

	ΜΑΘΗΜΑ - ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΗ ΥΛΗ		Μαθηματικά Β' Λυκείου Προσανατολισμού
	ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ	Σ	Κατάρα Όλγα – Παπαδοπούλου Βάλια
	ΤΜΗΜΑ		
	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ	Α	ΙΛΙΟΥ
	ΔΙΑΡΚΕΙΑ		2 ώρες

ΘΕΜΑ Α

- A1.** Να δείξετε ότι η εφαπτομένη του κύκλου $C: x^2 + y^2 = \rho^2$ στο σημείο του $A(x_1, y_1)$ έχει εξίσωση $xx_1 + yy_1 = \rho^2$.
- A2.** Πότε η εξίσωση $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ παριστάνει κύκλο; Ποιο είναι το κέντρο του και ποια η ακτίνα του;
- A3.** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ).
- Η εξίσωση $x^2 + y^2 = \rho^2$ παριστάνει κύκλο.
 - Ο κύκλος με κέντρο $K(x_0, y_0)$ και ακτίνα ρ έχει εξίσωση $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = \rho^2$.
 - Αν $A^2 + B^2 - 4\Gamma = 0$, τότε η εξίσωση $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ παριστάνει ένα μόνο σημείο το $K\left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}\right)$.
 - Ο κύκλος $C: x^2 + y^2 = 1$ λέγεται μοναδιαίος.
 - Η ακτίνα του κύκλου $x^2 + y^2 = \rho^2$ είναι ρ .

(Μονάδες 9+6+10)

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται οι κύκλοι $C_1: x^2 + y^2 = 4$ και $C_2: x^2 + y^2 - 2x = 0$.

- B1.** Να βρείτε τις εφαπτομένες του κύκλου C_1 που διέρχονται από το σημείο $P(2, 4)$.
- B2.** Να δείξετε ότι οι κύκλοι C_1, C_2 εφάπτονται εσωτερικά και στη συνέχεια να βρείτε τη μέγιστη απόσταση των σημείων M_1, M_2 , όπου το M_1 ανήκει στο κύκλο C_1 και το M_2 στον κύκλο C_2 .

B3. Αν A, B δύο σημεία του κύκλου C_2 , συμμετρικά ως προς τον άξονα $x'x$ με $(AB)=2$, να δείξετε ότι $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = 0$.

B4. Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη απόσταση ενός σημείου M του κύκλου C_1 από την ευθεία $\varepsilon: 3x - 4y + 15 = 0$.

(Μονάδες 7+6+7+5)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται ο κύκλος C που εφάπτεται στον άξονα $y'y$ στο σημείο $A(0, 4)$ και το κέντρο του βρίσκεται στην ευθεία $\varepsilon: 4x - 3y = 0$.

Γ1. Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου C .

Γ2. Να βρείτε τις εφαπτομένες του κύκλου που είναι παράλληλες στην ευθεία ε .

Γ3. Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη απόσταση του $O(0, 0)$ από τον κύκλο.

Γ4. Αν δύο σημεία M_1, M_2 κινούνται στον κύκλο C , ώστε $(M_1M_2)=6$, να δείξετε ότι $|\vec{OM}_1 + \vec{OM}_2| = 10$.

(Μονάδες 6+6+6+7)

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η εξίσωση $x^2 + y^2 - 1 + 2\lambda(x - 2y + 1) = 0$, (1).

Δ1. Να δείξετε ότι για κάθε τιμή του λ η (1) παριστάνει κύκλο.

Δ2. Να βρείτε το γεωμετρικό τόπο των κέντρων των κύκλων που ορίζονται από τη σχέση (1).

Δ3. Να δείξετε ότι όλοι οι κύκλοι που ορίζονται από τη σχέση (1) διέρχονται από δύο σταθερά σημεία.

Δ4. Να βρείτε την εξίσωση της κοινής χορδής των κύκλων που ορίζονται από τη σχέση (1).

(Μονάδες 5+6+7+7)

Καλή επιτυχία