

 VÉO ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ	ΜΑΘΗΜΑ - ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΗ ΥΛΗ		Άλγεβρα Β' Λυκείου
	ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ	Ζαφείρης Βασίλειος	
	ΤΜΗΜΑ	Χ1	
	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ	Άνω Πατήσια	
	ΔΙΑΡΚΕΙΑ	3΄Ώρες	

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Να αποδείξετε ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολωνύμου $P(x)$ με το $x - \rho$ είναι ίσο με την τιμή του πολωνύμου για $x = \rho$. Είναι δηλαδή $v = P(\rho)$

(5 Μονάδες)

B. Πότε ο αριθμός ρ λέγεται ρίζα ενός πολωνύμου $P(x)$

(4 Μονάδες)

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σ (Σωστό) ή Λ (Λάθος)

- Ο βαθμός του διαιρετέου ενός πολωνύμου μπορεί να είναι ίσος με το βαθμό του διαιρέτη.
- Αν $P(x)$ είναι πολώνυμο n βαθμού και $Q(x)$ πολώνυμο μ βαθμού τότε το $\frac{P(x)}{Q(x)}$ είναι πάντα $\mu - n$ βαθμού.
- Το πολώνυμο $P(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$ έχει ρίζα τον αριθμό -2 .
- Η ανίσωση $\sqrt{x^2 + 3} < a$ με $a < 0$ αληθεύει για κάθε $x \in \mathbb{R}$.
- Αν $P(x)$ είναι πολώνυμο n βαθμού και $Q(x)$ πολώνυμο μ βαθμού τότε το $P(x) + Q(x)$ είναι πάντα $\mu + n$ βαθμού.
- Ο βαθμός του διαιρετέου ενός πολωνύμου είναι μικρότερος από το βαθμό του διαιρέτη.
- Αν $P(x)$ είναι πολώνυμο n βαθμού και $Q(x) \neq 0$ πολώνυμο μηδενικού βαθμού τότε το $\frac{P(x)}{Q(x)}$ είναι πάντα n βαθμού.
- Το πολώνυμο $x^{10} + x^8 + x^6 + x^4 + x^2 + 2$ έχει ρίζα τον αριθμό 2 .

(16 Μονάδες)

Θέμα 2^ο

Α. Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις :

- i. $3^x = 81$
- ii. $2^{x^2-1} = 4^{x+1}$
- iii. $2^{2x} - 10 \cdot 2^x + 16 = 0$
- iv. $72 \cdot 3^{x-2} = 9 \cdot 2^{x+1}$
- v. $9 \cdot 4^x - 13 \cdot 6^x + 4 \cdot 9^x = 0$

(15 Μονάδες)

Β. Για τις διάφορες τιμές του λ να λυθεί η εξίσωση $\sqrt{x+4} = \lambda - 2$

(10 Μονάδες)

Θέμα 3^ο

Α. Να λυθούν οι ανισώσεις

- i. $2^{|x|} > 1024$
- ii. $\left(\frac{1}{2}\right)^{3-|x|} > 2$
- iii. $\left(\frac{2}{\pi}\right)^x \geq \frac{\pi^3}{8}$
- iv. $\sqrt{2x+3} \geq \sqrt{x-2}$
- v. $\sqrt{x+3} > 4-x$

(10 Μονάδες)

Β Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^4 - \kappa x^3 + 17x^2 + 2x + \lambda$

- i. Αν το πολυώνυμο $P(x)$ έχει παράγοντες τους $x+1$ και $x-2$ να βρείτε τα κ και λ .
- ii. Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$
- iii. Να λύσετε την ανίσωση $P(x) < 0$

(15 Μονάδες)

Θέμα 4^ο

Α. Δίνεται η εκθετική συνάρτηση $f(x) = \left(\frac{3-\lambda}{1+\lambda}\right)^x$

- i. Για ποιες τιμές του λ ορίζεται η συνάρτηση
- ii. Για ποιες τιμές του λ η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα
- iii. Για ποιες τιμές του λ η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα
- iv. Αν $\lambda = 2$ να λύσετε την ανίσωση $f(x^2 + x - 1) > \frac{3-\lambda}{1+\lambda}$

(12 Μονάδες)

Β. Δίνονται τα πολυώνυμα $P(x) = x^4 + \alpha x^2 + \beta x + \alpha$ με $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ και

$$Q(x) = \sqrt{x + \sqrt{1-x}} - \sqrt{x}.$$

- i. Αν το $P(x)$ έχει παράγοντα το $x + 2$ και η διαίρεση του $P(x)$ με το $x - 1$ αφήνει υπόλοιπο -18 να αποδείξετε ότι $\alpha = -6$ και $\beta = -7$.
- ii. Για ποιες τιμές ορίζεται το πολυώνυμο $Q(x)$
- iii. Για $\alpha = -6$ και $\beta = -7$ να λυθεί η εξίσωση $Q(x) = 2 \cdot P(0) + [P(-2)]^{2014} + 13$

(9 Μονάδες)

Γ. Να προσδιορίσετε πολυώνυμο 3^{ου} βαθμού που έχει ρίζα το 0 και για κάθε x

$$\text{ικανοποιεί την ισότητα } P(x) - P(x - 1) = x^2$$

(4 Μονάδες)

ΚΑΛΗ ΤΥΧΗ!!!!

