

Πολλαπλασιάζοντας και διαιρώντας το δεύτερο μέλος της παραπάνω σχέσης με τον αριθμό 2 προκύπτει

$$p = \frac{2}{3} \frac{N}{V} \left(\frac{1}{2} m \overline{v^2} \right) \Rightarrow pV = \frac{2}{3} N \left(\frac{1}{2} m \overline{v^2} \right) \quad (12)$$

Όμως από την καταστατική εξίσωση γνωρίζουμε ότι

$$pV = nRT \Rightarrow pV = \frac{N}{N_A} RT \quad (13)$$

όπου N_A ο αριθμός των μορίων ανά mol (σταθερά Avogadro).

Το πηλίκο $\frac{R}{N_A}$ ονομάζεται **σταθερά του Boltzmann** και συμβολίζεται με το k .

$$k = \frac{R}{N_A} = 1,381 \times 10^{-23} \text{ J / (μόριο} \cdot \text{K)}$$

Οπότε η καταστατική δίνει :

$$pV = NkT \quad (14)$$

Από τις σχέσεις (14) και (12) εξισώνοντας τα δεύτερα μέλη έχουμε:

$$\frac{2}{3} N \left(\frac{1}{2} m \overline{v^2} \right) = NkT \Rightarrow \frac{1}{2} m \overline{v^2} = \frac{3}{2} kT \Rightarrow \bar{K} = \frac{3}{2} kT \quad (15)$$

3.11. Ενεργός ταχύτητα

$$v_{ev} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \quad \text{ή} \quad v_{ev} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

- Απόδειξη

Ισχύει:

$$\frac{1}{2} m \overline{v^2} = \frac{3}{2} kT \Rightarrow \overline{v^2} = \frac{3kT}{m} \quad (16)$$

Όμως:

$$k = \frac{R}{N_A} \quad (17)$$

Απο (16) και (17):

$$(16) \stackrel{(17)}{\Rightarrow} \overline{v^2} = \frac{3RT}{mN_A} \quad (18)$$

Όμως το γινόμενο mN_A μας δίνει τη γραμμομοριακή μάζα M του αερίου, οπότε:

$$(18) \Rightarrow \overline{v^2} = \frac{3RT}{M} \Rightarrow \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \Rightarrow v_{ev} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \quad (19)$$

ή

$$v_{ev} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \quad (20)$$

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

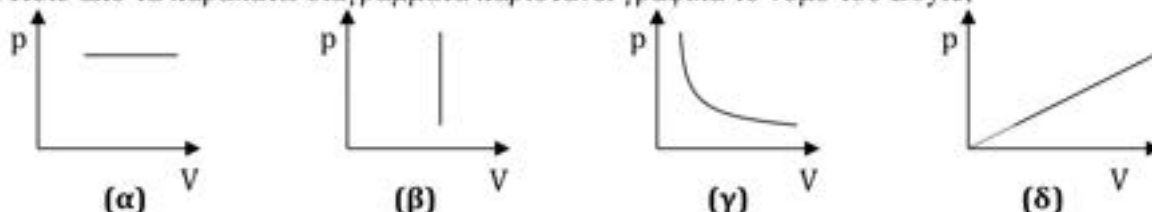
1. Η μονάδα πίεσης στο S.I. είναι:

- α) $1 \text{ N} \cdot \text{m}^2$
- β) 1 N/m^3
- γ) 1 atm
- δ) $1 \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$

2. Ο νόμος του Boyle εκφράζεται από την σχέση:

- α) $\frac{P}{T} = \text{σταθ.}$
- β) $p \cdot V = \text{σταθ.}$
- γ) $\frac{P}{V} = \text{σταθ.}$
- δ) $pV = nRT$

3. Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα παριστάνει γραφικά το νόμο του Boyle;



4. Αν η πίεση αερίου τριπλασιαστεί ισόθερμα τότε ο όγκος του:

- α) τριπλασιάζεται
- β) υποδιπλασιάζεται
- γ) υποτριπλασιάζεται
- δ) τετραπλασιάζεται

5. Αν ο όγκος αερίου μειωθεί στο μισό ισόθερμα τότε η πίεση του:

- α) τριπλασιάζεται
- β) υποδιπλασιάζεται
- γ) υποτριπλασιάζεται
- δ) διπλασιάζεται

6. Ένα αέριο έχει όγκο 1ℓ και πίεση 2 N/m^2 . Αν η πίεση του διπλασιαστεί ισόθερμα τότε ο όγκος του:

- α) διπλασιάζεται
- β) υποδιπλασιάζεται
- γ) μένει σταθερός
- δ) τετραπλασιάζεται

7. Μια μεταβολή δεδομένης μάζας είναι ισόθερμη.

- α) Όταν η θερμοκρασία αρχικής και τελικής κατάστασης είναι ίδιες.
- β) Όταν πίεση και όγκος του αερίου μεταβάλλονται ανάλογα.
- γ) Όταν η θερμοκρασία παραμένει σταθερή σε όλη τη διάρκεια της μεταβολής.
- δ) Όταν η μεταβολή γίνεται πολύ αργά.

8. Ο όγκος ενός αερίου είναι αντιστρόφως ανάλογος με την πίεση του όταν:

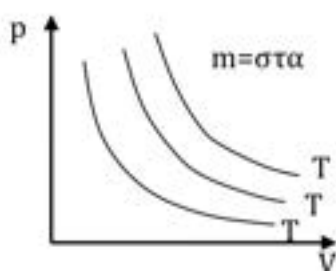
- α) Η μάζα του αερίου είναι σταθερή.
- β) Η θερμοκρασία του αερίου παραμένει σταθερή.
- γ) Η μάζα και η θερμοκρασία του αερίου παραμένουν σταθερές.
- δ) Σε καμία από τις παραπάνω περιπτώσεις.

9. Ορισμένη ποσότητα αερίου με όγκο 0,5 L και πίεση 1,2 atm εκτονώνεται υπό σταθερή θερμοκρασία έτσι ώστε ο όγκος του να γίνει 0,75L. Η πίεση του αερίου γίνεται:

- α) 1,2 atm
- β) 0,6 atm
- γ) 0,8 atm
- δ) 1,25 atm

10. Στο διάγραμμα που δίνεται ισχύει:

- α) $T_1 > T_2 > T_3$
- β) $T_1 < T_2 < T_3$
- γ) $T_1 = T_2 < T_3$
- δ) $T_1 < T_3 < T_2$



11. Να γίνουν οι ακόλουθες γραφικές παραστάσεις και να δικαιολογηθεί η μορφή τους:

- α) Σε κοινό διάγραμμα P-V, δύο ισόθερμες μεταβολές για ίδιο αριθμό mol σε θερμοκρασίες T_1, T_2 όπου $T_1 > T_2$.
- β) Σε διάγραμμα P-V, δύο ισόθερμες μεταβολές στην ίδια θερμοκρασία για n_1, n_2 mol, $n_1 > n_2$.

12. Σε ένα δοχείο που κλείνεται με έμβολο βρίσκεται αέριο. Αν θέλουμε να αυξήσουμε την πίεση του αερίου κατά 25% διατηρώντας τη θερμοκρασία του σταθερή, θα πρέπει να μειώσουμε τον όγκο κατά:

- α) 25%
- β) 50%
- γ) 100%
- δ) 20%

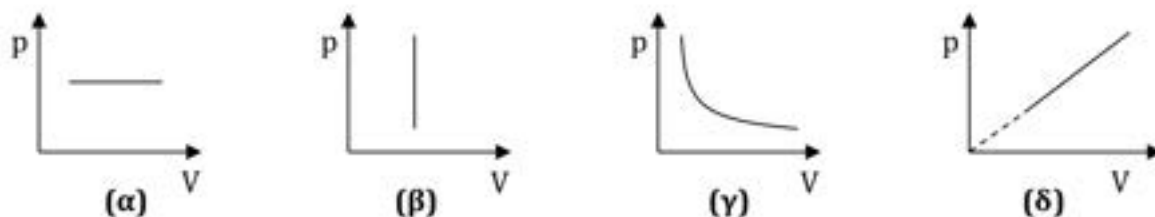
13. Αν η πίεση αερίου τριπλασιαστεί ισόχωρα τότε η θερμοκρασία του:

- α) τριπλασιάζεται
- β) υποδιπλασιάζεται
- γ) υποτριπλασιάζεται
- δ) τετραπλασιάζεται

14. Η θερμοκρασία ορισμένης ποσότητας αερίου υποδιπλασιάζεται υπό σταθερό όγκο. Η πίεση του αερίου τότε:

- α) τριπλασιάζεται
- β) υποδιπλασιάζεται
- γ) υποτριπλασιάζεται
- δ) διπλασιάζεται

15. Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα παριστάνει γραφικά το νόμο του Charles;



16. Η πίεση ορισμένης ποσότητας αερίου, θερμοκρασίας $22\text{ }^{\circ}\text{C}$, διπλασιάζεται υπό σταθερό όγκο. Η θερμοκρασία του αερίου γίνεται:

- α. $11\text{ }^{\circ}\text{C}$ β. $44\text{ }^{\circ}\text{C}$ γ. $317\text{ }^{\circ}\text{C}$ δ. $590\text{ }^{\circ}\text{C}$

17. Η γραφική παράσταση του νόμου του Charles σε άξονες $p - T$ είναι:

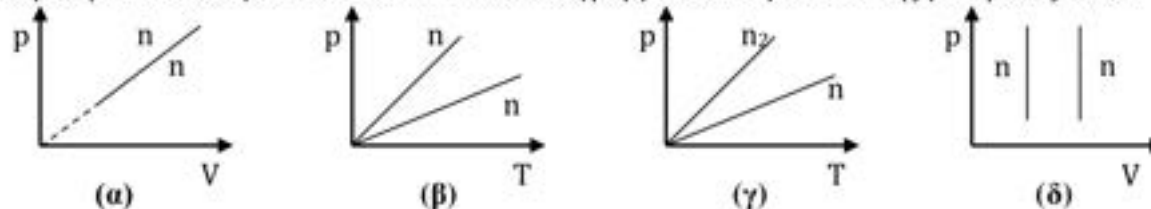
- α) Ευθεία γραμμή που διέρχεται από την αρχή των αξόνων.
 β) Καμπύλη γραμμή.
 γ) Ευθεία γραμμή που προεκτεινόμενη περνάει από την αρχή των αξόνων.
 δ) Ευθεία γραμμή που μπορεί προεκτεινόμενη να μην περνάει από την αρχή των αξόνων.

18. Η ισόχωρη μεταβολή περιγράφεται με μία από της παρακάτω σχέσεις:

- α) $V = V_0 \cdot (1 + \frac{\theta}{273})$ β) $P \cdot V = \text{σταθ.}$ γ) $P = P_0 \cdot (1 + \frac{\theta}{273})$ δ) $\frac{V}{T} = \text{σταθ.}$

(θ η θερμοκρασία σε βαθμούς Κελσίου και V_0 και P_0 ο όγκος και η πίεση της μηδέν βαθμούς Κελσίου).

19. Δύο ποσότητες αερίων με αριθμό γραμμομορίων n_1 και n_2 εκτελούν ισόχωρη αντιστρεπτή μεταβολή στον ίδιο όγκο. Αν είναι $n_1 > n_2$ το διάγραμμα που παριστάνει της μεταβολές είναι:

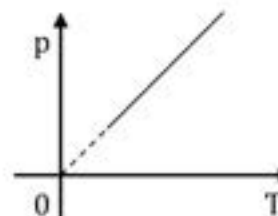


20. Η πίεση ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου υποδιπλασιάζεται ισόθερμα και στη συνέχεια υποδιπλασιάζεται η θερμοκρασία της ισοβαρώς. Ο τελικός όγκος του αερίου είναι

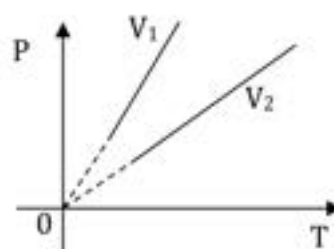
- α) Ίσος με τον αρχικό.
 β) Διπλάσιος του αρχικού.
 γ) Μισός του αρχικού.
 δ) Υποτετραπλάσιος του αρχικού.

21. Στο διάγραμμα του σχήματος παριστάνεται γραφικά η μεταβολή της πίεσης p της αερίου σε συνάρτηση με την απόλυτη θερμοκρασία του T . Σύμφωνα με το διάγραμμα, ο όγκος του αερίου:

- α) μηδενίζεται
 β) αυξάνεται
 γ) μειώνεται
 δ) παραμένει σταθερός

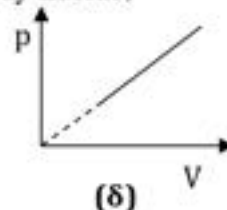
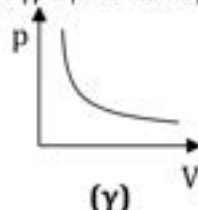
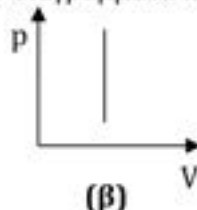
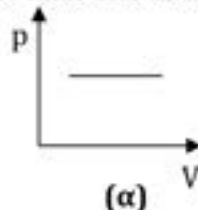


22. Στο διάγραμμα $p - T$ (πίεσης – απόλυτης θερμοκρασίας) του σχήματος παριστάνεται γραφικά η μεταβολή της πίεσης ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου σε συνάρτηση με την απόλυτη θερμοκρασία, για δύο διαφορετικές τιμές του όγκου V_1 και V_2 . Η σχέση των όγκων είναι:



- α) $V_1 > V_2$
- β) $V_1 = V_2$
- γ) $V_1 < V_2$
- δ) $V_1 = 2V_2$

23. Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα παριστάνει γραφικά το νόμο του Gay Lussac;



24. Ο νόμος του Gay Lussac εκφράζεται από τη σχέση:

- α) $\frac{V}{T} = \text{σταθ.}$
- β) $V \cdot T = \text{σταθ.}$
- γ) $\frac{p}{T} = \text{σταθ.}$
- δ) $p \cdot T = \text{σταθ.}$

25. Ένα αέριο συμπιέζεται ισοβαρώς όταν:

- α) Η συμπίεση γίνεται πολύ αργά.
- β) Η πίεση διατηρείται σταθερή και ο όγκος μειώνεται ανάλογα με την απόλυτη θερμοκρασία.
- γ) Η θερμοκρασία παραμένει σταθερή.
- δ) Περιγράφεται από το νόμο Boyle .

26. Ο όγκος ορισμένης ποσότητας αερίου διπλασιάζεται με σταθερή πίεση. Η θερμοκρασία του αερίου:

- α) παραμένει σταθερή.
- β) τετραπλασιάζεται.
- γ) διπλασιάζεται.
- δ) υποδιπλασιάζεται.

