

 ΝΕΟ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ	ΜΑΘΗΜΑ - ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΗ ΥΛΗ	ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
	ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ	ΖΑΦΕΙΡΗΣ ΒΑΣΙΛΕΙΟΣ ΔΕΛΕΝΙΚΑ ΜΑΡΙΑ
	ΤΜΗΜΑ	Γ ΛΥΚΕΙΟΥ Μ1
	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ	ΑΝΩ ΠΑΤΗΣΙΑ
	ΔΙΑΡΚΕΙΑ	3 ΩΡΕΣ

Θεμα 1^ο

Α. Τι ονομάζουμε πραγματική συνάρτηση ;

(5 Μονάδες)

Β. Έστω f, g δυο συναρτήσεις με πεδία ορισμού A και B αντίστοιχα να ορίσετε την σύνθεση της f με την g .

(5 Μονάδες)

Γ. Αν $f: A \rightarrow f(A)$ αντιστρέψιμη συνάρτηση να δείξετε ότι είναι συμμετρική με την $f^{-1}(x)$ ως προς την διχοτόμο του $1^{\text{ου}}$ και του $3^{\text{ου}}$ τεταρτημορίου.

(5 Μονάδες)

Δ. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σ (Σωστές) ή Λ (Λάθος)

- Αν μια συνάρτηση είναι γνησίως μονότονη στο πεδίο ορισμού της τότε τέμνει τον άξονα $y' y$ σε ένα σημείο.
- Αν ορίζονται οι συναρτήσεις $f \circ g$ και $g \circ f$ τότε ισχύει ότι $f \circ g = g \circ f$
- Όταν μια συνάρτηση f είναι $1-1$ τότε ορίζεται η αντίστροφή της η οποία είναι γνησίως μονότονη.
- Οι συναρτήσεις $f(x) = e^x$ και $g(x) = \ln x$ έχουν κοινά σημεία τα οποία βρίσκονται στην ευθεία $y = x$.
- Αν δυο συναρτήσεις είναι ίσες τότε ισχύει ότι $f(x) = g(x)$ για κάθε $x \in D_f$

ΘΕΜΑ Β

A. Δίνεται η $f(x)=1+\ln(\sqrt{x-1}+1)$

- i) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f
- ii) Να δείξετε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα

(3 , 5 Μονάδες)

B. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 9}$

- i. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της
- ii. Να εξετάσετε αν η f είναι 1 – 1

(4 , 4 Μονάδες)

Γ. Έστω $f,g:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$. Αν οι f,g είναι γνησίως αύξουσες

Δίνεται η $h(x)=f(2x-1)+g(3x-2)$, $x\in\mathbb{R}$

- α) Να εξετάσετε την h ως προς τη μονοτονία
- β) Να λύσετε την ανίσωση $f(x^2+6) < f(6x-2)$

(5 , 4 Μονάδες)

Θέμα Γ

A. Να ορίσετε την συνάρτηση $f\circ g$ αν

$$f(x) = \begin{cases} x-1 & \text{με } x \in (0,2) \\ x+1 & \text{με } x \in [2,4) \end{cases} \quad \text{και} \quad g(x) = |x-1|$$

(6 Μονάδες)

B. Θεωρούμε τις συναρτήσεις $f(x)=-4x+2$ και $g(f(x))=x^2 - x - 1$

Να βρεθεί ο τύπος της $g(x)$

(6 Μονάδες)

Γ. Η γραφική παράσταση μιας γνησίως μονότονης συνάρτησης

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ διέρχεται από τα σημεία $A(3,2)$ και $B(5,9)$.

- i. Να βρείτε το είδος της μονοτονίας της f
- ii. Να λύσετε την εξίσωση $f(2 + f^{-1}(x^2 + x))=9$
- iii. Να λύσετε την ανίσωση $f(f^{-1}(x^2 - 8x) - 2) < 2$

(1 , 3 , 4 , 5 = 13 Μονάδες)

ΘΕΜΑ Δ

A. Να βρείτε τους αριθμούς $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ έτσι ώστε $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -4$ με

$$f(x) \begin{cases} x^3 + (a+1)x + \beta, & x < -1 \\ \text{και} \\ x^2 + 3\beta x - 4\alpha + 4\beta, & x \geq -1 \end{cases}$$

(6 Μονάδες)

B.

- i. Αν $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)-2}{x} = 2022$, να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$
- ii. Έστω η συνάρτηση $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει $x \cdot g(x) + 1 \leq \sin x$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$. Αν $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = l$, $l \in \mathbb{R}$ να βρείτε το l .
- iii. Να βρείτε το όριο $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{xf(x) + \eta\mu 5x}{\varepsilon\varphi x + xg(x)}$ όπου f, g οι συναρτήσεις των προηγούμενων ερωτημάτων.

(4, 5, 5 Μονάδες)

Γ. Ένας αγρότης έχει συρματοπλέγμα μήκους 200m για να περιφράξει τις τρεις πλευρές από ένα χώρο σχήματος ορθογωνίου. Η τέταρτη πλευρά είναι τοίχος. Αν το μήκος του ορθογωνίου είναι x μέτρα και ο τοίχος βρίσκεται απέναντι από την πλευρά αυτή να βρείτε την συνάρτηση που εκφράζει το εμβαδόν του χώρου ως συνάρτηση του x .

(5 Μονάδες)