

	ΜΑΘΗΜΑ - ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΗ ΥΛΗ		ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣ.
	ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ	ΚΑΤΑΡΑ ΟΛΓΑ	
	ΤΜΗΜΑ	Β' ΛΥΚΕΙΟΥ	
	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ		
	ΔΙΑΡΚΕΙΑ		

ΘΕΜΑ 1

A) Θεωρούμε δύο σημεία $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$. Εάν το μέσο το τμήματος είναι το σημείο M να αποδείξετε ότι οι συντεταγμένες του μέσου είναι:

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad \text{και} \quad y = \frac{y_1 + y_2}{2}.$$

(Μονάδες 7)

B) Να αποδείξετε ότι για δύο κάθετα διανύσματα $\vec{a}$ και $\vec{\beta}$, το γινόμενο των συντελεστών διεύθυνσης των δύο διανυσμάτων ισούται με -1 , δηλαδή ισχύει η σχέση:

$$\vec{a} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 \lambda_2 = -1$$

(Μονάδες 8)

Γ) Να χαρακτηρίσετε τις ακόλουθες προτάσεις ως σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ):

- Εάν ισχύει $|\vec{a}| = \lambda \cdot |\vec{\beta}|$ τότε ισχύει ότι $\vec{a} // \vec{\beta}$.
- Ισχύει πάντα ότι $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$.
- Δύο διανύσματα $\vec{a}$ και $\vec{\beta}$ είναι κάθετα εάν ισχύει ότι $\vec{a} \cdot \vec{\beta} = -1$.
- Η διανυσματική ακτίνα του μέσου M ενός τμήματος AB με σημείο αναφοράς το O δίνεται από την ισότητα

$$\overrightarrow{OM} = \frac{\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}}{2}$$

- Εάν $\vec{a} = (x, y)$ τότε $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}$

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 2

Δίνονται τα σημεία $A(0,5)$ και $\Delta(4,5)$ και τα διανύσματα $\overrightarrow{AB} = (3, -3)$ και $\overrightarrow{A\Gamma} = (3,1)$.

α) Να αποδείξετε ότι το σημείο Γ έχει συντεταγμένες $\Gamma(3,6)$.

(Μονάδες 11)

β)

i. Να βρείτε τις συντεταγμένες του διανύσματος $\overrightarrow{\Gamma\Delta}$.

(Μονάδες 6)

ii. Να αποδείξετε ότι $\overrightarrow{AB} // \overrightarrow{\Gamma\Delta}$.

(Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 3

Δίνεται παραλληλόγραμμο ΟΑΓΒ με $\overrightarrow{OA} = \vec{\alpha}$ και $\overrightarrow{OB} = \vec{\beta}$, όπου $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ είναι μη μηδενικά διανύσματα.

α) Να δείξετε ότι:

i. $|\overrightarrow{OG}|^2 = |\vec{\alpha}|^2 + 2\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} + |\vec{\beta}|^2.$

(Μονάδες 9)

ii. $|\overrightarrow{AB}|^2 = |\vec{\alpha}|^2 - 2\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} + |\vec{\beta}|^2.$

(Μονάδες 9)

β) Αν $|\overrightarrow{OG}| = |\overrightarrow{AB}|$, να δείξετε ότι το ΟΑΓΒ είναι ορθογώνιο.

(Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 4

Θεωρούμε τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ με $|\vec{\alpha}| = 2$, $|\vec{\beta}| = 4$, $(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \frac{\pi}{3}$ και τα διανύσματα

$$\vec{\gamma} = \vec{\alpha} - \vec{\beta} \text{ και } \vec{\delta} = 2\vec{\alpha} + \vec{\beta}.$$

α) Να βρείτε το $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$.

(Μονάδες 5)

β) Να βρείτε το $\vec{\gamma} \cdot \vec{\delta}$.

(Μονάδες 7)

γ) Να βρείτε τα $|\vec{\gamma}|, |\vec{\delta}|$

(Μονάδες 8)

δ) Να βρείτε τη γωνία $(\vec{\gamma}, \vec{\delta})$.

(Μονάδες 5)

Καλή επιτυχία!