27. Ιδανικό αέριο ορισμένης ποσότητας, όγκου 1 L και θερμοκρασίας 300K συμπιέζεται ισοβαρώς μέχρι ο όγκος του να γίνει 0,6 L. Η θερμοκρασία του γίνεται:

- α. 180K
- β. 150K
- γ. 600K
- δ. 420K

28. Μια ποσότητα ιδανικού αερίου θερμαίνεται σε διπλάσια θερμοκρασία ενώ διπλασιάζεται και ο όγκος. Τότε η πίεση:

- α) διπλασιάζεται
- β) μειώνεται στο μισό
- γ) μένει σταθερή
- δ) τετραπλασιάζεται

29. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου μεταβαίνει από την κατάσταση A (p, V, T) στην κατάσταση B(p, V', T') με σταθερή πίεση έτσι ώστε να ισχύει $V' = 2V$. Τότε ισχύει:

- α) $T' = 2T$

β) $T' = T$

γ) $T' = \frac{T}{2}$

δ) $T' = \frac{T}{4}$

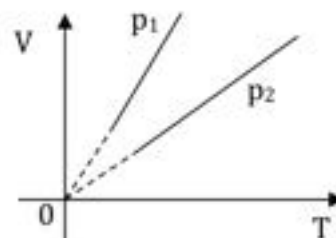
30. Στο διάγραμμα $V - T$ (όγκου – απόλυτης θερμοκρασίας) του σχήματος παριστάνεται γραφικά η μεταβολή του όγκου ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου σε συνάρτηση με την απόλυτη θερμοκρασία, για δύο διαφορετικές τιμές της πίεσης p_1 και p_2 . Η σχέση των πιέσεων είναι:

α) $p_1 > p_2$

β) $p_1 = p_2$

γ) $p_1 < p_2$

δ) $p_1 = 2p_2$



31. Ξεκινώντας από την μορφή της καταστατικής εξίσωσης $pV = nRT$ να καταλήξετε στις τρεις επόμενες μορφές:

α) $pV = \frac{N}{N_A} RT$

β) $pV = \frac{m_{mol}}{M} RT$

γ) $p = \frac{\rho}{M} RT$

32. Η πίεση μιας ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου είναι:

α) ανάλογη του όγκου.

β) ανάλογη της μέσης ταχύτητας των μορίων.

γ) αντιστρόφως ανάλογη της θερμοκρασίας.

δ) ανάλογη της πυκνότητας.

33. Αν ένα αέριο εκτονωθεί ισόθερμα τότε η πυκνότητά του:

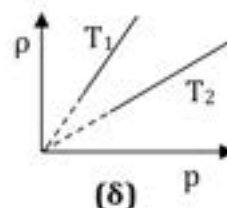
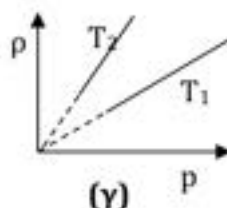
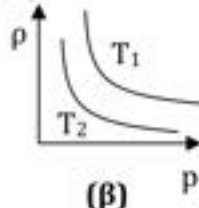
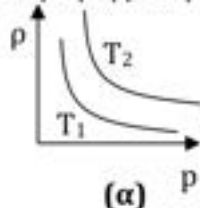
α) αυξάνεται

β) μένει σταθερή

γ) μειώνεται

δ) εξαρτάται από την πίεση

34. Ιδανικό αέριο υφίσταται ισόθερμη αντιστρεπτή μεταβολή σε θερμοκρασίες T_1 και T_2 . Αν είναι $T_2 > T_1$, τότε ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα δείχνει τη μεταβολή της πυκνότητας του αερίου σε συνάρτηση με την πίεση του;



35. Σε κλειστό δοχείο βρίσκεται αέριο σε θερμοκρασία $\theta_1 = 30^\circ \text{C}$. Θερμαίνουμε το αέριο έτσι ώστε η θερμοκρασία του να γίνει $\theta_2 = 60^\circ \text{C}$. Τότε:

- α) Η πίεση του αερίου θα παραμείνει η ίδια
 β) Η πίεση του αερίου θα διπλασιαστεί
 γ) Η πίεση του αερίου θα αυξηθεί
 δ) Δεν μπορούμε να γνωρίζουμε τι θα συμβεί με την πίεση

36. Η σχέση που δίνει την πυκνότητα ιδανικού αερίου είναι:

α) $\rho = \frac{nRT}{pV}$

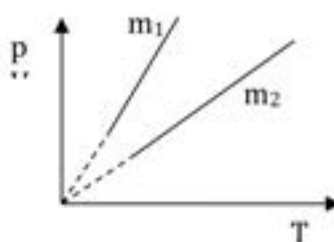
γ) $\rho = \frac{pM}{RT}$

β) $\rho = \frac{pM}{nRT}$

δ) $\rho = \frac{RT}{pM}$

37. Στο διάγραμμα που δίνεται είναι:

- α) $m_1 = m_2$
 β) $m_1 < m_2$
 γ) $m_1 > m_2$
 δ) Τίποτα από τα παραπάνω



38. Η πίεση ο όγκος και η απόλυτη θερμοκρασία δεδομένης μάζας αερίου:

- α) Μπορεί να πάρουν οποιασδήποτε τιμές ανεξάρτητες μεταξύ τους.
 β) Είναι ανεξάρτητες μεταβλητές και δεν έχουν καμία σχέση με τη μάζα του αερίου.
 γ) Συνδέονται με τη σχέση $\frac{pV}{T} = \frac{n}{R}$
 δ) Συνδέονται με τη σχέση $\frac{p \cdot V}{T} = n \cdot R$

39. Σε δύο δοχεία με σταθερούς όγκους βρίσκεται αέριο. Η πίεση του αερίου στο δεύτερο δοχείο είναι διπλάσια απ' ότι στο πρώτο, ενώ η απόλυτη θερμοκρασία στο πρώτο είναι διπλάσια απ' ότι στο δεύτερο. Αν ρ_1 η πυκνότητα του αερίου στο πρώτο δοχείο και ρ_2 η πυκνότητα στο δεύτερο, η σχέση των πυκνοτήτων είναι:

- α) $\rho_1 = \rho_2$
 β) $\rho_1 = 4\rho_2$
 γ) $4\rho_1 = \rho_2$
 δ) $2\rho_1 = \rho_2$

40. Ο όγκος δεδομένης ποσότητας ιδανικού αερίου διπλασιάζεται, υπό σταθερή πίεση, και κατόπιν μειώνεται η πίεση στο μισό της αρχικής της τιμής, υπό σταθερό όγκο. Η τελική θερμοκρασία του αερίου είναι:

- α) διπλάσια της αρχικής
 β) τετραπλάσια της αρχικής
 γ) μισή της αρχικής
 δ) ίση με την αρχική

41. Ο όγκος μιας δεδομένης ποσότητας ιδανικού αερίου, αρχικής απόλυτης θερμοκρασίας T , τετραπλασιάζεται υπό σταθερή πίεση και κατόπιν μειώνεται η πίεση στο μισό της αρχικής υπό σταθερό όγκο. Η τελική θερμοκρασία του αερίου θα είναι:

α) $4T$

β) T

γ) $T/2$

δ) $2T$

42. Η πίεση ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου υποδιπλασιάζεται ισόθερμα και στη συνέχεια υποδιπλασιάζεται η θερμοκρασία της ισοβαρώς. Ο τελικός όγκος του αερίου είναι

- α) Ίσος με τον αρχικό.
- β) Διπλάσιος του αρχικού.
- γ) Μισός του αρχικού.
- δ) Υποτετραπλάσιος του αρχικού.

43. Για μια ποσότητα ιδανικού αερίου τετραπλασιάζεται η πίεση υπό σταθερό όγκο. Για να επανέλθει στην αρχική του πίεση το αέριο θα πρέπει υπό σταθερή θερμοκρασία να:

- α) υποτετραπλασιαστεί ο όγκος του
- β) δεκαεξαπλασιαστεί ο όγκος του
- γ) τετραπλασιαστεί ο όγκος του
- δ) διπλασιαστεί ο όγκος του

44. Σε δοχείο σταθερού όγκου περιέχεται ιδανικό αέριο. Για να τετραπλασιασθεί η πίεση και ταυτόχρονα να διπλασιασθεί η απόλυτη θερμοκρασία, πρέπει με κάποιο τρόπο η μάζα του αερίου να...

- α) παραμένει ίδια
- β) υποδιπλασιασθεί
- γ) διπλασιασθεί
- δ) εξαπλασιασθεί

45. Σε δοχείο σταθερού όγκου περιέχονται n mol ιδανικού αερίου. Για να τετραπλασιαστεί η πίεση και ταυτόχρονα να υποδιπλασιαστεί η απόλυτη θερμοκρασία πρέπει τα mol του αερίου να γίνουν με κάποιον τρόπο:

- | | | | |
|---------|----------|---------|----------|
| α) $4n$ | β) $n/2$ | γ) $8n$ | δ) $16n$ |
|---------|----------|---------|----------|

46. Ποσότητα ιδανικού αερίου έχει απόλυτη θερμοκρασία T . Αν τριπλασιασθούν ταυτόχρονα η πίεση και ο όγκος, η απόλυτη θερμοκρασία γίνεται ...

- | | | | |
|---------|---------|---------|--------|
| α) $3T$ | β) $6T$ | γ) $9T$ | δ) T |
|---------|---------|---------|--------|

47. Ποσότητα ιδανικού αερίου έχει απόλυτη θερμοκρασία T . Αν ταυτόχρονα τετραπλασιαστούν πίεση και όγκος, τότε η απόλυτη θερμοκρασία γίνεται:

- | | | | |
|---------|----------|----------|---------|
| α) $4T$ | β) $16T$ | γ) $T/8$ | δ) $8T$ |
|---------|----------|----------|---------|

48. Αν σε σταθερή ποσότητα ιδανικού αερίου τετραπλασιάσουμε τον όγκο και διπλασιάσουμε ταυτόχρονα τη θερμοκρασία τότε η πίεση:

- α) Μένει σταθερή
- β) Διπλασιάζεται
- γ) Υποδιπλασιάζεται
- δ) Τετραπλασιάζεται

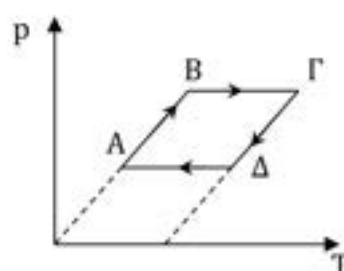
49. Ο όγκος ορισμένης ποσότητας αερίου διπλασιάζεται ενώ ταυτόχρονα η απόλυτη θερμοκρασία του υποδιπλασιάζεται. Η πίεση του αερίου:

- α. διπλασιάζεται
- β. υποδιπλασιάζεται
- γ. τετραπλασιάζεται
- δ. υποτετραπλασιάζεται

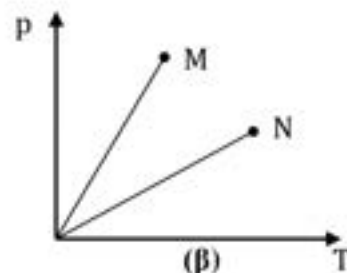
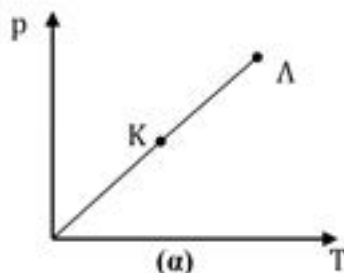
50. Στο διπλανό διάγραμμα $p-T$ απεικονίζεται μια κυκλική μεταβολή ορισμένης ποσότητας ενός ιδανικού αερίου.

Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές;

- α) Οι μεταβολές AB και ΓΔ είναι ισόθερμες.
 β) Οι μεταβολές ΒΓ και ΔΑ είναι ισοβαρείς.
 γ) Οι μεταβολές AB και ΓΔ είναι ισόχωρες.
 δ) Μόνο η μεταβολή AB είναι ισόχωρη.



51. Σε καθένα από τα επόμενα διαγράμματα απεικονίζονται δύο καταστάσεις της ίδιας ποσότητας ενός ιδανικού αερίου. Σε κάθε περίπτωση να βρείτε ποιο από τα δύο σημεία αντιστοιχεί στον μεγαλύτερο όγκο και ποιο στη μεγαλύτερη πυκνότητα.



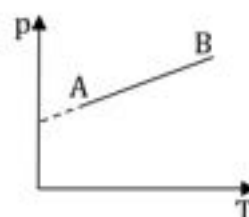
52. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται μια διεργασία AB σε διάγραμμα $p-T$.

i. Η διεργασία είναι:

- α) Ισοβαρής β) Ισόχωρη
 γ) Ισόθερμη δ) Τίποτα από τα προηγούμενα

ii. Η σχέση μεταξύ των όγκων του αερίου στις καταστάσεις A και B είναι:

- α) $V_A = V_B$ β) $V_A > V_B$ γ) $V_A < V_B$



Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

53. Να γίνουν ποιοτικά οι ακόλουθες γραφικές παραστάσεις μεταβολών ιδανικού αερίου σταθερής μάζας.

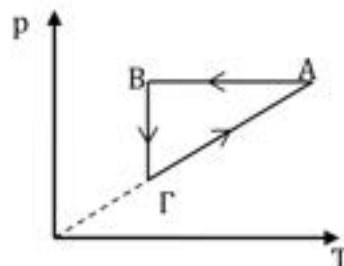
- α) Ισόθερμη εκτόνωση σε διάγραμμα $P-V$
 β) Ισόχωρη θέρμανση σε διάγραμμα $P-V$
 γ) Ισοβαρής εκτόνωση σε διάγραμμα $P-V$
 δ) Ισόθερμη συμπίεση σε διάγραμμα $P-T$
 ε) Ισόχωρη ψύξη σε διάγραμμα $P-T$

- στ) Ισοβαρής συμπίεση σε διάγραμμα $V-T$
 ζ) Ισόχωρη ψύξη σε διάγραμμα $V-T$
 η) Ισοβαρής εκτόνωση σε διάγραμμα $P-T$
 θ) Ισόχωρη θέρμανση σε διάγραμμα $P-T$
 ι) Ισόθερμη εκτόνωση σε διάγραμμα $V-T$

54.

α) Να αναγνωριστούν οι μεταβολές που αποτελούν την κυκλική μεταβολή που απεικονίζεται στο διάγραμμα $p-T$.

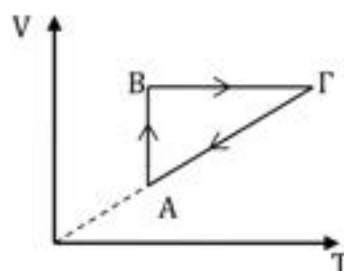
β) Να γραφούν οι νόμοι που περιγράφουν κάθε μεταβολή.



