

Οδηγός Επιτυχίας
ΓΙΑ ΤΙΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

νέο φροντιστήριο

Β ΛΥΚΕΙΟΥ

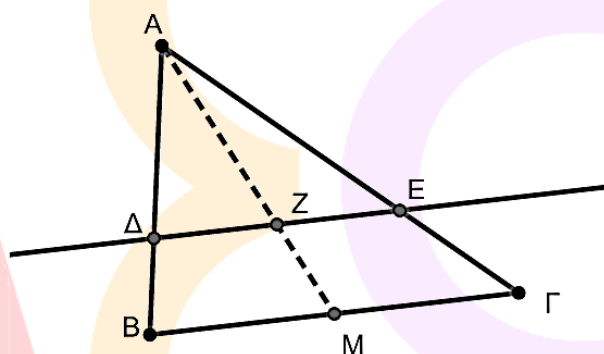
ΑΝΘΡΩΠΙΣΤΙΚΕΣ ΣΠΟΥΔΕΣ

ΘΕΜΑ 2

01. Θεωρούμε τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB=6$ και $A\Gamma=9$. AM είναι η διάμεσος του τριγώνου και το σημείο Z εσωτερικό στην AM ώστε να σχηματίζει λόγο $\frac{AZ}{AM} = \frac{2}{3}$. Από το σημείο Z φέρουμε ευθεία παράλληλη στην πλευρά $B\Gamma$, που τέμνει τις πλευρές AB και $A\Gamma$ στα σημεία Δ και E αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι : $\frac{A\Delta}{AB} = \frac{2}{3}$ και $\frac{AE}{E\Gamma} = 2$. (Μονάδες 15)

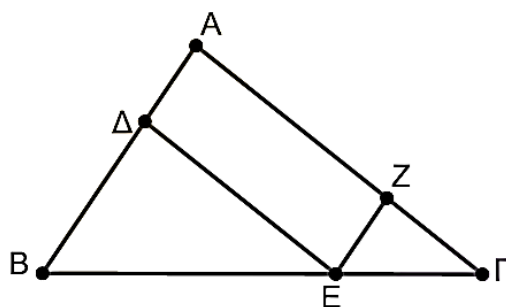
β) Να υπολογίσετε τα μήκη των τμημάτων $A\Delta$ και $E\Gamma$. (Μονάδες 10)



02. Δίνεται το τρίγωνο $AB\Gamma$ και τα σημεία Δ , E και Z των πλευρών του AB , $B\Gamma$ και $A\Gamma$ αντίστοιχα, ώστε η ΔE να είναι παράλληλη στην $A\Gamma$. Επίσης $AB = 3A\Delta$.

α) Να βρείτε τους λόγους $\frac{B\Delta}{A\Delta}$ και $\frac{BE}{E\Gamma}$. (Μονάδες 15)

β) Αν επιπλέον γνωρίζετε ότι $A\Gamma = 3,9$ και $\Gamma Z = 1,3$ να αποδείξετε ότι η ZE είναι παράλληλη της AB . (Μονάδες 10)



03. Δίνονται δύο τρίγωνα ABΓ και ΔΕΖ για τα οποία γνωρίζουμε ότι:

$AB = 9$, $ΑΓ = 15$ και $\hat{A} = 48^\circ$, $ZΔ = 12$, $ZE = 20$ και $\hat{Z} = 48^\circ$.

α) Να δικαιολογήσετε γιατί τα τρίγωνα ABΓ και ΔΕΖ είναι όμοια. (Μονάδες 13)

β)

- i. Να γράψετε τους λόγους των ομόλογων πλευρών των δυο τριγώνων.
- ii. Να βρείτε το λόγο ομοιότητάς τους.

(Μονάδες 12)

04. Για δύο ισοσκελή τρίγωνα ABΓ ($AB = ΑΓ$) και ΕΔΖ ($ΕΔ = ΕΖ$) γνωρίζουμε ότι:

$\hat{A} = 48^\circ$, $\hat{Z} = 66^\circ$ και $AB = 3 \cdot ΕΔ$.

α) Να δικαιολογήσετε γιατί τα τρίγωνα ABΓ και ΕΔΖ είναι όμοια. (Μονάδες 13)

β)

- i. Να γράψετε τους ίσους λόγους που προκύπτουν από την ομοιότητα των δυο τριγώνων
- ii. Να βρείτε το λόγο των βάσεων των δυο τριγώνων.

(Μονάδες 12)

05. Δίνονται δύο τρίγωνα ABΓ και ΔΕΖ για τα οποία γνωρίζουμε ότι:

$\hat{A} = 48^\circ$, $\hat{B} = 53^\circ$, $\hat{E} = 79^\circ$ και $\hat{Z} = 48^\circ$.

