

 νέο φροντιστήριο	ΜΑΘΗΜΑ - ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΗ ΥΛΗ		Άλγεβρα
	ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ	Μίχου Αγνή	
	ΤΜΗΜΑ	Α Λυκείου	
	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ	Κάτω Πατήσια	
	ΔΙΑΡΚΕΙΑ	2 ώρες	

ΘΕΜΑ Α

A1) Να αποδείξετε ότι $|\alpha + \beta| \leq |\alpha| + |\beta|$ για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 5

A2) Να αποδείξετε ότι $|\alpha \cdot \beta| = |\alpha| \cdot |\beta|$ για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 5

A3) Να σημειώσετε με Σ τις σωστές και με Λ τις λανθασμένες προτάσεις:

α. $\alpha = \beta \Rightarrow \alpha^2 = \beta^2$

β. $|\alpha + \beta| = |\alpha| + |\beta|$, για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$

γ. Αν $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta} \Leftrightarrow \alpha \cdot \delta = \beta \cdot \gamma$, εφόσον $\beta \cdot \delta \neq 0$

δ. $|\alpha|^3 = \alpha^3$

ε. $|\alpha - \beta| = -|\alpha + \beta|$ για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$

Μονάδες 2*5=10

A4) Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά έτσι ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις:

α. $\alpha^3 - \beta^3 = \dots\dots\dots$

β. $(\alpha + \beta)^3 = \dots\dots\dots$

γ. Αν $\alpha + \beta = 0$ οι αριθμοί α και β είναι $\dots\dots\dots$, ενώ αν $\dots\dots\dots$ οι αριθμοί α και β είναι αντίστροφοι.

δ. $|\alpha|^2 = \dots\dots\dots$

ε. $|\pi - 3| = \dots\dots\dots$

Μονάδες 1*5=5

ΘΕΜΑ Β

B1) Αν $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$ να αποδείξετε ότι:

- I. $2(\alpha^2 + \beta^2) \geq (\alpha - \beta)^2$
- II. $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + 3 \geq 2(\alpha + \beta + \gamma)$

Μονάδες 6, 6

B2) Αν $\alpha < 3 < \beta$ να απλοποιήσετε την παρακάτω παράσταση:

$$A = |3 - \alpha| + |3 - \beta| - |\alpha - \beta|$$

Μονάδες 8

B3) Να απλοποιηθεί η παράσταση:

$$|\pi - 2| + |4 - \pi| - |\sqrt{2} - 3|$$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Γ

Γ1) Δίνεται η παράσταση $A = |2x - 3| + 2$.

- i. Να απλοποιηθεί η παράσταση A αν
 - a) $x < \frac{3}{2}$
 - b) $x \geq \frac{3}{2}$
- ii. Αν $x \geq \frac{3}{2}$ να αποδείξετε ότι $\frac{4x^2 - 1}{|2x - 3| + 2} = 2x + 1$

Μονάδες 4, 4, 5

Γ2) Αν $3 < \alpha < 6$ και $2 < \beta < 8$ να βρείτε μεταξύ ποιών αριθμών περιέχονται οι παραστάσεις:

- i. $3\alpha + 2\beta$
- ii. $\alpha - 2\beta$
- iii. $\frac{\alpha + 2}{\beta - 1}$
- iv. $\alpha^2 + \beta^2$

Μονάδες 3, 3, 3, 3

ΘΕΜΑ Δ

Δ1) Να λυθούν οι εξισώσεις:

- i. $|x - 4| = 3$
- ii. $|5 - |x - 3|| = 0$
- iii. $|x^2 - 9| + |x^2 + 3x| = 0$

Μονάδες 3, 3, 4

Δ2) Να βρείτε σε ποιο σύνολο ανήκουν οι αριθμοί x για τους οποίους ισχύει:

- i. $|x - 3| \leq 5$
- ii. $|2x + 4| > 10$

Μονάδες 4, 4

Δ3) Να βρείτε την τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{|\alpha - 1|}{|2(\alpha - 1)|} - \frac{|-\beta - 1|}{|2\beta + 2|} + \frac{|\alpha - \beta|}{|\beta - \alpha|} - \frac{|\alpha + \beta - \gamma|}{|\gamma - \alpha - \beta|}$$

Μονάδες 7

νέο φροντιστήριο