55.

α) Να αναγνωριστούν οι μεταβολές που αποτελούν την κυκλική μεταβολή που απεικονίζεται στο διάγραμμα V-T.

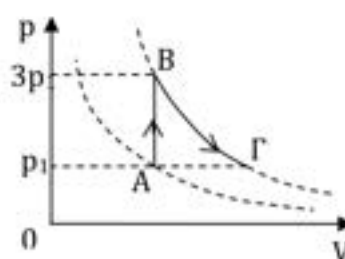
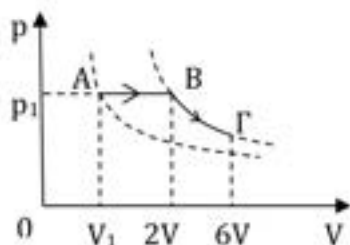
β) Να γραφούν οι νόμοι που περιγράφουν κάθε μεταβολή.



56.

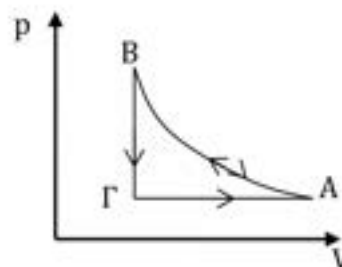
α) Να αναγνωριστούν οι μεταβολές που αποτελούν τις κυκλικές μεταβολές που απεικονίζονται στα διαγράμματα p - V.

β) Να παρασταθούν γραφικά σε διαγράμματα p - T και V - T.



57.

Δίνεται η κυκλική μεταβολή του διαγράμματος p - V. Να παρασταθεί η μεταβολή σε διάγραμμα p - T και V - T.



58. Να αντιστοιχίσετε τις μεταβολές της αριστερής στήλης με τις μεταβολές των καταστατικών μεταβλητών της δεξιάς στήλης. Σε κάθε μεταβολή της αριστερής στήλης μπορεί να αντιστοιχούν περισσότερες από μία μεταβολές της δεξιάς στήλης.

A. Ισόθερμη συμπίεση

B. Ισόχωρη ψύξη

Γ. Ισοβαρής θέρμανση

Δ. Ισόθερμη εκτόνωση

E. Ισοβαρής συμπίεση

Στ. Ισόχωρη θέρμανση

1. Αύξηση πίεσης - θερμοκρασίας

2. Μείωση θερμοκρασίας - πίεσης

3. Αύξηση όγκου - μείωση πίεσης

4. Μείωση όγκου - θερμοκρασίας

5. Αύξηση θερμοκρασίας - όγκου

6. Αύξηση πίεσης - μείωση όγκου

59. Μια ποσότητα ιδανικού αερίου βρίσκεται σε μια κατάσταση ισορροπίας A (p, V, T). Το αέριο πραγματοποιεί την ακόλουθη κυκλική μεταβολή ABΓA:

AB: ισόθερμη εκτόνωση όπου $V_B = 3V$.

BΓ: ισόχωρη θέρμανση και

ΓA: ισοβαρή συμπίεση.

Να παρασταθεί γραφικά η κυκλική μεταβολή σε διάγραμμα p - V και να συμπληρωθεί ο πίνακας του σχήματος.

	p	V	T
Κατάσταση Α			
Κατάσταση Β			
Κατάσταση Γ			

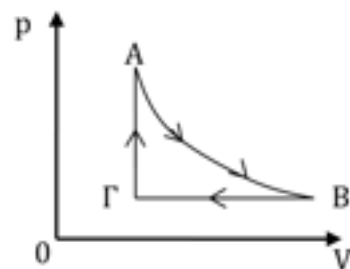
60. Στα επόμενα διαγράμματα παριστάνονται κάποιες κυκλικές μεταβολές.

α) Να αναγνωρίσετε τις επιμέρους μεταβολές.

β) Να συμπληρώσετε τον πίνακα που συνοδεύει κάθε διάγραμμα θέτοντας πρόσημα (+), (-) ή το μηδέν (0) για την αύξηση, τη μείωση ή τη μη μεταβολή, αντίστοιχα, των μεγεθών που αναφέρονται στον πίνακα.

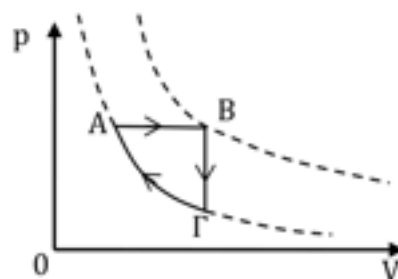
A. Δίνεται η κυκλική μεταβολή στο διάγραμμα $p - V$ του σχήματος.

ΜΕΤΑΒΟΛΗ	ΔT	ΔV	Δp
ΑΒ:			
ΒΓ:			
ΓΑ:			



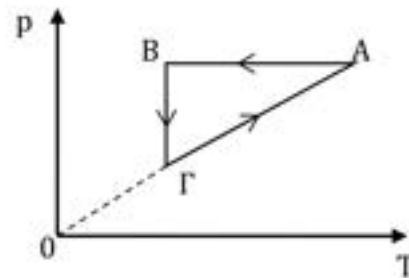
B. Δίνεται η κυκλική μεταβολή στο διάγραμμα $p - V$ του σχήματος.

ΜΕΤΑΒΟΛΗ	ΔT	ΔV	Δp
ΑΒ:			
ΒΓ:			
ΓΑ:			



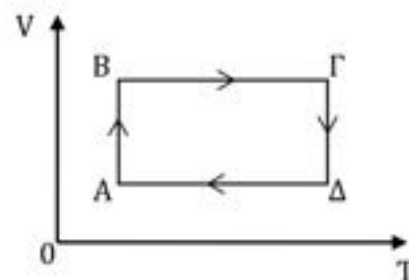
Γ. Δίνεται η κυκλική μεταβολή στο διάγραμμα $p - T$ του σχήματος.

ΜΕΤΑΒΟΛΗ	ΔT	ΔV	Δp
ΑΒ:			
ΒΓ:			
ΓΑ:			



Δ. Δίνεται η κυκλική μεταβολή στο διάγραμμα $V - T$ του σχήματος.

ΜΕΤΑΒΟΛΗ	ΔT	ΔV	Δp
ΑΒ:			
ΒΓ:			
ΓΑ:			



61. Μια ποσότητα ιδανικού αερίου βρίσκεται σε μια κατάσταση ισορροπίας Α (p, V, T). Το αέριο πραγματοποιεί την ακόλουθη κυκλική μεταβολή:

ΑΒ: ισοβαρή θέρμανση μέχρι $V_B = 2V$.

ΒΓ: ισόθερμη εκτόνωση μέχρι υποτετραπλασιασμού της πίεσης.

ΓΔ: ισόχωρη ψύξη μέχρι την αρχική θερμοκρασία.

ΔΕ: ισοβαρή συμπίεση και

ΕΑ: ισόχωρη θέρμανση.

Να παρασταθεί γραφικά η κυκλική μεταβολή σε διάγραμμα $p - V$ και να συμπληρωθεί ο πίνακας του σχήματος.

	p	V	T
Κατάσταση Α			
Κατάσταση Β			
Κατάσταση Γ			
Κατάσταση Δ			
Κατάσταση Ε			

62. Ποιες από τις σχέσεις που ακολουθούν και δίνουν την πίεση ιδανικού αερίου είναι σωστές;

α) $p = \frac{2N\bar{K}}{3V}$

β) $p = \frac{Nm\bar{v}^2}{3V}$

γ) $p = \frac{\rho\bar{v}^2}{2}$

δ) $p = \frac{NRT}{N_A V}$

63. Ποιες από τις σχέσεις που ακολουθούν είναι σωστές;

$$\alpha) T = \frac{2\bar{K}}{3k} \quad \beta) \bar{K} = \frac{3RT}{2N_A} \quad \gamma) \bar{K} = \frac{2kT}{3} \quad \delta) m\overline{v^2} = 3kT$$

64. Ποιες από τις σχέσεις που δίνουν την ενεργό ταχύτητα των μορίων σε σχέση με την απόλυτη θερμοκρασία είναι σωστές;

$$\alpha) v_{ev} = \sqrt{\frac{3RT}{M_r}} \quad \beta) v_{ev} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \quad \gamma) v_{ev} = \sqrt{\frac{3RT}{m}} \quad \delta) v_{ev} = \sqrt{\frac{3kT}{M_r}}$$

65. Η πίεση ιδανικού αερίου είναι:

- α) Αντιστρόφως ανάλογη της μέσης κινητικής ενέργειας των μορίων.
- β) Συνάρτηση μόνο της μέσης κινητικής ενέργειας των μορίων.
- γ) Ανάλογη του πλήθους των μορίων και της μέσης κινητικής ενέργειας αυτών.
- δ) Ανεξάρτητη της μέσης κινητικής ενέργειας των μορίων.

66. Αν διπλασιάσουμε την απόλυτη θερμοκρασία μιας ποσότητας ιδανικού αερίου, τότε η ενεργός ταχύτητα (v_{ev}) των μορίων του:

- α) θα υποδιπλασιαστεί,
- β) θα διπλασιαστεί,
- γ) θα αυξηθεί $\sqrt{2}$ φορές,
- δ) θα μειωθεί $\sqrt{2}$ φορές.

67. Η μέση μεταφορική κινητική ενέργεια των μορίων ενός ιδανικού αερίου είναι:

- α) Ανάλογη του πλήθους των μορίων.
- β) Συνάρτηση της πυκνότητας του αερίου.
- γ) Εξαρτημένη μόνο από την απόλυτη θερμοκρασία.
- δ) Εξαρτημένη από την απόλυτη θερμοκρασία και τη μάζα του κάθε μορίου.

68. Μια σταθερή ποσότητα οξυγόνου εκτονώνεται από όγκο V σε όγκο $2V$ υπό σταθερή θερμοκρασία. Ποια από τις ακόλουθες προτάσεις είναι σωστή και γιατί;

- α) Η πίεση P και η μέση κινητική ενέργεια $\bar{K}$ διπλασιάζονται.
- β) Η P υποδιπλασιάζεται και η $\bar{K}$ μένει σταθερή.
- γ) Η P και η $\bar{K}$ υποδιπλασιάζονται.
- δ) Η P και η $\bar{K}$ μένουν σταθερές.

69. Κατά τη διάρκεια της ισόχωρης θέρμανσης μιας ποσότητας ιδανικού αερίου η πίεση του τετραπλασιάζεται. Η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου

- α) διπλασιάζεται
- β) τετραπλασιάζεται
- γ) υποδιπλασιάζεται
- δ) παραμένει σταθερή

70. Μια ποσότητα υδρογόνου συμπιέζεται υπό σταθερή θερμοκρασία T μέχρι διπλάσια πίεση. Ποια από τις ακόλουθες προτάσεις είναι σωστή;

- α) Η μέση κινητική ενέργεια των μορίων $\bar{K}$ αυξάνεται.
- β) Ο όγκος V υποδιπλασιάζεται και η $\bar{K}$ μένει σταθερή.
- γ) Ο όγκος V και η $\bar{K}$ υποδιπλασιάζονται.

71. Κατά τη διάρκεια μιας ισοβαρούς μεταβολής ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου η ενεργός ταχύτητα των μορίων του διπλασιάζεται. Η πυκνότητα του αερίου:

- α) διπλασιάζεται
- β) τετραπλασιάζεται
- γ) υποδιπλασιάζεται
- δ) υποτετραπλασιάζεται

72. Η μέση τετραγωνική ταχύτητα των μορίων ιδανικού αερίου είναι:

- α) Ανάλογη της απόλυτης θερμοκρασίας, T .
- β) Ανάλογη της τετραγωνικής ρίζας της απόλυτης θερμοκρασίας.
- γ) Ανάλογη της μάζας του μορίου.
- δ) Ανεξάρτητη της γραμμομοριακής μάζας του αερίου.

73. Ποσότητα ιδανικού αερίου συμπιέζεται υπό σταθερή θερμοκρασία μέχρι υποδιπλασιασμού του όγκου του. Αν οι ενεργές ταχύτητες των μορίων του αερίου στην αρχική και στην τελική κατάστασή του είναι, αντίστοιχα, $v_{ev,1}$ και $v_{ev,2}$ τότε ισχύει:

- α) $v_{ev,2} = 4 v_{ev,1}$
- β) $v_{ev,2} = 2 v_{ev,1}$
- γ) $v_{ev,2} = v_{ev,1}$
- δ) $v_{ev,2} = \frac{1}{2} v_{ev,1}$

74. Δύο ποσότητες ιδανικών αερίων με μάζες μορίων $m_1 > m_2$ βρίσκονται στην ίδια θερμοκρασία, T . Για τις ενεργές ταχύτητες των μορίων τους ισχύει:

- α) $v_{ev,1} > v_{ev,2}$
- β) $v_{ev,1} < v_{ev,2}$

75. Αέριο συμπιέζεται ισόθερμα μέχρι το μισό του αρχικού του όγκου. Η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του:

- α) Διπλασιάζεται.
- β) Υποδιπλασιάζεται.
- γ) Διατηρείται σταθερή.

76. Ο όγκος ιδανικού αερίου διπλασιάζεται υπό σταθερή πίεση. Η μέση τετραγωνική ταχύτητα, $\overline{v^2}$, των μορίων του:

- α) Διπλασιάζεται.
- β) Υποδιπλασιάζεται.
- γ) Διατηρείται σταθερή.

77. Αν τετραπλασιάσουμε την απόλυτη θερμοκρασία ιδανικού αερίου τότε η μέση τετραγωνική ταχύτητα των μορίων του:

- α) Μένει σταθερή
- β) Διπλασιάζεται.
- γ) Τετραπλασιάζεται.

78. Αν εκτονώσουμε ισοβαρώς ένα αέριο μέχρι διπλάσιο του αρχικού του όγκου, τότε η μέση κινητική ενέργεια των μορίων:

- α) Διπλασιάζεται.
- β) Μένει σταθερή.
- γ) Υποδιπλασιάζεται.

79. Ποια από τις παρακάτω μεταβολές συνοδεύεται από μείωση της μέσης κινητικής ενέργειας των μορίων του αερίου:

- α) Ισόθερμη συμπίεση.
- β) Ισοβαρής εκτόνωση.
- γ) Ισόχωρη θέρμανση.
- δ) Τυχαία μεταβολή στην οποία ο όγκος διπλασιάζεται και η πίεση υποτετραπλασιάζεται.

80. Κατά την ισόθερμη εκτόνωση ποσότητας ιδανικού αερίου η ενεργός ταχύτητα των μορίων:

- α) Αυξάνεται.
- β) Μειώνεται.
- γ) Διατηρείται σταθερή.

81. Αν τετραπλασιάσουμε την απόλυτη θερμοκρασία ενός αερίου υπό σταθερή πίεση η ενεργός ταχύτητα των μορίων του:

- α) Διατηρείται σταθερή.
- β) Διπλασιάζεται.
- γ) Τετραπλασιάζεται.