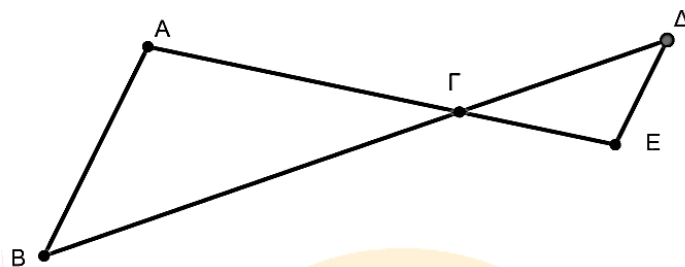
α) Να δικαιολογήσετε γιατί τα τρίγωνα ABΓ και ΔΕΖ είναι όμοια. (Μονάδες 10)

β)

- i. Ποιες είναι οι ομόλογες πλευρές των δύο τριγώνων; (Μονάδες 9)
- ii. Να γράψετε την ισότητα των λόγων των ομόλογων πλευρών των δυο τριγώνων.

(Μονάδες 6)

06. Στο παρακάτω σχήμα τα τμήματα AB και DE είναι παράλληλα και τα τμήματα AG και GE είναι τέτοια, ώστε $AG=2GE$.



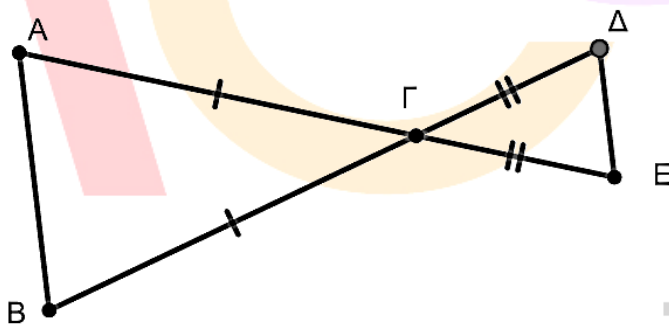
α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ABG και EDG είναι όμοια. (Μονάδες 13)

β)

- i. Να γράψετε τους λόγους των ομόλογων πλευρών των δύο τριγώνων.
- ii. Ποιος είναι ο λόγος ομοιότητας των δύο τριγώνων;

(Μονάδες 12)

07. Στο παρακάτω σχήμα τα ευθύγραμμα τμήματα AE και BD τέμνονται στο $Γ$, τα τρίγωνα $ΓAB$ και $ΓDE$ που σχηματίζονται είναι ισοσκελή και οι βάσεις τους AB και DE είναι τέτοιες, ώστε $AB = 2 \cdot DE$.



α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $ΓAB$ και $ΓDE$ είναι όμοια. (Μονάδες 13)

β)

- i. Να γράψετε την ισότητα των λόγων που προκύπτει από την ομοιότητα των τριγώνων του ερωτήματος α).
- ii. Ποια σχέση συνδέει τις πλευρές AG και GE των δύο τριγώνων;

(Μονάδες 12)

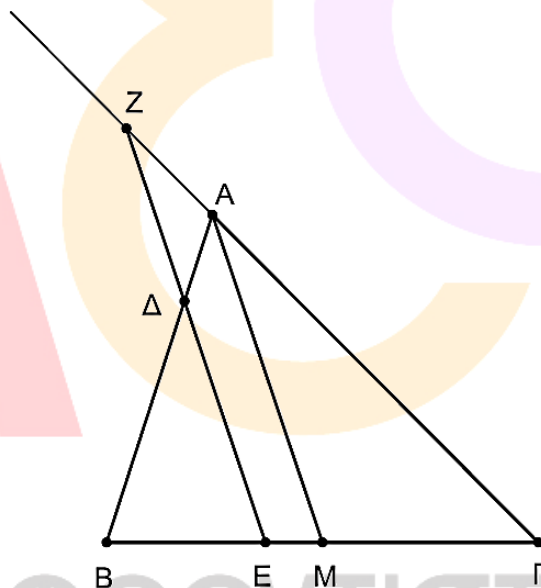
08. Τα μήκη των πλευρών α, β, γ του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι : $\alpha=7, \beta=3$ και $\gamma=5$.

α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι αμβλυγώνιο. (Μονάδες 12)

β) Να σχεδιάσετε την προβολή της πλευράς AB στην πλευρά $A\Gamma$ και να υπολογίσετε το μήκος της. (Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 4

09. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$. Θεωρούμε AM τη διάμεσό του και E τυχαίο σημείο του τμήματος BM . Από το E φέρουμε ευθεία παράλληλη στην AM που τέμνει την πλευρά AB στο Δ και την προέκταση της ΓA στο Z .



α) Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω ισότητες και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας:

i. $\frac{DE}{\dots} = \frac{\dots}{BM} = \frac{BD}{\dots}$

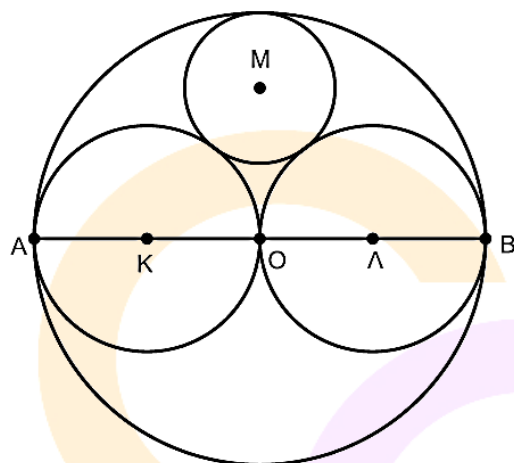
ii. $\frac{\dots}{AM} = \frac{GE}{\dots} = \frac{\dots}{GA}$

(Μονάδες 12)

β) Να αποδείξετε ότι $DE + EZ = 2AM$ για οποιαδήποτε θέση του E στο BM .

(Μονάδες 13)

- 10.** Δύο ίσοι κύκλοι (K,R) και (Λ,R) εφάπτονται εξωτερικά στο σημείο O . Ένας τρίτος κύκλος (M,ρ) εφάπτεται εξωτερικά με τους δύο κύκλους κέντρων K και Λ . Με κέντρο το σημείο O και ακτίνα $2R$ γράφουμε κύκλο, ο οποίος εφάπτεται εξωτερικά των 3 παραπάνω κύκλων, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



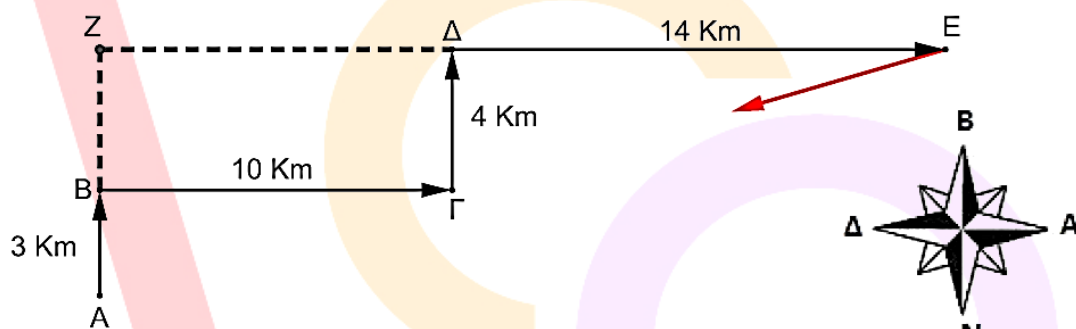
- α) Στον παρακάτω πίνακα, στη στήλη Α είναι οι διάκεντροι KM , ΛM και OM των κύκλων με κέντρα K , Λ , M και O και στη στήλη Β τα μήκη των διακεντρών αυτών. Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία της στήλης Α με τα αντίστοιχα της στήλης Β, γράφοντας στην κόλλα σας μόνο τις αντιστοιχίες. (Μονάδες 06)

Στήλη Α	Στήλη Β
Διάκεντρος	Μήκος
1. $K\Lambda$	i. R
2. ΛM	ii. $2R$
3. OM	iii. $R+\rho$
	iv. $2R-\rho$

β)

- Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $M\Lambda K$ είναι ισοσκελές και ότι το τμήμα MO είναι το ύψος προς τη βάση του. (Μονάδες 06)
- Να βρείτε την ακτίνα ρ του κύκλου κέντρου M ως συνάρτηση του R , όπου R η ακτίνα των κύκλων κέντρων K και Λ . (Μονάδες 13)

11. Δύο κινητά βρίσκονται στο σημείο Α και σκοπεύουν να μεταβούν στο σημείο Ε, που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Το ένα κινητό ξεκινάει από ένα σημείο Α και κινείται βόρεια 3 χιλιόμετρα, κατόπιν συνεχίζει 10 χιλιόμετρα ανατολικά, στη συνέχεια προχωράει 4 χιλιόμετρα βόρεια και τέλος 14 χιλιόμετρα ανατολικά καταλήγοντας στο σημείο Ε. Το δεύτερο κινητό ξεκινάει από το σημείο Α κινείται βόρεια μέχρι το σημείο Ζ και συνεχίζει ανατολικά μέχρι το σημείο Ε. Όταν συναντιούνται στο σημείο Ε επιστρέφουν μαζί στο σημείο Α κινούμενα ευθύγραμμα.



α)

- Πόσα χιλιόμετρα διάνυσε το κάθε κινητό από το σημείο Α στο σημείο Ε με τον τρόπο που κινήθηκε; (Μονάδες 05)
- Να βρείτε την απόσταση ΑΕ που διάνυσαν τα δύο κινητά κατά την επιστροφή από το σημείο Ε στο σημείο Α κινούμενα ευθύγραμμα. (Μονάδες 12)

β) Επιστρέφοντας τα δύο κινητά από το σημείο Ε στο σημείο Α, θα περάσουν από το σημείο Γ; Να αιτιολογήσετε πλήρως την απάντησή σας. (Μονάδες 08)

νέο φροντιστήριο



νέο φροντιστήριο