

**Θέμα Α**

A.1) Να αποδείξετε ότι για κάθε γωνία $\omega \in \mathbf{R}$ ισχύουν οι σχέσεις:

$$\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$$

&

$$\epsilon\phi\omega \cdot \sigma\phi\omega = 1.$$

(Μονάδες 9)

A.2) Πότε λέμε ότι μία συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα στο πεδίο ορισμού της;

(Μονάδες 6)

A.3) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ):

1. Για κάθε γωνία θ ισχύει ότι $\eta\mu^2\theta - \sigma\upsilon\nu^2\theta = 1$.
2. Μία συνάρτηση f , με πεδίο ορισμού ένα σύνολο A , λέμε ότι παρουσιάζει στο $x_0 \in A$ (ολικό) ελάχιστο όταν: $f(x) < f(x_0)$ για κάθε $x_0 \in A$.
3. Μια συνάρτηση f , με πεδίο ορισμού ένα σύνολο A , θα λέγεται άρτια, όταν για κάθε $x \in A$ ισχύει: $-x \in A$ και $f(-x) = -f(x)$.
4. Η συνάρτηση $f(x) = \eta\mu x$, δίνει άπειρες λύσεις στην εξίσωση $f(x) = 0$.
5. Ισχύει ότι η συνάρτηση $f^2(x)$ έχει μετατοπιστεί κατά δύο μονάδες προς τα πάνω σε σχέση με τη γραφική παράσταση της $f(x)$.

(Μονάδες 10)

Θέμα Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = ax^3 - bx^2 - 2x + 1$, η γραφική παράσταση της οποίας διέρχεται από τα σημεία $A(1,0)$ και $B(2,1)$.

B.1) Να αποδείξετε ότι $a = 0$ και $b = -1$. (μονάδες 8)

Για $a = 0$ και $b = -1$,

B.2) να προσδιορίσετε το τύπο της f και να εξετάσετε εάν η f είναι άρτια ή περιτή συνάρτηση. (μονάδες 5)

B.3) να δείξετε ότι η συνάρτηση f έχει ελάχιστη τιμή το 0. (μονάδες 6)

B.4) να βρείτε τι είδους μετατόπιση θα υποστεί η συνάρτηση $\varphi(x) = x^2$ ώστε η γραφική της παράστασης να ταυτιστεί με αυτή της συνάρτησης f . (μονάδες 6)

Θέμα Γ

Γ.1) Να αποδειχθεί η ισότητα

$$\frac{\varepsilon\varphi x - \eta\mu x}{\eta\mu^3 x} = \frac{1}{\sigma\upsilon\nu x \cdot (1 + \sigma\upsilon\nu x)}$$

(Μονάδες 7)

Γ.2) Να υπολογιστούν οι τριγωνομετρικοί αριθμοί της γωνίας ω εάν ισχύει ότι

$$\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{-8}{17} \quad \text{όταν} \quad \frac{\pi}{2} < \omega < \pi.$$

(Μονάδες 8)

Γ.3) Να λυθεί η εξίσωση

$$(1 - \varepsilon\varphi\theta) \cdot (2 + \sqrt{3} \cdot \eta\mu\theta) = 0$$

(Μονάδες 10)

Θεμα Δ

Δίνεται η συνάρτηση $\varphi(x) = 1 - \rho \cdot \sin(\omega x)$ για την οποία γνωρίζουμε ότι έχει περίοδο $T = \frac{\pi}{2}$ και η μέγιστη τιμή της είναι το 3 .

Δ.1) Να αποδείξετε ότι $\omega = 4$ και $\rho = 2$. (μονάδες 6)

Για $\omega = 4$ και $\rho = 2$,

Δ.2) να αποδείξετε ότι η συνάρτηση φ είναι άξονα συμμετρίας τον $y'y$ (μονάδες 5)

Δ.3) να προσδιοριστούν οι ρίζες της εξίσωσης $\varphi(x) = 2$ για κάθε $x \in R$ (μονάδες 6)

Δ.4) ποιες από τις παραπάνω ρίζες-λύσεις του ερωτήματος Δ.3 βρίσκονται στο πρώτο ημικύκλιο $(0, \pi)$. (μονάδες 8)

Καλή χρονιά και καλή ενασχόληση!!