82. Σε ποια από τις παρακάτω θερμοκρασίες, τα μόρια του αερίου έχουν διπλάσια ενεργό ταχύτητα από αυτή που έχουν στους 27°C .

α) 54°C

β) 108°C

γ) 381°C

δ) 927°C

83. Να αντιστοιχίσετε τις σχέσεις της αριστερής στήλης με τις μεταβολές της δεξιάς στήλης, ιδανικού αερίου, σταθερής μάζας:

α) $\frac{P}{T} = \text{σταθ.}$

β) $P \cdot V = \text{σταθ.}$

γ) $\frac{V}{T} = \text{σταθ.}$

δ) $V \cdot T = \text{σταθ.}$

ε) $\frac{P \cdot V}{T} = \text{σταθ.}$

1. Τυχαία μεταβολή

2. Ισόχωρη μεταβολή

3. Ισοβαρής μεταβολή

4. Ισόθερμη μεταβολή

84. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές ή λανθασμένες. Οι μεταβολές αναφέρονται σε ιδανικό αέριο σταθερής μάζας.

α) Στην ισόθερμη μεταβολή η πίεση μεταβάλλεται αντιστρόφως ανάλογα με τον όγκο.

β) Στην ισόχωρη θέρμανση η πίεση αυξάνεται ανάλογα με τη θερμοκρασία.

γ) Στην ισοβαρή εκτόνωση ο όγκος μεταβάλλεται αντιστρόφως ανάλογα με τη θερμοκρασία.

δ) Σε κάθε μεταβολή το πηλίκο PV/T διατηρείται σταθερό.

85. Έστω ένα δοχείο που περιέχει αέρα. Το θερμαίνουμε έως ότου η απόλυτη θερμοκρασία του αέρα μέσα στο δοχείο διπλασιαστεί. Τότε μπορούμε να πούμε ότι:

α) διπλασιάζεται και η πίεση του αέρα μέσα στο δοχείο.

β) η πίεση του αέρα μέσα στο δοχείο μένει σταθερή και ίση με την ατμοσφαιρική πίεση.

γ) η μάζα του αέρα μέσα στο δοχείο υποδιπλασιάζεται.

δ) η πίεση μέσα στο δοχείο υποδιπλασιάζεται λόγω μείωσης της μάζας του αέρα στο δοχείο.

86. Ποιες από τις ακόλουθες προτάσεις που αναφέρονται σε μεταβολές ιδανικού αερίου σταθερής μάζας είναι σωστές, ποιες λάθος και γιατί;

α) Αν αυξήσουμε την πίεση, υπό σταθερή θερμοκρασία, ο όγκος αυξάνεται.

β) Αν μειώσουμε την πίεση, υπό σταθερό όγκο, η θερμοκρασία μειώνεται.

γ) Αν αυξήσουμε τον όγκο, υπό σταθερή θερμοκρασία, η πίεση μειώνεται.

δ) Αν αυξήσουμε τον όγκο, υπό σταθερή πίεση, η θερμοκρασία αυξάνεται

87. Ποιες από τις ακόλουθες προτάσεις είναι σωστές ή λάθος και γιατί;

α) Αν διπλασιάσουμε τα mol ενός αερίου με σταθερά τον όγκο και τη θερμοκρασία, η πίεση διπλασιάζεται.

β) Αν διπλασιάσουμε τα mol ενός αερίου και θέλουμε να μένουν σταθερά η πίεση και ο όγκος θα πρέπει η θερμοκρασία να υποδιπλασιαστεί.

γ) Όταν η θερμοκρασία σταθερής ποσότητας αερίου είναι σταθερή, τότε το γινόμενο P,V μένει σταθερό.

- δ) Αν διπλασιαστούν η θερμοκρασία T και τα mol ενός αερίου υπό σταθερό όγκο, τότε θα διπλασιαστεί και η πίεσή του.
 ε) Αν διπλασιαστεί η θερμοκρασία σταθερής ποσότητας αερίου υπό σταθερό όγκο, η πυκνότητα μένει σταθερή.

88. Έστω ένα ανοιχτό δοχείο που περιέχει αέρα. Το θερμαίνουμε έως ότου η απόλυτη θερμοκρασία του αέρα μέσα στο δοχείο διπλασιαστεί. Τότε μπορούμε να πούμε ότι:

- α) διπλασιάζεται και η πίεση του αέρα μέσα στο δοχείο,
 β) η πίεση του αέρα μέσα στο δοχείο μένει σταθερή και ίση με την ατμοσφαιρική πίεση,
 γ) η μάζα του αέρα μέσα στο δοχείο υποδιπλασιάζεται,
 δ) η πίεση μέσα στο δοχείο υποδιπλασιάζεται λόγω μείωσης της μάζας του αέρα στο δοχείο.
 Ποιες από τις παραπάνω προτάσεις είναι σωστές; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

89. Σε δύο δοχεία Α και Β ίσου όγκου βρίσκονται δύο αέρια στην ίδια θερμοκρασία. Στο δοχείο Α περιέχονται α mole He και στο δοχείο Β περιέχονται α mole Ar. Τα αέρια θεωρούνται ιδανικά. Σημειώστε με (Σ) ή (Λ) το σωστό ή λάθος των παρακάτω προτάσεων.

- α) Η πίεση στα δύο δοχεία είναι ίδια.
 β) Η πίεση στο δοχείο Β είναι διπλάσια από την πίεση στο δοχείο Α.
 γ) Τα μόρια του He έχουν την ίδια ενεργό ταχύτητα με τα μόρια του Ar.
 δ) Η μέση κινητική ενέργεια των μορίων στα δύο δοχεία είναι ίδια.

90. Μια ποσότητα ιδανικού αερίου συμπιέζεται υπό σταθερή θερμοκρασία από όγκο V σε όγκο $V/2$. Ποιες από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος;

- α) Η πίεση υποδιπλασιάζεται, ενώ η u_{av} μένει σταθερή.
 β) Η πίεση διπλασιάζεται και η u_{av} υποδιπλασιάζεται.
 γ) Η πίεση και η τετραγωνική ρίζα της μέσης τιμής των τετραγώνων των ταχυτήτων διπλασιάζονται.
 δ) Η πίεση μένει σταθερή, ενώ το μέγεθος $\sqrt{u^2}$ διπλασιάζεται.
 ε) Η πίεση διπλασιάζεται, ενώ το μέγεθος u^2 μένει σταθερό.

91. Η πίεση ενός ιδανικού αερίου είναι ανάλογη:

- α) της ενεργού ταχύτητας των μορίων του,
 β) της μέσης κινητικής ενέργειας των μορίων του,
 γ) της μέσης τιμής των τετραγώνων των ταχυτήτων των μορίων του,
 δ) του αριθμού των μορίων του ανά μονάδα όγκου.

Ποιες από τις παραπάνω προτάσεις είναι σωστές;

92. Ένα ιδανικό αέριο που βρίσκεται σε δοχείο με ανένδοτα τοιχώματα θερμαίνεται σε βαθμό ώστε η απόλυτη θερμοκρασία του να τετραπλασιάζεται. Σημειώστε με (Σ) ή (Λ) το σωστό ή λάθος των παρακάτω προτάσεων:

- α) Η πυκνότητα τετραπλασιάζεται
 β) Η πίεση υποτετραπλασιάζεται
 γ) Η ενεργός ταχύτητα διπλασιάζεται
 δ) Η μέση κινητική ενέργεια των μορίων τετραπλασιάζεται.

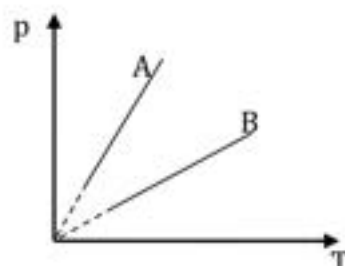
93. Ένα ιδανικό αέριο παθαίνει ισόθερμη εκτόνωση μέχρι διπλασιασμού του όγκου του. Σημειώστε με (Σ) ή (Λ) το σωστό ή λάθος των παρακάτω προτάσεων:

- α) Η πίεση διπλασιάζεται
 β) Η πυκνότητα υποδιπλασιάζεται
 γ) Η ενεργός ταχύτητα παραμένει σταθερή
 δ) Η μέση κινητική ενέργεια των μορίων διπλασιάζεται.

94. Σε ένα ιδανικό αέριο που παθαίνει ισοβαρή μεταβολή η ενεργός ταχύτητα διπλασιάζεται. Σημειώστε με (Σ) ή (Λ) το σωστό ή λάθος των παρακάτω προτάσεων.

- α) Η θερμοκρασία διπλασιάζεται
- β) Ο όγκος διπλασιάζεται
- γ) Η πυκνότητα διπλασιάζεται
- δ) Η μέση κινητική ενέργεια των μορίων διπλασιάζεται

95. Σε δύο όμοια δοχεία σταθερού όγκου περιέχονται ίσες μάζες δύο διαφορετικών αερίων Α και Β. Στο διάγραμμα $p - T$ του σχήματος παριστάνεται η μεταβολή της πίεσης κάθε αερίου σε συνάρτηση με την απόλυτη θερμοκρασία του. Είναι σωστές ή λάθος οι επόμενες προτάσεις; Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



- α) Αν n_A και n_B τα mol των δύο αερίων, τότε ισχύει $n_A > n_B$.
- β) Τα μόρια του αερίου Α έχουν μεγαλύτερη μάζα από τα μόρια του αερίου Β.
- γ) Στην ίδια θερμοκρασία, τα μόρια του αερίου Α έχουν μεγαλύτερη ενεργό ταχύτητα από τα μόρια του αερίου Β.
- δ) Στην ίδια θερμοκρασία, τα μόρια του αερίου Α έχουν μεγαλύτερη μέση μεταφορική κινητική ενέργεια από τα μόρια του αερίου Β.

96. Ένα δοχείο όγκου V περιέχει 0,1 mole He και 0,2mole Ne σε κατάσταση θερμικής ισορροπίας έχοντας θερμοκρασία T . Σημειώστε με (Σ) ή (Λ) το σωστό ή λάθος των παρακάτω προτάσεων.

- α) Η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του He είναι μεγαλύτερη από την μέση κινητική ενέργεια των μορίων του Ne.
- β) Η ολική κινητική ενέργεια των μορίων του He είναι μεγαλύτερη από την ολική κινητική ενέργεια των μορίων του Ne.
- γ) Η ενεργός ταχύτητα των μορίων του He είναι μεγαλύτερη από την ενεργό ταχύτητα των μορίων του Ne.

Δίνονται ότι τα μοριακά βάρη για το He και Ne είναι 4 και 20 αντίστοιχα.

97. Ένα δοχείο περιέχει He και Ne σε κατάσταση θερμικής ισορροπίας. Αν τα μοριακά βάρη για το He και Ne είναι 4 και 20 αντίστοιχα και η μέση κινητική ενέργεια για τα μόρια του He $\overline{K_{He}} = 6 \cdot 10^{-21}$ Joule σημειώστε τη σωστή τιμή για την μέση κινητική ενέργεια των μορίων του Ne.

- α) $1,5 \cdot 10^{-21}$ Joule β) $3 \cdot 10^{-21}$ Joule γ) $6 \cdot 10^{-21}$ Joule δ) $24 \cdot 10^{-21}$ Joule

Ποιες από τις ακόλουθες προτάσεις είναι σωστές και γιατί;

- α) Η πίεση ενός αερίου σταθερής θερμοκρασίας είναι ανάλογη του αριθμού των μορίων N και του όγκου V .
- β) Η πίεση ενός αερίου σταθερού όγκου είναι ανάλογη του αριθμού των μορίων και της μέσης κινητικής ενέργειας του κάθε μορίου.
- γ) Η πίεση δεδομένης μάζας αερίου είναι ανάλογη της μέσης κινητικής ενέργειας των μορίων και αντιστρόφως ανάλογη του τετραγώνου του όγκου.
- δ) Η πίεση δεδομένης μάζας αερίου εξαρτάται μόνο από τη μέση κινητική ενέργεια των μορίων.

98. Να αντιστοιχίσετε τα μεταξύ τους ίσα:

- | | |
|--------------|------------------------------------|
| α) ρ | 1. $\frac{\overline{\rho v^2}}{3}$ |
| β) $\bar{K}$ | 2. $\frac{Nm}{V}$ |
| γ) u_{cv} | 3. $\frac{R}{N_A}$ |
| δ) p | 4. $\frac{3RT}{2N_A}$ |
| ε) k | 5. $\sqrt{\frac{3kT}{m}}$ |

99. Ποιες από τις ακόλουθες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος;

- α) Η κινητική θεωρία των αερίων ισχύει για αέρια που βρίσκονται κοντά στις συνθήκες υγροποίησής τους.
- β) Οι ταχύτητες των μορίων ενός αερίου που βρίσκεται σε σταθερές συνθήκες πίεσης και θερμοκρασίας είναι όλες ίσες μεταξύ τους.
- γ) Το άθροισμα των μέσων κινητικών ενεργειών όλων των μορίων ιδανικού αερίου είναι ανάλογο του πλήθους των mol και της απόλυτης θερμοκρασίας, T .
- δ) Η μέση κινητική ενέργεια του μορίου ενός αερίου εξαρτάται μόνο από τη θερμοκρασία T .

100. Σε τρία δοχεία Α,Β,Γ υπάρχουν αντίστοιχα He , H_2 , O_2 .

Το δοχείο Α έχει όγκο V , N μόρια και θερμοκρασία T .

Το δοχείο Β έχει όγκο $2V$, $2N$ μόρια και θερμοκρασία T .

Το δοχείο Γ έχει όγκο $4V$, $4N$ μόρια και θερμοκρασία T .

Για τα αέρια των τριών δοχείων να διαταχθούν με σειρά τα παρακάτω μεγέθη:

- α) Μέση κινητική ενέργεια λόγω μεταφοράς
- β) Ολική κινητική ενέργεια των μορίων λόγω μεταφοράς.
- γ) Πίεση του αερίου.
- δ) Ενεργός ταχύτητα.
- ε) Πυκνότητα αερίου.

Δίνονται: $M_{\text{mole He}}=4\text{gr/mole}$ $M_{\text{mole H}_2}=2\text{gr/mole}$ $M_{\text{mole O}_2}=32\text{gr/mole}$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Ορισμένη ποσότητα αερίου με όγκο 2ℓ και πίεση 2 atm εκτονώνεται υπό σταθερή θερμοκρασία έτσι ώστε ο όγκος του να γίνει 4ℓ . Η υπολογίσετε την πίεση του αερίου.

1 atm

2. Ποσότητα αερίου με όγκο 6ℓ και πίεση 1 atm συμπιέζεται υπό σταθερή θερμοκρασία έτσι ώστε η πίεση του να γίνει 3 atm . Η υπολογίσετε τον όγκο του αερίου.

