

 νέο φροντιστήριο	ΜΑΘΗΜΑ - ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΗ ΥΛΗ	Άλγεβρα Α' Λυκείου
	ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ	Ζαφείρης Βασίλειος/Τσίμος Βασίλειος
	ΤΜΗΜΑ	Α Λυκείου
	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ	Άνω Πατήσια /Κάτω Πατήσια
	ΔΙΑΡΚΕΙΑ	3 Ωρες

Θέμα 1

A) Αν x_1 και x_2 οι ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$ με $a \neq 0$, Αν S είναι το άθροισμα $x_1 + x_2$ και P είναι το γινόμενο $x_1 \cdot x_2$ να αποδείξετε ότι :

$$S = -\frac{\beta}{a} \text{ και } P = \frac{\gamma}{a}$$

B) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σ (Σωστό) ή Λ (Λάθος)

- Η διακρίνουσα της εξίσωσης $ax^2 + \beta x = 0$ είναι $\Delta = \beta^2 - 4a$ Σ Λ
- Αν γνωρίζουμε ότι $\alpha \cdot \gamma < 0$ τότε η εξίσωση $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$ έχει πάντα 2 ρίζες. Σ Λ
- Αν $\alpha = 0$ τότε η ανίσωση $\alpha x + \beta > 0$ είναι αδύνατη αν $\beta \geq 0$ Σ Λ
- Αν $\theta > 0$ τότε ισχύει η ισοδυναμία $|x| \leq \theta \Leftrightarrow -\theta \leq x \leq \theta$ Σ Λ
- Η εξίσωση $x^v = a$ με $a \geq 0$ και $v \in \mathbb{N}$ έχει πάντα λύση. Σ Λ

Θέμα 2

A. Να βρείτε τα πεδία ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων

- $f(x) = \frac{2x-3}{x-4}$
- $f(x) = \frac{6x-2}{x^2-1} + \frac{1}{x^2+1}$
- $f(x) = \sqrt{x-8}$
- $g(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{1-x}$

Β. α. Να παραγοντοποιήσετε το τριώνυμο $x^2 - 5x + 6$

β. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x-2}{x^2-5x+6}$

i. Να βρείτε το πεδίο ορισμού Α της συνάρτησης

ii. Να αποδείξετε ότι για κάθε $x \in A$ ισχύει $f(x) = \frac{1}{x-3}$

Γ. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} 2x - 5 & x \leq 3 \\ x^2 & 3 < x < 10 \end{cases}$

α. Να γράψετε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f σε μορφή διαστήματος

β. Να βρείτε τις τιμές $f(-1), f(3), f(5)$

Θέμα 3

Α. Να λυθούν οι ανισώσεις

i) $-2x^2 + x + 1 < 0$

ii) $|6x - 3| < 15$

iii) $|6x - 3| < 15$

iv) $x^2 - 4x \leq 5$

Β.

i. Σε μια αριθμητική πρόοδο με πρώτο όρο α_1 και διαφορά ω να γράψετε τον τύπο που μας δίνει:

Τον ν-οστό της όρο α_n

Σε μια γεωμετρική πρόοδο με πρώτο όρο α_1 και λόγο $\lambda \lambda \neq 0$ να γράψετε τον τύπο που μας δίνει:

Τον ν-οστό της όρο α_n

ii. Ένας πληθυσμός βακτηριδίων τριπλασιάζεται σε αριθμό κάθε μια ώρα. Αν αρχικά υπάρχουν 10 βακτηρίδια να βρείτε το πλήθος των βακτηριδίων μετά από 6 ώρες.

iii. Μια στέγη σχήματος ισοσκελούς τραπεζίου έχει 20 σειρές κεραμίδια. Τα πλήθη των κεραμιδιών κάθε σειράς είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου. Η

πρώτη σειρά έχει 16 κεραμίδια ενώ η 7^η έχει 28 κεραμίδια. Να βρείτε πόσα κεραμίδια έχει η 10^η σειρά και πόσα ολόκληρη η στέγη.

Θέμα 4^ο

A. Δίνεται η εξίσωση $(x - 2)^2 = \lambda(4x - 3)$, με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$

α) Να γράψετε την εξίσωση στη μορφή $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$.

β) Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης, στην περίπτωση που έχει ρίζες πραγματικές και άνισες,

- i. να υπολογίσετε τα $S = x_1 + x_2$ και $P = x_1 \cdot x_2$
- ii. να αποδείξετε ότι η παράσταση $A = (4x_1 - 3)(4x_2 - 3)$ είναι ανεξάρτητη του λ , δηλαδή σταθερή.

B. Δίνεται το τριώνυμο: $\lambda x^2 - (\lambda^2 + 1)x + \lambda$, $\lambda \in \mathbb{R} - \{0\}$

α) Να βρείτε τη διακρίνουσα Δ του τριωνύμου και να αποδείξετε ότι το τριώνυμο έχει ρίζες πραγματικές για κάθε $\lambda \in \mathbb{R} - \{0\}$.

β) Για ποιες τιμές του λ το παραπάνω τριώνυμο έχει δύο ρίζες ίσες;

γ) Να βρείτε τις τιμές του λ , ώστε $\lambda x^2 - (\lambda^2 + 1)x + \lambda \leq 0$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$.