

 Vέο Φροντιστήριο	ΜΑΘΗΜΑ - ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΗ ΥΛΗ		
	ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ		
	ΤΜΗΜΑ		
	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ		
	ΔΙΑΡΚΕΙΑ		

ΘΕΜΑ Α

A₁ Να αποδείξετε ότι για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ισχύει $|\alpha\beta| = |\alpha| \cdot |\beta|$

(Μονάδες 6)

A₂ Να αντιστοιχίσετε για τις διάφορες τιμές του λ το είδος της εξίσωσης $(\lambda^2 - \lambda) \cdot x = 2\lambda - 2$

1. $\lambda = 0$	α. ταυτότητα
2. $\lambda = 1$	β. αδύνατη
3. $\lambda \neq 0$ και $\lambda \neq 1$	γ. μοναδική λύση

(Μονάδες 6)

A₃ Να χαρακτηρίσετε ως Σωστή ή Λάθος καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις.

α. Αν $\alpha < 0$ ισχύει ότι $\left| \frac{\alpha}{\beta} \right| = \frac{-|\alpha|}{|\beta|}$.

β. Για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ισχύει ότι $|\alpha + \beta| \leq |\alpha| + |\beta|$.

γ. Αν οι αριθμοί α και β είναι ετερόσημοι τότε $\sqrt{\alpha^2 \beta^2} = -\alpha\beta$.

δ. Αν n περιττός και $\alpha < 0$ τότε $x^n = \alpha \Leftrightarrow x = -\sqrt[n]{|\alpha|}$.

ε. Για οποιονδήποτε πραγματικό αριθμό θ ισχύει ότι $|x| = \theta \Leftrightarrow x = \theta$ ή $x = -\theta$

(Μονάδες 2*5=10)

A₄ Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά ώστε να προκύψουν αληθείς μαθηματικές προτάσεις.

α. $d(x, 3) = \dots\dots\dots$

β. $\alpha^3 - \beta^3 = \dots\dots\dots$

γ. $\alpha \cdot \beta = 0 \Rightarrow \dots\dots\dots$

(Μονάδες 3*1=3)

ΘΕΜΑ Β

B₁ Δίνονται οι παραστάσεις

$$A = |x + 3| + |2x + 1| \quad \text{και} \quad B = |y - 3| + |3y - 4|$$

με $-3 < x < -1$ και $2 < y < 3$. Να γράψετε τις παραστάσεις χωρίς το σύμβολο της απόλυτης τιμής.

(Μονάδες 8)

B₂ Για $A = 2 - x$ και $B = 2y - 1$ να βρείτε μεταξύ ποιων αριθμών βρίσκονται οι παραστάσεις

- i. $A + B$
- ii. $A - B$
- iii. $A^2 + B^2$

(Μονάδες 3+3+3= 9)

B₃ Έστω η παράσταση $\Gamma = \frac{|\beta-2|}{|-\beta+2|} + \frac{|3\alpha-9|}{|\alpha-3|} - \frac{2|\alpha-\beta|}{|\beta-\alpha|} - \frac{4|\alpha-4|}{|8-2\alpha|}$. Να αποδείξετε ότι $\Gamma = 0$.

(Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ Γ

Γ₁ Δίνονται $\alpha = \sqrt{31 + \sqrt{21 + \sqrt{13 + \sqrt{9}}}}$, $\beta = \sqrt[4]{128 \cdot \sqrt[4]{16} \cdot \sqrt[3]{8}}$ και

$$\gamma = \sqrt{5\sqrt{5} \cdot \sqrt{\sqrt{11} + \sqrt{6}} \cdot \sqrt{\sqrt{11} - \sqrt{6}}}.$$

Να δείξετε ότι $\alpha = 6$, $\beta = 4$ και $\gamma = 5$

(Μονάδες 9)

Γ₂ Δίνονται $A = \frac{1}{2-\sqrt{3}} + \frac{1}{2+\sqrt{3}}$ και $B = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} - \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$. Να δείξετε ότι $A = 4$ και $B = 6$

(Μονάδες 8)

Γ₃ Δίνεται ότι $\Gamma = \frac{\sqrt{x^2+2x+1}}{x+1} - \frac{\sqrt{x^2+8x+16}}{x+4}$. Αν $x > -1$, να δείξετε ότι η Γ είναι ανεξάρτητη του x .

(Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ Δ

Δ₁ Δίνεται η εξίσωση $\lambda^2 x - \lambda = x - 1$, όπου $x \in \mathbb{R}$ και λ ένας πραγματικός αριθμός.

- i. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση γράφεται στη μορφή $(\lambda-1)(\lambda+1)x = \lambda-1$
- ii. Για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ να λύσετε την εξίσωση

(Μονάδες 2+7)

Δ₂ Να λυθούν οι εξισώσεις:

- i. $\frac{|x+1|-4}{3} = 2$
- ii. $||2x-3|-7| = 2$
- iii. $x^2 + 4x + y^2 - 6y + 13 = 0$

(Μονάδες 2+3+3=8)

Δ₃ Να λυθούν οι εξισώσεις:

- i. $x^4 = 16$
- ii. $x^3 = -125$
- iii. $(x-3)^3 = 8$
- iv. $(1-2x)^4 - 81 = 0$

(Μονάδες 2+2+3+3=10)