2ℓ

3. Η πίεση μιας ποσότητας αερίου είναι 10^5 N/m^2 όταν καταλαμβάνει όγκο $2\cdot 10^{-3}\text{ m}^3$. Πόσα m^3 θα γίνει ο όγκος του, αν η πίεσή του γίνει $0,5\cdot 10^5\text{ N/m}^2$ υπό σταθερή θερμοκρασία; Να παρασταθεί η μεταβολή σε διάγραμμα P-V.

$4\cdot 10^{-3}\text{ m}^3$

4. Αέριο όγκου $4\cdot 10^{-3}\text{ m}^3$ και πίεσης 10^5 N/m^2 εκτονώνεται ισόθερμα και η πίεση του γίνεται 10^4 N/m^2 . Να υπολογίσετε τον όγκο του αερίου.

$4\cdot 10^{-2}\text{ m}^3$

5. Ορισμένη ποσότητα αερίου με όγκο $0,5\ell$ και πίεση 2 atm εκτονώνεται υπό σταθερή θερμοκρασία έτσι ώστε ο όγκος του να γίνει $0,8\ell$. Η υπολογίσετε την πίεση του αερίου. Να παρασταθεί η μεταβολή σε διαγράμματα (P-V), (P-T), (V-T).

$1,25\text{ atm}$

6. Η πίεση αερίου, όγκου $6\cdot 10^{-3}\text{ m}^3$, τετραπλασιάζεται υπό σταθερή θερμοκρασία. Να υπολογίσετε τον όγκο του αερίου.

$1,5\cdot 10^{-3}\text{ m}^3$

7. Ποσότητα ιδανικού αερίου είναι εγκλωβισμένη σε μπαλόνι και βρίσκεται μέσα στη θάλασσα συμπιεσμένο έτσι ώστε η πίεση του αερίου να είναι $3,6 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$. Μειώνουμε την πίεση χωρίς να μεταβάλλουμε την ποσότητα του αερίου μέσα στο μπαλόνι και παρατηρούμε ότι ο όγκος του αυξάνεται κατά 20% σε σχέση με τον αρχικό. Αν το αέριο βρίσκεται συνεχώς σε θερμική ισορροπία με το θαλασσινό νερό, πόση είναι η τελική πίεση του αερίου.

$$3 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

8. Ποσότητα αερίου, θερμοκρασίας 300K και πίεσης 1 atm ψύχεται υπό σταθερό όγκο. Αν η θερμοκρασία του γίνει 150K να βρείτε την πίεση του αερίου.

$$0,5 \text{ atm}$$

9. Αέριο βρίσκεται σε δοχείο σταθερού όγκου με θερμοκρασία 22°C και πίεση 10^5 N/m^2 . Αν η πίεση του αυξηθεί σε $2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ να βρείτε τη θερμοκρασία του αερίου.

$$590 \text{ K}$$

10. Αέριο ψύχεται υπό σταθερό όγκο έτσι ώστε η τελική θερμοκρασία του να είναι το $\frac{1}{3}$ της αρχικής του. Αν η αρχική πίεση του αερίου ήταν $1,5 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ να βρείτε την τελική πίεση του.

$$0,5 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

11. Δοχείο με όγκο V περιέχει αέρα υπό πίεση $P = 1 \text{ atm}$ και θερμοκρασία $\theta = 20^\circ \text{C}$. Θερμαίνουμε το περιεχόμενο του δοχείου, ώστε η πίεση που ασκεί ο αέρας στα τοιχώματα του να τετραπλασιαστεί. Αν υποθεθεί ότι ο όγκος του δοχείου παραμένει σταθερός, ποια θα είναι η θερμοκρασία του αέρα στο εσωτερικό του δοχείου;

$$1172 \text{ K}$$

12. Η πίεση μιας ποσότητας αερίου είναι 3atm όταν βρίσκεται σε θερμοκρασία 300K. Πόση θα γίνει η πίεση του αερίου σε atm, αν η θερμοκρασία ανέβει στους 400K υπό σταθερό όγκο; Να παρασταθεί η μεταβολή σε διαγράμματα (P-V), (P-T), (V-T).

$$4 \text{ atm}$$

13. Ποσότητα αερίου ψύχεται από τους 27°C στους -73°C ισόχωρα. Αν η τελική πίεση του αερίου είναι $1,5 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ ποια ήταν η αρχική πίεση του αερίου; Να παρασταθεί η μεταβολή σε διαγράμματα (P-T).

$$2,25 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

14. Αέριο θερμοκρασίας 250K και όγκου 5 ℓ εκτονώνεται ισοβαρώς έως ότου ο όγκος του γίνει 6 ℓ. Να υπολογιστεί η τελική θερμοκρασία του αερίου. Να παρασταθεί η μεταβολή σε διαγράμματα (P-V).

15. Ποσότητα ιδανικού αερίου αρχικής θερμοκρασίας $\theta_1 = 27^\circ \text{C}$ εκτονώνεται ισοβαρώς από όγκο V σε όγκο 4V. Να υπολογιστεί η τελική θερμοκρασία του αερίου σε K. Να παρασταθεί η μεταβολή σε διαγράμματα (P-V), (P-T), (V-T).

$$300 \text{ K}$$

16. Ποσότητα αερίου βρίσκεται σε θερμοκρασία 7°C και καταλαμβάνει όγκο $6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$. Αν ο όγκος του αυξηθεί ισοβαρώς σε $9 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$, να βρείτε την τελική θερμοκρασία του αερίου.

$$420 \text{ K}$$

17. Αέριο βρίσκεται μέσα σε κατακόρυφο κυλινδρικό δοχείο το οποίο κλείνεται με εφαρμοστό έμβολο πάνω στο οποίο τοποθετούνται διάφορα σταθμά. Το αέριο βρίσκεται σε θερμοκρασία 27°C και καταλαμβάνει όγκο 2 ℓ. Ψύχουμε το αέριο έτσι ώστε ο όγκος του να γίνει 1,6 ℓ. Να βρείτε την τελική θερμοκρασία του αερίου. Να παρασταθεί η μεταβολή σε διαγράμματα (V-T).

$$240 \text{ K}$$

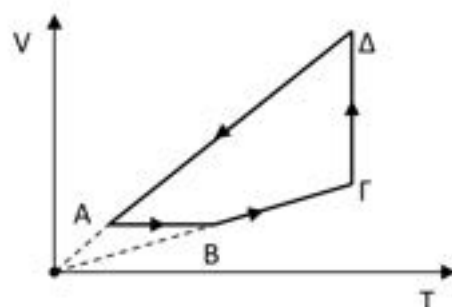
18. Αέριο όγκου $3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ και θερμοκρασίας 300K εκτονώνεται ισοβαρώς μέχρι η θερμοκρασία του να γίνει 350K. Να υπολογίσετε τον τελικό όγκο του αερίου.

$$3,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

19. Στο διπλανό διάγραμμα $V - T$ παριστάνεται η κυκλική μεταβολή που υφίσταται μια ποσότητα αερίου.

α) Να ονομάσετε καθεμία από τις επιμέρους μεταβολές και να γράψετε τους νόμους που ισχύουν σε αυτές.

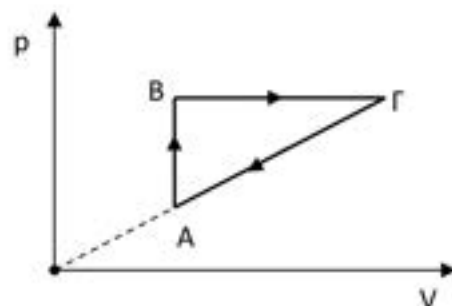
β) Να απεικονίσετε την κυκλική μεταβολή σε διαγράμματα $p - V$ και $p - T$.



20. Στο διπλανό διάγραμμα παριστάνει την κυκλική μεταβολή που υφίσταται ορισμένη ποσότητα αερίου.

Αν $T_A = 200\text{K}$ και $T_B = 400\text{K}$, να υπολογίσετε τη θερμοκρασία T_Γ .

800 K



21. Ποσότητα n mol ηλίου (He) έχει όγκο 8,31 ℓ και βρίσκεται υπό πίεση $3 \cdot 10^5 \text{N/m}^2$ και θερμοκρασία 27°C .

α) Πόσα είναι τα mol και πόση είναι η μάζα του αερίου σε kg.

β) Πόση θα γίνει η πίεση της ίδιας ποσότητας ηλίου, αν η θερμοκρασία αυξηθεί κατά 100K και ο όγκος διπλασιαστεί; Δίνεται για το ήλιο $M_{\text{He}} = 4 \text{g/mol}$ και $R = 8,31 \text{J/mole} \cdot \text{K}$.

α. 1mol, $4 \cdot 10^{-3} \text{kg}$, β. $2 \cdot 10^5 \text{N/m}^2$

22. Πόσα μόρια O_2 περιέχονται σε δοχείο με όγκο $8,31 \text{m}^3$ στο οποίο επικρατούν συνθήκες πίεσης 10^6N/m^2 και θερμοκρασίας 727°C . Δίνονται, $R = 8,31 \text{J/mol} \cdot \text{K}$ και η σταθερά Avogadro $N_A = 6,023 \cdot 10^{23} \text{μόρια/mole}$.

$6,023 \cdot 10^{26} \text{μόρια}$

23. Μέσα σε δοχείο όγκου $V = 1 \text{lt}$ περιέχεται μια ποσότητα αερίου ηλίου υπό πίεση $p = 2 \text{atm}$ και θερμοκρασία $\theta = 57^\circ \text{C}$. Να υπολογιστούν:

α) ο αριθμός των mol του αερίου που περιέχονται στο δοχείο.

β) η μάζα του αερίου.

Δίνονται, $R = 8,31 \text{J/mol} \cdot \text{K}$ και για το ήλιο $M_{\text{He}} = 4 \text{g/mol}$.

α. 0,08mol, β. 0,32g

24. Υπό ποια πίεση βρίσκονται 16g O_2 , όγκου 2ℓ και θερμοκρασίας 27°C . Δίνεται η γραμμομοριακή μάζα του O_2 ίση με 32g/mole και $R = 0,082 \text{ℓ} \cdot \text{atm/mole} \cdot \text{K}$.

6,15 atm

25. Να υπολογιστεί η πυκνότητα ποσότητας H_2 σε θερμοκρασία $T = 400\text{K}$ πίεση $P = 10^5 \text{N/m}^2$, αν δίνεται η γραμμομοριακή του μάζα 2g/mole και $R = 8,31 \text{J/mol} \cdot \text{K}$. Κατά πόσο θα μεταβληθεί η πυκνότητα της ίδιας ποσότητας αερίου, αν διπλασιάσουμε τη θερμοκρασία υπό σταθερή πίεση;

$0,06 \text{kg/m}^3$, υποδιπλασιάζεται

26. 1,2 mol H_2 στους 27°C έχουν πίεση 4150N/m^2 . Να βρεθούν ο όγκος και η πυκνότητα του αερίου. Δίνονται: $R = 8,3 \text{J/mol} \cdot \text{K}$, $M_r = 2$.

27. Ένα δοχείο περιέχει 3g υδρογόνου υπό πίεση $p_1 = 1 \cdot 10^5 \text{N/m}^2$. Ποια θα είναι η πίεση στο δοχείο αν το υδρογόνο αντικατασταθεί από 2g αζώτου στην ίδια θερμοκρασία;

Δίνονται: $M_{\text{H}_2} = 2 \cdot 10^{-3} \text{kg/mol}$ και $M_{\text{N}_2} = 28 \cdot 10^{-3} \text{kg/mol}$.

$p_2 = 4,76 \cdot 10^3 \text{N/m}^2$

28. Να υπολογιστεί η πυκνότητα ποσότητας H_2 σε θερμοκρασία $T = 400K$ πίεση $p = 10^5 \text{ N/m}^2$, αν δίνεται η γραμμομοριακή του μάζα $2g/mole$ και $R=8,31J/mol \cdot K$. Κατά πόσο θα μεταβληθεί η πυκνότητα της ίδιας ποσότητας αερίου, αν διπλασιάσουμε τη θερμοκρασία υπό σταθερή πίεση;
 $\rho = 0,06 \text{ kg/m}^3$, υποδιπλασιάζεται

29. Μέσα σε ένα δωμάτιο με διαστάσεις $4m \times 4m \times 3m$ η θερμοκρασία του αέρα είναι $\theta = 27^\circ C$ και η πίεση ίση με την ατμοσφαιρική ($p_{atm} = 1 \text{ atm} = 10^5 \text{ N/m}^2$).

α) Να υπολογιστεί η πυκνότητα του αέρα στο εσωτερικό του δωματίου.

β) Να υπολογιστεί η μάζα του περιεχόμενου στο δωμάτιο αέρα.

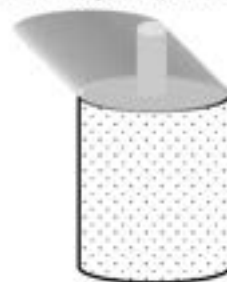
Δίνονται: η σχετική μοριακή μάζα του αέρα $M_r = 29$ και η σταθερά των αερίων $R = 8,314 \text{ J/mol} \cdot K$.

α. $\rho \approx 1,16 \text{ kg/m}^3$ β. $m \approx 55,68 \text{ kg}$

30. Μέσα στο δοχείο του διπλανού σχήματος υπάρχουν $n = \frac{400}{3R}$ ιδανικού αερίου σε θερμοκρασία $T_A = 300K$ και σε πίεση $P_A = 10^5 \text{ N/m}^2$.

α) Να βρείτε τον όγκο του αερίου.

β) Πιέζοντας το έμβολο το αέριο έρχεται στην κατάσταση Β, όπου η θερμοκρασία του είναι $T_B = 600K$ και η πίεση του $P_B = 8 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$. Να βρείτε το νέο όγκο του αερίου.



α. $0,4m^3$ β. $0,1m^3$

31. Για τα δύο δοχεία Α και Β του σχήματος, που περιέχουν το ίδιο

ιδανικό αέριο, δίνεται ότι $\frac{V_B}{V_A} = 2$, $\frac{m_B}{m_A} = 4$ και $T_A = T_B$. Να βρείτε

τον λόγο $\frac{P_B}{P_A}$.



$\frac{P_B}{P_A} = 2$

32. Ένα μετεωρολογικό αερόστατο που έχει όγκο $V = 30m^3$ αφήνεται ελεύθερο από το έδαφος, όπου η πίεση είναι $p = 1 \text{ atm}$ και η θερμοκρασία $\theta = 27^\circ C$. Να υπολογιστεί ο όγκος του αερόστατου όταν φτάνει σε ύψος όπου η πίεση είναι $p' = 0,5 \text{ atm}$ και η θερμοκρασία $\theta' = -23^\circ C$. Να θεωρηθεί ότι μέσα και έξω από το αερόστατο επικρατεί η ίδια πίεση.

