

	ΜΑΘΗΜΑ -	Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ ΕΠΑΛ
	ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΗ ΥΛΗ	
	ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ	
	ΤΑΞΗ	
	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ	
	ΔΙΑΡΚΕΙΑ	3 ΩΡΕΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της συνάρτησης $f(x)=x$ είναι $f'(x)=(x)'=1$ για κάθε x στο σύνολο $\mathbb{R}$ των πραγματικών αριθμών.

(Μονάδες 7)

A2. Ποτέ μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A λέγεται συνεχής;

(Μονάδες 4)

A3. Πότε μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της;

(Μονάδες 4)

A4. Να χαρακτηρίσετε καθεμία από τις προτάσεις που ακολουθούν ως σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ):

i) $(\sin x)' = \eta \mu x$

Σ Λ

ii) $(\sqrt{5})' = \frac{1}{2\sqrt{5}}$

Σ Λ

iii) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l_1$ και $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = l_2$ όπου l_1, l_2 πραγματικοί αριθμοί τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) \cdot g(x)) = l_1 \cdot l_2$.

Σ Λ

iv) Η συνάρτηση $f(x)=|x|$ έχει παράγωγο στο σημείο $x_0 = 0$.

Σ Λ

v) $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)$

Σ Λ

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 + ax^2 - 1, x \in \mathbb{R}$

B1. Αν ο ρυθμός μεταβολής της συνάρτησης f ως προς x όταν $x = -1$ είναι 9 να βρείτε την τιμή του a .

(Μονάδες 7)

Για $a = -3$:

B2. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στο σημείο της $A(1, f(1))$.

(Μονάδες 7)

B3. Αν γνωρίζετε ότι η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $[0, 2]$ να συγκρίνετε τους αριθμούς $f(\frac{1}{3}), f(\frac{1}{2})$

(Μονάδες 6)

B4. Να βρείτε την τιμή του $k \in \mathbb{R}$ αν ισχύει:

$$3f(0) - k \cdot f(2) = 7$$

(Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{4-x}-2}{x}, & x \in (-\infty, 0) \cup (0, 4) \\ \frac{a}{12}, & x = 0 \end{cases}$

Γ1. Να βρείτε το όριο $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

(Μονάδες 7)

Γ2. Να βρείτε την τιμή του a ώστε η f να είναι συνεχής στο $x_0 = 0$.

(Μονάδες 6)

Γ3. Να δείξετε ότι ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στο σημείο της $A(3, f(3))$ είναι $-\frac{1}{18}$.

(Μονάδες 6)

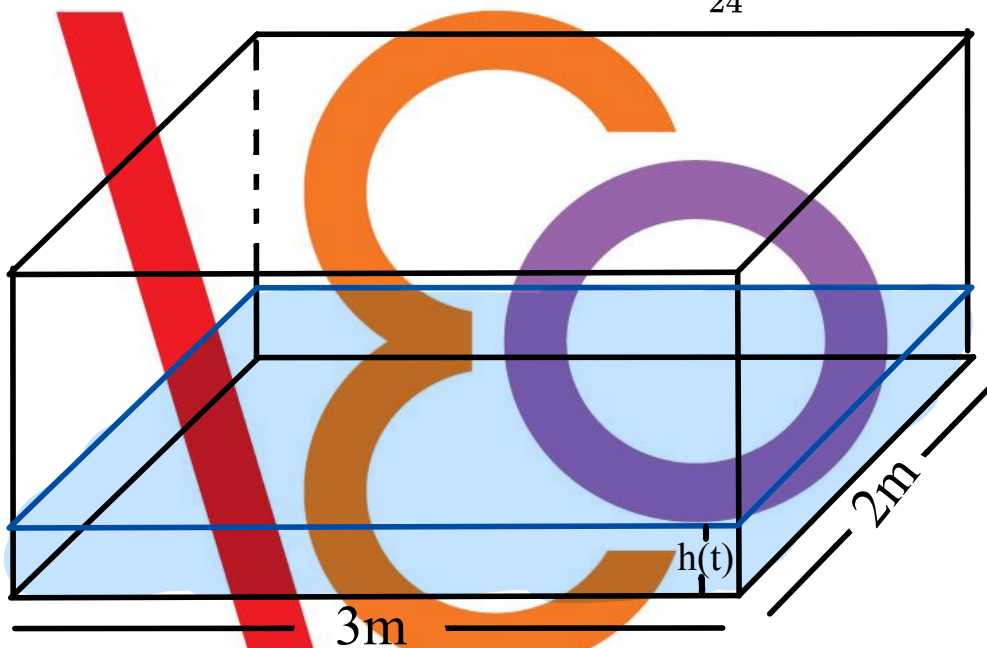
Γ4. Να βρείτε την τιμή του $k \in R$ αν ισχύει:

$$2 \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h} + \frac{k}{9} = 2$$

(Μονάδες 6)

ΘΕΜΑ Δ

Σε μια άδεια δεξαμενή σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου με διαστάσεις βάσης 3m, 2m ρίχνουμε πετρέλαιο. Το ύψος $h(t)$ (σε m) της στάθμης του πετρελαίου στη δεξαμενή ως συνάρτηση του χρόνου t (σε min) είναι $h(t) = \frac{t^2}{24}$.



Δ1. Να βρείτε το ύψος της στάθμης του πετρελαίου σε χρόνο $t=2\text{min}$.

ΝΕΟ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ (Μονάδες 6)

Δ2. Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής του ύψους της στάθμης του πετρελαίου σε χρόνο $t=2\text{min}$.

(Μονάδες 6)

Δ3. Να δείξετε ότι ο όγκος του πετρελαίου στη δεξαμενή μετά από χρόνο t min είναι $V(t) = \frac{t^2}{4}$.

(Μονάδες 7)

Δ4. Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής του όγκου του πετρελαίου την χρονική στιγμή $t=4\text{min}$.

(Μονάδες 6)



νέο φροντιστήριο