$V' = 50m^3$

33. Ποσότητα $n = 100mol$ ιδανικού αερίου έχει όγκο V , θερμοκρασία T και ασκεί στα τοιχώματα του δοχείου πίεση P . Πόση ποσότητα του ίδιου αερίου έπρεπε να είχαμε σε διπλάσιο όγκο και σε τετραπλάσια θερμοκρασία ώστε να ασκούσε την ίδια πίεση P ;

$n=50mol$

34. Αέριο καταλαμβάνει όγκο $V=2,5 \text{ l}$, ασκεί πίεση $p=3 \text{ atm}$ και η θερμοκρασία του είναι $\theta=27^\circ C$.

α) Θερμαίνουμε το αέριο ώσπου να διπλασιαστούν η πίεση και ο όγκος του. Να υπολογιστεί η τελική θερμοκρασία του αερίου.

β) Αν το αέριο έχει σχετική μοριακή μάζα $M_r = 29$, να υπολογιστεί η μάζα αυτής της ποσότητας αερίου.

Δίνονται: $R = 8,314 \text{ J/mol} \cdot K$, $1 \text{ atm} = 10^5 \text{ N/m}^2$.

α. $T' = 1200K$, β. $m \approx 8,7g$

35. Μια ποσότητα ιδανικού αερίου βρίσκεται σε μια κατάσταση Α όπου έχει θερμοκρασία $\theta_1 = 7^\circ \text{C}$, καταλαμβάνει όγκο $V_1 = 100 \text{ cm}^3$ και ασκεί πίεση $P_1 = 1 \text{ atm}$. Θερμαίνουμε το αέριο, διατηρώντας την πίεση του σταθερή, μέχρι ο όγκος του να γίνει $V_2 = 150 \text{ cm}^3$, και στη συνέχεια, διατηρώντας τον όγκο του αερίου σταθερό στην τιμή V_2 , θερμαίνουμε το αέριο μέχρι η πίεση του να γίνει $P_2 = 2 \text{ atm}$.

α) Να υπολογισθεί η τελική θερμοκρασία του αερίου.

β) Να παρασταθούν οι μεταβολές σε διαγράμματα $p - V$, $p - T$ και $V - T$.

840K

36. Αέριο έχει αρχικό όγκο $0,5 \text{ m}^3$, πίεση 1 atm και θερμοκρασία 300 K .

α) Συμπιέζουμε το αέριο στο $1/5$ του αρχικού του όγκου και παρατηρούμε ότι η θερμοκρασία του γίνεται 900 K . Να υπολογιστεί η νέα πίεση P_2 του αερίου.

β) Στη συνέχεια εκτονώνουμε το αέριο ώστε η πίεση να γίνει $1,5 \text{ atm}$ και ο όγκος του $0,4 \text{ m}^3$. Πόση είναι η τελική θερμοκρασία του αερίου T_3 .

$\alpha. 15 \text{ atm}$ $\beta. 360 \text{ K}$

37. Ιδανικό αέριο βρίσκεται στην κατάσταση Α με θερμοδυναμικές συντεταγμένες P_A, V_A , και $T_A = 300 \text{ K}$ και εκτελεί τις ακόλουθες διαδοχικές μεταβολές:

ΑΒ: Ισόχωρη, μέχρι πίεση $2P_A$.

ΒΓ: Ισοβαρή, μέχρι όγκο $4V_A$.

α) Να απεικονιστεί η διεργασία ΑΒΓ σε ποιοτικά διαγράμματα $P-V$, $P-T$ και $V-T$.

β) Να υπολογιστούν οι θερμοκρασίες του αερίου στις καταστάσεις Β και Γ.

$T_B = 600 \text{ K}$, $T_\Gamma = 2400 \text{ K}$

38. Ιδανικό αέριο βρίσκεται στην κατάσταση Α με θερμοδυναμικές συντεταγμένες $P_A = 2 \text{ atm}$, $V_A = 1 \text{ m}^3$, $T_A = 600 \text{ K}$ και εκτελεί τις ακόλουθες διαδοχικές μεταβολές:

ΑΒ: Ισόθερμη εκτόνωση μέχρι όγκο $2V_A$.

ΒΓ: Ισοβαρή εκτόνωση μέχρι όγκο $4V_A$.

α) Να απεικονιστεί η διεργασία ΑΒΓ σε διαγράμματα $P-V$, $P-T$ και $V-T$.

β) Να υπολογιστεί η πίεση στην κατάσταση Β και η θερμοκρασία στην κατάσταση Γ.

$P_B = 1 \text{ atm}$, $T_\Gamma = 1200 \text{ K}$

39. Μια ποσότητα ιδανικού αερίου βρίσκεται στην κατάσταση Α (P_A, V_A, T_A) και εκτελεί τις ακόλουθες αντιστρεπτές διαδοχικές μεταβολές:

ΑΒ: Ισόθερμη εκτόνωση μέχρι να συμβεί $V_B = 2V_A$

ΒΓ: Ισόχωρη ψύξη μέχρι να συμβεί $T_\Gamma = T_A/2$

Να γίνουν τα διαγράμματα $P-V$, $P-T$, $V-T$.

Δίνονται: $P_A = 10^5 \text{ N/m}^2$, $V_A = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ και $T_A = 500 \text{ K}$

40. Ιδανικό αέριο βρίσκεται στην κατάσταση Α με θερμοδυναμικές συντεταγμένες $P_A = 10 \text{ atm}$, $V_A = 1 \text{ m}^3$, $T_A = 600 \text{ K}$ και εκτελεί τις ακόλουθες διαδοχικές μεταβολές:

ΑΒ: Ισόχωρη ψύξη μέχρι $T_B = 300 \text{ K}$.

ΒΓ: Ισόθερμη εκτόνωση μέχρι πίεση $P_\Gamma = P_B/2$.

α) Να γίνει το διάγραμμα $P-V$ και να υπολογιστούν η πίεση P_Γ και ο όγκος V_Γ .

β) Να υπολογιστεί ο αριθμός των mol του αερίου συναρτήσει της σταθεράς R .

$\alpha. P_B = 5 \text{ atm}$, $V_B = 2 \text{ m}^3$, $\beta. n = 1/60 R$

41. Μια ποσότητα ιδανικού αερίου βρίσκεται στην κατάσταση Α (P_A, V_A, T_A) και εκτελεί τις ακόλουθες αντιστρεπτές διαδοχικές μεταβολές:

ΑΒ: Ισόχωρη θέρμανση μέχρι να συμβεί $T_B = 2T_A$

ΒΓ: Ισοβαρή εκτόνωση μέχρι να συμβεί $T_\Gamma = 2T_B$

Να υπολογιστούν τα καταστατικά μεγέθη P_B , V_T και να γίνουν τα διαγράμματα $P-V$, $P-T$, $V-T$.

Δίνονται : $P_A=4 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$, $V_A=10^{-3} \text{ m}^3$ και $T_A=300\text{K}$

$$\alpha. P_B=8 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2, \beta. V_T=2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

42. Μια ποσότητα ιδανικού αερίου καταλαμβάνει όγκο $V_A = 2 \text{ m}^3$ σε πίεση $p_A = 4 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ και θερμοκρασία $T_A = 300\text{K}$. Το αέριο εκτελεί κυκλική μεταβολή που αποτελείται από τις ακόλουθες μεταβολές:

AB: ισοβαρής εκτόνωση με $T_B = 600\text{K}$.

BΓ: ισόχωρη ψύξη.

ΓΑ: ισόθερμη συμπίεση.

Να γράψετε τους νόμους που ισχύουν σε κάθε μεταβολή, να βρείτε τα μεγέθη p , V και T στα σημεία Β και Γ και να παραστήσετε την κυκλική μεταβολή σε διαγράμματα $p-V$, $V-T$ και $p-T$.

$$p_B = 4 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2, V_B = 4 \text{ m}^3, p_T = 2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2, V_T = 4 \text{ m}^3$$

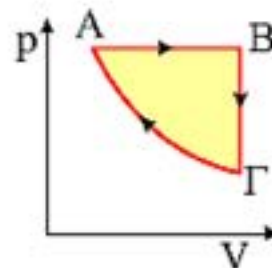
43. Σε δοχείο που κλείνεται με έμβολο περιέχονται 2g He στην κατάσταση Α, με πίεση $P_A=10 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ και $V_A=4,1\text{L}$. Το αέριο διαγράφει την κυκλική μεταβολή που φαίνεται στο σχήμα, όπου η μεταβολή ΓΑ πραγματοποιείται υπό σταθερή θερμοκρασία.

α) Να βρείτε την θερμοκρασία στην κατάσταση Α.

β) Αν η θερμοκρασία στην κατάσταση Β είναι $T_B=3000\text{K}$, να βρείτε τον όγκο και την πίεση την κατάσταση Γ.

γ) Να παραστήσετε την μεταβολή σε διαγράμματα $P-T$ και $V-T$.

Δίνονται και $R=8,314 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$, $M_{\text{He}}=4 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$.



44. Ιδανικό αέριο βρίσκεται στην κατάσταση Α με θερμοδυναμικές συντεταγμένες $P_A = 4 \text{ atm}$, $V_A = 0,1 \text{ m}^3$, $T_A = 1000\text{K}$ και εκτελεί τις ακόλουθες διαδοχικές μεταβολές:

AB: Ισόθερμη εκτόνωση μέχρι όγκο $V_B=4V_A$.

BΓ: Ισοβαρή συμπίεση μέχρι τον αρχικό όγκο.

ΓΑ: Ισόχωρη θέρμανση μέχρι την αρχική κατάσταση, Α.

α) Να απεικονιστεί η διεργασία ABΓΑ σε διαγράμματα $P-V$, $P-T$ και $V-T$.

β) Να υπολογιστούν η πίεση P_B και η θερμοκρασία T_T .

$$\beta. P_B=1 \text{ atm}, T_T=250\text{K}$$

45. Ιδανικό αέριο βρίσκεται στην κατάσταση Α με θερμοδυναμικές συντεταγμένες $P_A = 3 \text{ atm}$, $V_A = 0,1 \text{ m}^3$, $T_A = 150\text{K}$ και εκτελεί τις ακόλουθες διαδοχικές μεταβολές:

AB: Ισοβαρή εκτόνωση μέχρι όγκο $V_B = 0,3 \text{ m}^3$.

BΓ: Ισόχωρη ψύξη μέχρι πίεση P_T .

ΓΑ: Ισόθερμη μέχρι την αρχική κατάσταση Α.

α) Να απεικονιστεί η διεργασία ABΓΑ σε διαγράμματα $P-V$, $P-T$ και $V-T$.

β) Να υπολογιστούν η θερμοκρασία T_B και η πίεση P_T .

$$T_B = 450\text{K}, P_T = 1 \text{ atm}$$

46. Ιδανικό αέριο με αρχικές συνθήκες $V_A = 1 \text{ m}^3$, $P_A = 2 \text{ atm}$ και $T_A = 300\text{K}$ εκτελεί κυκλική μεταβολή ABΓΔΑ, που αποτελείται από τις ακόλουθες διεργασίες:

AB: Ισόχωρη θέρμανση από μέχρι διπλάσια θερμοκρασία.

BΓ: Ισόθερμη μέχρι την αρχική πίεση P_A .

ΓΔ: Ισόχωρη μέχρι την αρχική θερμοκρασία T_A .

ΔΑ: Ισόθερμη μέχρι την αρχική κατάσταση Α.

α) Να παρασταθεί η διεργασία σε διαγράμματα $P-V$, $P-T$ και $V-T$.

β) Να υπολογιστούν οι πιέσεις P_B , και P_D και ο όγκος V_T .

$$P_B = 4 \text{ atm}, P_A = 1 \text{ atm}, V_I = 2 \text{ m}^3$$

47. Μια ποσότητα ιδανικού αερίου βρίσκεται σε μια κατάσταση ισορροπίας Α (P, V, T). Υποβάλλουμε το αέριο στην κυκλική μεταβολή ΑΒΓΔΑ, η οποία αποτελείται από τις εξής επιμέρους μεταβολές:

ΑΒ: θερμαίνεται υπό σταθερή πίεση μέχρι διπλασιασμού του όγκου του,

ΒΓ: εκτονώνεται ισόθερμα μέχρι υποδιπλασιασμού της πίεσης του,

ΓΔ: συμπιέζεται υπό σταθερή πίεση και, τέλος,

ΔΑ: επανέρχεται στην αρχική του κατάσταση με σταθερό όγκο.

Να υπολογιστούν οι τιμές πίεσης, όγκου και θερμοκρασίας στο τέλος κάθε μεταβολής και να παρασταθεί γραφικά η κυκλική μεταβολή σε διάγραμμα p – V.

$$P_B = P, V_B = 2V, T_B = 2T, P_I = P/2, V_I = 4V, T_I = 2T, P_A = P/2, V_A = V, T_A = T/2$$

48. Μια ποσότητα ιδανικού αερίου που βρίσκεται σε πίεση $P_A = 4 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$, θερμοκρασία $T_A = 200 \text{ K}$ και όγκο $V_A = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$, υφίσταται τις ακόλουθες διαδοχικές μεταβολές:

ΑΒ: ισοβαρής εκτόνωση μέχρι ο όγκος του να γίνει $V_B = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$.

ΒΓ: ισόθερμη εκτόνωση μέχρι ο όγκος του να γίνει $V_I = 8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$.

ΓΔ: ισόχωρη ξύξη μέχρι η πίεση του να γίνει $P_A = 10^5 \text{ N/m}^2$.

ΔΕ: ισόθερμη συμπίεση μέχρι ο όγκος του να γίνει $V_E = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$.

α) Να αποδείξετε ότι η κατάσταση Ε συμπίπτει με την Α.

β) Να απεικονίσετε τις μεταβολές του αερίου σε διαγράμματα P-V, P-T και V-T.

49. Ιδανικό αέριο βρίσκεται στην κατάσταση Α με θερμοδυναμικές συντεταγμένες $P_A, V_A, T_A = 300 \text{ K}$ και εκτελεί τις ακόλουθες διαδοχικές μεταβολές:

ΑΒ: Ισοβαρή μέχρι διπλάσιο όγκο.

ΒΓ: Ισόχωρη μέχρι τη μισή πίεση.

ΓΔ: Ισοβαρή μέχρι τον αρχικό όγκο.

ΔΑ: Ισόχωρη μέχρι την αρχική κατάσταση Α.

α) Να απεικονιστεί η διεργασία ΑΒΓΔΑ σε ποιοτικά διαγράμματα P-V, P-T και V-T.

β) Να υπολογιστούν οι απόλυτες θερμοκρασίες του αερίου στις καταστάσεις Β, Γ και Δ.

$$T_B = 600 \text{ K}, T_I = 300 \text{ K}, T_A = 150 \text{ K}$$

50. Κατακόρυφο κυλινδρικό δοχείο περιέχει μια ποσότητα ιδανικού αερίου και σφραγίζεται, στο πάνω μέρος του, από έμβολο βάρους $w = 10 \text{ N}$ και διατομής $A = 2 \text{ cm}^2$, το οποίο μπορεί να ολισθαίνει χωρίς τριβές κατά μήκος των τοιχωμάτων του δοχείου.

α) Να υπολογιστεί η πίεση την οποία ασκεί το αέριο στα τοιχώματα του δοχείου, αν είναι γνωστή η ατμοσφαιρική πίεση ($P_{\text{ατμ}} = 10^5 \text{ N/m}^2$).

β) Το έμβολο αρχικά ισορροπεί σε απόσταση $h = 16 \text{ cm}$ από τη βάση του δοχείου. Πάνω στο έμβολο τοποθετούμε σταδιακά σταθμά συνολικού βάρους $w' = 2 \text{ N}$. Πόσο θα μετακινηθεί το έμβολο μέχρι να ισορροπήσει και πάλι; Να θεωρηθεί ότι κατά τη διάρκεια της διαδικασίας αυτής το αέριο δεν θερμαίνεται και παραμένει σε θερμοκρασία ίση με τη θερμοκρασία του δωματίου (27° C).

γ) Μέχρι ποια θερμοκρασία πρέπει να θερμάνουμε σταδιακά το αέριο ώστε το έμβολο να επανέλθει στην αρχική του θέση;

$$\alpha. 1,5 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 \quad \beta. 1 \text{ cm} \quad \gamma. 320 \text{ K}$$

51. Κατακόρυφο κυλινδρικό δοχείο το οποίο περιέχει μια ποσότητα οξυγόνου σφραγίζεται, στο πάνω μέρος του, με έμβολο βάρους $w = 20\text{N}$ και διατομής $A = 10\text{cm}^2$. Το έμβολο μπορεί να ολισθαίνει στο εσωτερικό του δοχείου χωρίς τριβές. Όταν το έμβολο ισορροπεί, το αέριο καταλαμβάνει όγκο $V = 1\ell$.



- α)** Να υπολογιστεί η πίεση που ασκεί το αέριο στα τοιχώματα του δοχείου.
β) Πόσο θα μετακινηθεί το έμβολο αν το αέριο θερμανθεί από 27°C σε 57°C ; Πως χαρακτηρίζεται η μεταβολή που πραγματοποιείται;
 (Δίνεται ότι η ατμοσφαιρική πίεση είναι $P_{\text{ατμ}} = 10^5\text{N/m}^2$)

α. $1,2 \cdot 10^5\text{N/m}^2$, β. 10cm

52. Κατακόρυφο κυλινδρικό δοχείο σφραγίζεται στο πάνω μέρος του από έμβολο βάρους $w = 100\text{N}$ και διατομής $A = 10\text{cm}^2$. Μέσα στο δοχείο περιέχονται $n = \frac{10}{R}\text{mol}$ ιδανικού αερίου (όπου η σταθερά R είναι εκφρασμένη σε μονάδες S.I.) σε θερμοκρασία $\theta_1 = 27^\circ\text{C}$. Το αέριο εκτονώνεται πολύ αργά υπό σταθερή πίεση μέχρι διπλασιασμού του όγκου του και στη συνέχεια συμπιέζεται υπό σταθερή θερμοκρασία μέχρι τον αρχικό του όγκο.

- α)** Ποιος είναι ο αρχικός όγκος του αερίου;
β) Ποια είναι η τελική πίεση και ποια η τελική θερμοκρασία του αερίου;
γ) Να παρασταθούν (ποιοτικά) οι μεταβολές σε διαγράμματα $p - V$, $p - T$ και $V - T$.
 (Δίνεται ότι η ατμοσφαιρική πίεση είναι $P_{\text{ατμ}} = 10^5\text{N/m}^2$)

α. 15ℓ , β. $4 \cdot 10^5\text{N/m}^2$, 600K

53. Δοχείο με θερμομονωτικά τοιχώματα κλείνεται από πάνω με ευκίνητο θερμομονωτικό έμβολο βάρους 200N , εμβαδού $A=0,4\text{m}^2$ και διαθέτει στρόφιγγα που είναι κλειστή. Το έμβολο ισορροπεί αρχικά σε ύψος $h=83,1\text{cm}$ πάνω από τον πυθμένα του δοχείου το οποίο περιέχει $n=0,2\text{mol}$ αερίου σε θερμοκρασία $T=300\text{K}$. Εάν $R = 8,314\text{J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$:



- α)** Πόση είναι η εξωτερική πίεση;
β) Αν ανοίξουμε τη στρόφιγγα και αφήσουμε να διαφύγει η μισή ποσότητα αερίου να υπολογιστεί το ύψος στο οποίο θα ισορροπήσει και πάλι το έμβολο, αν υποθέσουμε ότι η εξωτερική πίεση διατηρείται σταθερή.

α. 10^3N/m^2 β. $41,55\text{cm}$

54. Ένα κατακόρυφο κυλινδρικό δοχείο διατομής A κλείνεται αεροστεγώς από ένα έμβολο χωρίς τριβή.

- α)** Αν ο κύλινδρος περιέχει $n\text{mol}$ ενός ιδανικού αερίου σε θερμοκρασία T , προσδιορίστε το ύψος h στο οποίο το έμβολο θα ισορροπεί υπό την επίδραση του βάρους του.
β) Ποια είναι η τιμή του h , αν $n = 0,2\text{mol}$, $T = 400\text{K}$, $A = 0,008\text{m}^2$, $B = 200\text{N}$ και $P_{\text{ατμ}} = 1,013 \cdot 10^5\text{N/m}^2$, $R = 8,314\text{J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$;

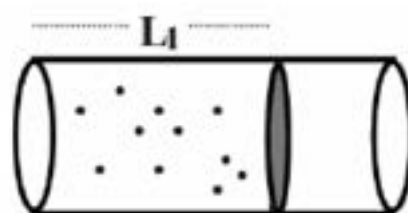
$0,65\text{m}$

55. Μια ποσότητα αερίου βρίσκεται σε δοχείο που κλείνεται με έμβολο βάρους 20N και εμβαδού $A = 10\text{cm}^2$. Όταν το δοχείο είναι οριζόντιο το έμβολο απέχει κατά 24cm από την βάση του δοχείου. Όταν γυρίσουμε όρθιο το δοχείο (με σταθερή θερμοκρασία), πόσο θα απέχει το έμβολο από την βάση; Δίνεται: $P_{\text{ατμ}}=10^5\text{N/m}^2$.



$h' = 20\text{cm}$

56. Ο κυλινδρικός σωλήνας περιέχει ιδανικό αέριο και κλείνεται από έμβολο βάρους $w=5\text{N}$ και εμβαδού διατομής $A=1\text{cm}^2$, το οποίο μπορεί να μετακινείται χωρίς τριβές. Όταν ο σωλήνας είναι οριζόντιος το μήκος του τμήματος που καταλαμβάνει το αέριο είναι $L_1=30\text{cm}$. Η ατμοσφαιρική πίεση είναι $P_{\text{atm}}=10^5\text{N/m}^2$ και η απόλυτη θερμοκρασία $T=300\text{K}$. Να βρείτε το μήκος του σωλήνα που καταλαμβάνει το αέριο αν ο σωλήνας τοποθετηθεί κατακόρυφα:



α) με το έμβολο προς τα πάνω.

β) με το έμβολο προς τα κάτω.

Σε όλη τη διάρκεια του πειράματος η θερμοκρασία διατηρείται σταθερή.

α. 20cm, β. 60cm

57. Το έμβολο που σφραγίζει το δοχείο του σχήματος σταθεροποιείται σε τέτοιο ύψος ώστε ο όγκος που καταλαμβάνει το αέριο στο εσωτερικό του δοχείου να είναι $V = 3\ell$. Η πίεση του αερίου στο εσωτερικό του δοχείου και η θερμοκρασία του είναι, αρχικά, $p = 1,5\text{ atm}$ και $\theta = 27^\circ\text{C}$.



α) Ποια θα είναι η πίεση στο εσωτερικό του δοχείου, αν το αέριο θερμανθεί στους $\theta' = 77^\circ\text{C}$;

β) Αν διατηρήσουμε σταθερή τη θερμοκρασία του αερίου και απελευθερώσουμε το έμβολο, πόσος θα είναι ο όγκος που καταλαμβάνει το αέριο, όταν η πίεση του επανέλθει στην αρχική τιμή της;

α. 1,75 atm, β. 3,5ℓ

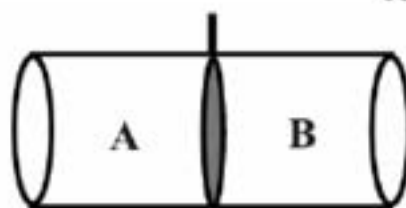
58. Σε πόση πίεση πρέπει να βρίσκεται ποσότητα ηλίου μέσα σε φιάλη όγκου 20ℓ ώστε με αυτή να γεμίσουμε 500 όμοια μπαλόνια σε όγκο 4ℓ και πίεση 1atm . Να θεωρηθεί ότι δοχείο και μπαλόνια βρίσκονται στην ίδια θερμοκρασία.

100atm

59. Σε δοχείο σταθερού όγκου περικλείεται ποσότητα ιδανικού αερίου υπό πίεση p_1 σε θερμοκρασία 27°C . Ανοίγουμε τη στρόφιγγα του δοχείου αφήνοντας να διαφύγει από το δοχείο το $1/3$ της μάζας του αερίου. Στη συνέχεια, κλείνουμε τη στρόφιγγα και θερμαίνουμε το αέριο που απέμεινε στο δοχείο μέχρι η πίεση του να γίνει $2p_1$. Ποια είναι η τελική θερμοκρασία του αερίου;

900K

60. Κυλινδρικό δοχείο χωρίζεται σε δύο ίσων όγκων μέρη A και B με θερμομονωτικό διάφραγμα και περιέχει σε κάθε χώρο ιδανικό αέριο με συνθήκες, στον χώρο A, πίεση P_1 και θερμοκρασία $T_1=300\text{K}$ και στο χώρο B, $P_2=20\text{atm}$ και $T_2=200\text{K}$. Αφαιρούμε το διάφραγμα και όταν αποκατασταθούν στο δοχείο σταθερές συνθήκες διαπιστώνουμε ότι η



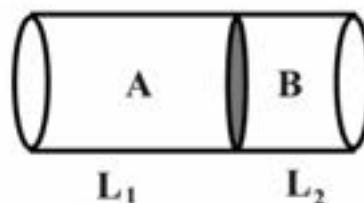
θερμοκρασία είναι 240K και η πίεση 14atm . Να υπολογιστούν:

α) Η αρχική πίεση P_1 του χώρου A.

β) Ο λόγος των mol των αερίων n_1/n_2 στους δύο χώρους.

α. 5atm, β. 1/6

61. Ο οριζόντιος σωλήνας του σχήματος χωρίζεται σε δύο μέρη με λεπτό ευκίνητο έμβολο που ισορροπεί σε τέτοια θέση ώστε τα μήκη των δύο χώρων, Α και Β να έχουν σχέση $L_1/L_2=3/2$. Το υλικό του εμβόλου είναι τέλειος αγωγός της θερμότητας. Στο χώρο Α υπάρχει υδρογόνο, στο χώρο Β υδρογόνο που θεωρούνται ιδανικά, βρίσκονται σε σταθερή θερμοκρασία και η



συνολική ποσότητα των δύο αερίων είναι 2mol. Να υπολογιστούν τα mol του κάθε αερίου.

$$n_A=1,2mol, n_B=0,8mol$$

62. Οριζόντιο κυλινδρικό δοχείο όγκου $V = 140\text{cm}^3$ και σταθερής διατομής $A = 5\text{cm}^2$ φέρει στο εσωτερικό του έμβολο το οποίο απομονώνει θερμικά τα δύο διαμερίσματα του δοχείου. Το έμβολο ισορροπεί αρχικά στο μέσο του δοχείου, ενώ το αέριο και στα δύο διαμερίσματα έχει την ίδια θερμοκρασία. Θερμαίνουμε το αέριο στο διαμέρισμα Α στους 27°C και το αέριο στο διαμέρισμα Β στους 127°C .



α) Προς ποια κατεύθυνση θα μετακινηθεί το έμβολο;

β) Πόσο θα μετατοπιστεί το έμβολο μέχρι να ισορροπήσει;

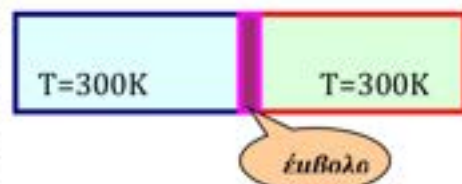
α. προς τα αριστερά, β. 2cm

63. Κυλινδρικό δοχείο με αδιαβατικά τοιχώματα χωρίζεται με θερμομονωτικό ευκίνητο έμβολο σε δύο μέρη Α και Β. Αρχικά σε κάθε μέρος υπάρχει ποσότητα ιδανικού αερίου στην ίδια θερμοκρασία και το έμβολο ισορροπεί έτσι ώστε $V_A=2V$ και $V_B=V$. Μεταβάλλουμε τη θερμοκρασία του κάθε χώρου χωριστά με θέρμανση, έτσι ώστε στο χώρο Α να γίνει 600K και στο χώρο Β, 300K. Όταν το έμβολο ισορροπήσει και πάλι, να υπολογιστεί ο λόγος, $\lambda = V_A'/V_B'$.



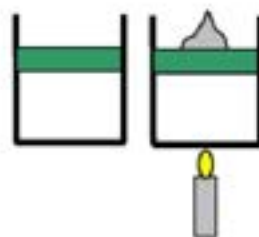
$$\lambda=4$$

64. Ένα δοχείο μήκους $l=32\text{cm}$ χωρίζεται σε δύο ίσους χώρους με ένα θερμομονωτικό έμβολο που ηρεμεί. Στους δύο χώρους περιέχεται αέρας θερμοκρασίας 300K. Θερμαίνουμε πολύ αργά τον ένα χώρο μέχρι η θερμοκρασία να γίνει 500K ενώ η θερμοκρασία του άλλου χώρου παραμένει σταθερή. Να υπολογισθεί η μετατόπιση του εμβόλου.



4cm δεξιά

65. Μια ποσότητα αερίου βρίσκεται σε δοχείο που κλείνεται με έμβολο εμβαδού 10cm^2 και μάζας 2kg . Η θερμοκρασία του αερίου είναι 27°C . Θερμαίνουμε το αέριο και για να μην μετακινείται το έμβολο ρίχνουμε πάνω του αργά – αργά άμμο. Σε μια στιγμή έχουμε προσθέσει 2kg άμμο. Ποια είναι η θερμοκρασία του αερίου τη στιγμή αυτή; Δίνονται: $P_{\text{ατμ}}=10^5\text{N/m}^2$ και $g=10\text{m/s}^2$.



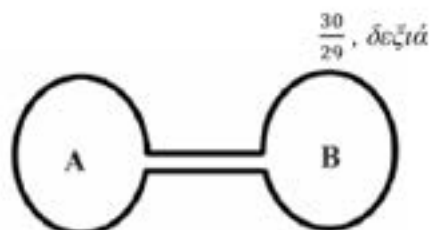
350K

66. Δύο δοχεία ίσου όγκου V συνδέονται με σωλήνα αμελητέου όγκου, στον οποίο ισορροπεί σταγόνα υδραργύρου. Τα δοχεία περιέχουν H_2 σε θερμοκρασίες $\theta_1=17^\circ\text{C}$ και $\theta_2=27^\circ\text{C}$.

α) Ποια είναι η σχέση μαζών H_2 στα δύο δοχεία;

β) Αν η θερμοκρασία και των δύο δοχείων αυξηθεί κατά 10°C , προς ποια κατεύθυνση θα κινηθεί η σταγόνα;

67. Τα δύο δοχεία A και B του σχήματος περιέχουν ιδανικό αέριο σε θερμοκρασία 300K πίεση $p_0=10^5\text{N/m}^2$ και έχουν όγκους $V_A=50\text{L}$ και $V_B=40\text{L}$ και επικοινωνούν με λεπτό σωλήνα. Τοποθετούμε το δοχείο A σε λουτρό σταθερής θερμοκρασίας $T_A=500\text{K}$ και το δοχείο B σε λουτρό σταθερής θερμοκρασίας $T_B=400\text{K}$. Να βρείτε την τελική πίεση του αερίου.



$1,5 \cdot 10^5\text{N/m}$

68. Δύο δοχεία έχουν τον ίδιο όγκο $V_0 = 2,5\ell$ και συνδέονται με σωλήνα αμελητέου όγκου. Σε κάθε δοχείο υπάρχουν ποσότητες αερίου υδρογόνου σε θερμοκρασία $T_0 = 300\text{K}$ οι οποίες ασκούν πίεση $p_0 = 10^5\text{N/m}^2$. Θερμαίνουμε το δοχείο A σε θερμοκρασία $T_1 = 350\text{K}$ και ψύχουμε το δοχείο B σε θερμοκρασία $T_2 = 250\text{K}$. Να υπολογιστούν:

α) η τελική πίεση του αερίου και

β) η μάζα του υδρογόνου που μετακινείται από το ένα δοχείο στο άλλο.

Δίνονται: $R = 8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$ και η γραμμομοριακή μάζα του υδρογόνου

$M_{\text{H}_2} = 2 \cdot 10^{-3}\text{kg/mol}$.

α. $0,97 \cdot 10^5\text{N/m}^2$, β. $\Delta m \approx 32,8 \cdot 10^{-6}\text{kg}$

69. Μια σφαίρα διαμέτρου 20cm περιέχει ένα ιδανικό αέριο σε πίεση 1atm και θερμοκρασία 20°C . Καθώς η σφαίρα θερμαίνεται στους 100°C , το αέριο μπορεί να διαφεύγει από τη σφαίρα. Η βαλβίδα της σφαίρας κλείνεται και η σφαίρα τοποθετείται σε ένα λουτρό πάγου-νερού θερμοκρασίας 0°C .

α) Πόσα mol αερίου διέφυγαν από τη σφαίρα καθώς αυτή θερμαινόταν;

β) Ποια είναι η πίεση στη σφαίρα όταν βρίσκεται στο λουτρό νερού-πάγου;

Δίνονται: $1\text{atm}=10^5\text{N/m}^2$

α. $0,03\text{mol}$ β. $0,73 \cdot 10^5\text{N/m}^2$

71. Μια ποσότητα ιδανικού αερίου έχει σε θερμοκρασία $T_1 = 300\text{K}$ και σε πίεση $p_1 = 10^5 \text{ N/m}^2$ πυκνότητα $\rho_1 = \frac{15}{8} \text{ kg/m}^3$. Να βρείτε την ενεργό ταχύτητα των μορίων του αερίου σε θερμοκρασία $T_1 = 300\text{K}$ και σε θερμοκρασία $T_2 = 400\text{K}$.

$$v_{ev(1)} = 400 \text{ m/s}, v_{ev(2)} = \frac{800\sqrt{3}}{3} \text{ m/s}$$

72. Ένα δοχείο όγκου $V = 0,04\text{m}^3$ περιέχει αέριο He που τα μόρια του έχουν ενεργό ταχύτητα $v_{ev} = 2 \cdot 10^3 \text{ m/s}$. Η ολική κινητική ενέργεια των μορίων του He είναι $E_k = 4 \cdot 10^3 \text{ J}$. Να βρείτε:

- α) τον αριθμό των moles του He που περιέχονται στο δοχείο,
β) την πίεση που ασκεί το He στα τοιχώματα του δοχείου.

Δίνεται: $M_{\text{He}} = 4 \text{ kg/mol}$

$$\alpha. 0,5 \text{ moles}, \beta. \frac{2}{3} \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

73. Ποσότητα ηλίου (He), $n=3$ moles περιέχεται σε δοχείο, όγκου $V = 2\text{m}^3$ και παρουσιάζει πίεση $P = 10^6 \text{ N/m}^2$. Να υπολογιστούν:

- α) Η μάζα του αερίου.
β) Η πυκνότητα του αερίου.
γ) Ο αριθμός των μορίων.
δ) Η μέση κινητική ενέργεια των μορίων.
ε) Αν υποδιπλασιαστεί ο όγκος υπό σταθερή πίεση, πώς θα μεταβληθεί η $\bar{K}$;

Δίνονται η γραμμομοριακή μάζα του He, $M_r = 4 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$ και $N_A = 6,023 \cdot 10^{23}$ μόρια/mol.

$$\alpha. 12 \cdot 10^{-3} \text{ kg}, \beta. \rho = 6 \cdot 10^{-3} \text{ kg/m}^3, \gamma. N = 3N_A, \delta. \bar{K} = 16 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

74. α) Πόση είναι η μέση κινητική ενέργεια του κάθε μορίου ιδανικού αερίου θερμοκρασίας 300K ;

β) Πόσα μόρια αερίου πρέπει να εισάγουμε σε δοχείο όγκου 1000L , ώστε η θερμοκρασία να είναι 300K και η πίεση 1atm ; Δίνεται $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$ και ότι $1\text{atm} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$.

$$\alpha. \bar{K} = 621 \cdot 10^{-23} \text{ J}, \beta. N = 24,5 \cdot 10^{24} \text{ μόρια}$$

75. Να υπολογιστεί η ενεργός ταχύτητα v_{ev} των μορίων υδρογόνου και οξυγόνου σε 27°C . Δίνονται $R = 8,31 \text{ J/mole} \cdot \text{K}$ και οι γραμμομοριακές μάζες του H_2 , ίση με 2g/mole και O_2 ίση με 32g/mole .

$$v_{ev(\text{H})} = 1394 \text{ m/s}, v_{ev(\text{O})} = 483 \text{ m/s}$$

76. Κύλινδρος περιέχει μίγμα αερίων υδρογόνου και οξυγόνου σε θερμική ισορροπία. Να βρεθούν οι λόγοι:

- α) Των μέσων κινητικών ενεργειών των μορίων υδρογόνου προς του οξυγόνου.
β) Των ενεργών ταχυτήτων των μορίων υδρογόνου προς του οξυγόνου.
Δίνονται οι γραμμομοριακές μάζες του H_2 , ίση με 2g/mole και O_2 ίση με 32g/mole .

$$\alpha. 1, \beta. 4$$

77. Ποσότητα ιδανικού μονοατομικού αερίου έχει σε θερμοκρασία T , πίεση $p = 4 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ και πυκνότητα $\rho = 0,3 \text{ kg/m}^3$. Πόση θα γίνει η ενεργός ταχύτητα των μορίων του αερίου αν η θερμοκρασία του τετραπλασιαστεί;

$$v_{ev} = 4 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

78. Σε δοχείο όγκου 1ℓ περιέχονται $N=3\cdot 10^{20}$ μόρια ιδανικού αερίου που κινούνται με ενεργό ταχύτητα $u_{ev}=10^3$ m/s, ενώ η μάζα του κάθε μορίου είναι $m=10^{-25}$ kg. Να υπολογιστούν:

α) Η πίεση P του αερίου.

β) Η απόλυτη θερμοκρασία T .

γ) Η πυκνότητα ρ του αερίου.

Δίνεται $k=1,38\cdot 10^{-23}$ J/K.

$$10^4 \text{ N/m}^2, \beta. 2415,5 \text{ K}, \gamma. 0,03 \text{ kg/m}^3$$

79. Σε πόση θερμοκρασία βρίσκεται ποσότητα ιδανικού αερίου A_1 , αν τα μόρια αυτού έχουν την ίδια ενεργό ταχύτητα με τα μόρια άλλου ιδανικού αερίου A_2 το οποίο βρίσκεται σε θερμοκρασία $T_2=400$ K. Δίνεται η σχέση των γραμμομοριακών μαζών των δύο αερίων, $M_1=2\cdot M_2$.

$$800 \text{ K}$$

80. Σε δοχείο όγκου 1m^3 περιέχεται αέριο He σε θερμοκρασία 300K και πίεση 10^4 N/m².

α) Πόσα μόρια He περιέχονται.

β) Πόση είναι η μέση κινητική ενέργεια του κάθε μορίου.

γ) Πόση είναι η u_{ev} ενεργός ταχύτητα των μορίων.

δ) Αν εκτονώσουμε το αέριο σε διπλάσιο όγκο υπό σταθερή θερμοκρασία πόση θα γίνει η μέση κινητική ενέργεια του κάθε μορίου;

Δίνεται ότι 1 mol He έχει μάζα $4\cdot 10^{-3}$ kg και $R=8,31\text{J/mole}\cdot\text{K}$, $k=1,38\cdot 10^{-23}$ J/K.

$$\alpha. 24\cdot 10^{23}, \beta. 621\cdot 10^{-23}\text{J}, \gamma. 1367\text{m/s}$$

81. Σε δοχείο όγκου $0,2\text{m}^3$ περιέχονται $n_1=2\text{mol}$ ηλίου και $n_2=4\text{mol}$ αργού και η πίεση του μίγματος είναι 10^5N/m^2 . Να βρεθεί η ενεργός ταχύτητα των μορίων του αργού. Δίνεται η γραμμομοριακή μάζα του αργού, 40g/mol .

$$u_{ev}= 500\text{m/s}$$

82. Σε μια μεταβολή AB ενός ιδανικού αερίου έχουμε ότι $P_B=32P_A$ και $V_B=V_A/4$. Να υπολογιστεί ο λόγος των μέσων κινητικών ενεργειών, K_B/K_A .

$$K_B/K_A=8$$

83. Μια ποσότητα αζώτου με μάζα $m=8,4\text{kg}$ έχει πυκνότητα $\rho=4,2\text{kg/m}^3$ και η ενεργός ταχύτητα των μορίων του είναι $u_{ev}=500\text{m/s}$. Να υπολογιστούν:

α) Η πίεση που ασκεί το αέριο στα τοιχώματα του δοχείου.

β) Ο όγκος και ο αριθμός των μορίων του αερίου.

γ) Η μέση μεταφορική κινητική ενέργεια των μορίων.

Δίνονται $N_A=6\cdot 10^{23}$ μόρια/mol, $k=1,4\cdot 10^{-23}$ J/K και το μοριακό βάρος του αζώτου $M_B=28$.

$$\alpha. 3,5\cdot 10^5\text{N/m}^2, \beta. V=2\text{m}^3, N=18\cdot 10^{25}\text{μόρια}, \gamma. 5,8\cdot 10^{-21}\text{J}$$

84. Σε ένα δοχείο περιέχεται ιδανικό αέριο σε θερμοκρασία T . Να βρείτε:

α) την τετραγωνική ρίζα της μέσης τιμής των τετραγώνων των ταχυτήτων των μορίων

(ενεργό ταχύτητα, $u_{ev} = \sqrt{u^2}$),

β) τη μέση κινητική ενέργεια των μορίων,

γ) τη μεταβολή της ορμής ενός μορίου το οποίο συγκρούεται ελαστικά με το τοίχωμα του δοχείου πέφτοντας κάθετα με ταχύτητα ίση με την ενεργό ταχύτητα.

Δίνεται: η γραμμομοριακή μάζα M του αερίου, ο αριθμός του Avogadro N_A και η παγκόσμια σταθερά των αερίων R .

$$\alpha. v_{ev} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}, \beta. \overline{E_K} = \frac{3}{2} \cdot \frac{R}{N_A} T, \gamma. \Delta p = 2 \cdot \frac{M}{N_A} \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

85. Τα δοχεία Α και Β του διπλανού σχήματος περιέχουν He και επικοινωνούν με πολύ λεπτό σωλήνα, ο οποίος κλείνει με στρόφιγγα. Η στρόφιγγα αρχικά είναι κλειστή. Το δοχείο Α έχει όγκο V_A και το αέριο βρίσκεται σε θερμοκρασία $T_A = 300K$ και πίεση



$p_A = 1 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$, ενώ το δοχείο Β έχει όγκο $V_B = 2 \cdot V_A$ και το αέριο βρίσκεται σε θερμοκρασία $T_B = 400K$ και πίεση $p_B = 2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$. Ανοίγουμε τη στρόφιγγα και μετά την αποκατάσταση της θερμοδυναμικής ισορροπίας το αέριο αποκτά θερμοκρασία $T = 360K$. Να βρείτε:

α) την τελική πίεση του αερίου,

β) τη μέση κινητική ενέργεια και την ενεργό ταχύτητα των μορίων του αερίου τελικά.

Δίνονται: $R = 8,314 \frac{J}{mol \cdot K}$, $N_A = 6 \cdot 10^{23}$ μόρια/mol και $M_{He} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$.

$$\alpha. 1,6 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2, \beta. \overline{E_K} = 7,48 \cdot 10^{-21} \text{ J}, v_{ev} = 1498 \text{ m/s}$$

86. Οριζόντιος κυλινδρικός σωλήνας, κλειστός στις δύο άκρες του, χωρίζεται σε δύο διαμερίσματα με αγωγίμο έμβολο. Στο ένα διαμέρισμα υπάρχει αέριο O_2 και στο άλλο αέριο H_2 . Αν θεωρήσουμε τα δύο αέρια ιδανικά και για το O_2 η $v_{ev} = 1000 \text{ m/s}$, να βρείτε την v_{ev} του H_2 .



Δίνονται: $M_{O_2} = 32 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$ και $M_{H_2} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$.